Nimmt man noch an, dass die Mittellinie der Glocke beim grössten Ausschlage sich um 20^0 über die Wagerechte erhebe, dass also $\alpha = 110^0$ sei, so wird nach Gl. 10 mit $\cos\alpha = -0{,}342$:

$$\cos\vartheta_1 = -0{,}057 \pm \sqrt{0{,}5 + 0{,}057^2} = 0{,}652 \quad \text{und} \quad -0{,}766.$$

Dem entsprechen $\vartheta_1 = 49^0\,18'$ mit $\sin\vartheta_1 = 0{,}758$, sowie $\vartheta_1 = 130^0$, welcher letztere Werth hier aber keine Bedeutung hat, da er wegen $\alpha = 110^0$ nicht vorkommt. Mit $\vartheta_1 = 49^0\,18'$ wird dann aus Gl. 8:

$$H_{max} = Mg \cdot 0{,}8\,(3 \cdot 0{,}758 \cdot 0{,}652 + 2 \cdot 0{,}342 \cdot 0{,}758) = 1{,}60 \cdot Mg.$$

Für $\vartheta = 0$, d. h. in der tiefsten Lage der Glocke entsteht (Gl. 11)

$$V_{max} = Mg \cdot (1 + 2 \cdot 0{,}8\,[1 + 0{,}342]) = 3{,}147\,Mg;$$

für $\cos\vartheta_2 = {}^1/_3 \cos\alpha = -0{,}114$, d. h. $\vartheta_2 = 96^0\,33'$ entsteht (Gl. 12)

$$V_{min} = Mg\,(1 - 0{,}8\,[1 + 0{,}039]) = 0{,}17\,Mg.$$

Bei heftigerem Läuten, d. h. grösserem Winkel α würde V_{min} selbst < 0 werden können; bleiben die Verhältnisse der Glocke im Übrigen ungeändert, so erfolgt dies für $\cos\alpha < -0{,}866$ oder $\alpha > 150^0$. Bei so grossem Schwingungswinkel würde $V_{min} < 0$ werden, d. h. die Glocke das Bestreben haben, aus den Lagern zu springen.

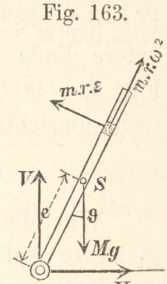
Wegen des starken Wechsels der Kraftgrössen empfiehlt es sich, die einzelnen Theile des Glockenstuhles so zu bemessen, dass die bei einer statischen Berechnung auf Grund obiger Kräfte entstehenden Spannungen σ ein Drittel der Spannungen an der Elasticitätsgrenze nicht überschreiten; für Stabeisen wäre etwa $\sigma = 500\,{}^{kg}/_{qcm}$ zu setzen. Die gedrückten Theile sollen mindestens 7fache Sicherheit gegen Zerknicken haben.

Bezüglich der Bedingungen für ein gutes Anschlagen des Klöppels möge auf die Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover, 1877, S. 151 verwiesen werden.

6. Aus lothrechter Stellung umfallender Stab.

Der stabförmige Körper, dessen Schwerpunkt S in dem Abstand e vom unteren Ende A liegt (Fig. 163), sei um das untere Ende drehbar, ursprünglich nahezu lothrecht gestellt und falle um. In einer beliebigen Zwischenstellung, in welcher AS mit der Lothrechten den Winkel ϑ einschliesst, ist nach S. 204 die Winkelbeschleunigung

Fig. 163.



$$1) \qquad \varepsilon = \frac{Mge\sin\vartheta}{J} = g\frac{e}{i^2}\sin\vartheta,$$

und für die Winkelgeschwindigkeit ω gilt

$$\omega^2\frac{J}{2} = Mge(1 - \cos\vartheta), \quad \text{also}$$

$$2) \qquad \omega^2 = 2g\frac{e}{i^2}(1 - \cos\vartheta).$$

Die Widerstände H und V, welche der untere Drehpunkt A im Sinne der Fig. 163 leisten muss, bestimmen sich in der bei dem vorigen Beispiele gezeigten Weise leicht zu

$$H = M \cdot e \cdot \varepsilon \cdot \cos\vartheta - M \cdot e \cdot \omega^2 \sin\vartheta \quad \text{und}$$

$$V = Mg - Me\varepsilon \sin\vartheta - Me\omega^2 \cos\vartheta,$$

oder mittels der Gl. 1 und 2 zu

3) $$H = Mg \frac{e^2}{i^2} \sin\vartheta (3\cos\vartheta - 2) \quad \text{und}$$

4) $$V = Mg\left(1 - \frac{e^2}{i^2}[1 + 2\cos\vartheta - 3\cos^2\vartheta]\right).$$

Der Werth von H ist zu Anfang, d. h. für $\vartheta = 0$, ebenfalls Null; er wird wiederum zu Null für $\cos\vartheta = {}^2/_3$, d. h. für $\vartheta = 48^0$ (vergl. 1. Theil, S. 74). Für $\vartheta < 48^0$ ist $\cos\vartheta > {}^2/_3$ und $H > 0$, d. h. (Fig. 163) nach derjenigen Seite gerichtet, nach welcher die Stange umfällt. Es hat also, wenn die Stange nach rechts umfällt, das untere Ende derselben anfänglich das Bestreben nach links auszugleiten. Zwischen den beiden Nullwerthen von H liegt ein Maximum für einen Werth von $\cos\vartheta$, den man leicht durch Nullsetzung der ersten Abgeleiteten von Gl. 3 nach ϑ ermittelt zu

$$\cos\vartheta = \frac{1}{6} + \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{6}\right)^2} = 0{,}8933 \quad \text{mit} \quad \vartheta = 26^0\,40'$$

(ein $\cos\vartheta < 0$ hat hier keinen Sinn); der entsprechende Werth von H selbst ergiebt sich dann zu

$$H_{max} = Mg \frac{e^2}{i^2} \cdot 0{,}305.$$

Für $\vartheta > 48^0$ ist $\cos\vartheta < {}^2/_3$ und $H < 0$; es hat nunmehr das untere Ende der Stange das Bestreben, nach rechts auszugleiten. Für $\vartheta = 90^0$, d. h. beim Aufschlagen der Stange auf den wagerecht gedachten Boden ist

$$H = -2\,Mg \frac{e^2}{i^2}.$$

Was die Grösse des lothrechten Widerstandes V anlangt, so ist zu Anfang, d. h. für $\vartheta = 0$, $V = Mg$. Mit wachsendem ϑ nimmt V zunächst ab. Ein Kleinstwerth von V ergiebt sich leicht für $\cos\vartheta = {}^1/_3$ oder $\vartheta = 70^0\,30'$, nämlich

$$V_{min} = Mg\left(1 - \frac{4}{3}\frac{e^2}{i^2}\right).$$

Dann nimmt V wieder zu, und für $\vartheta = 90^0$ wird

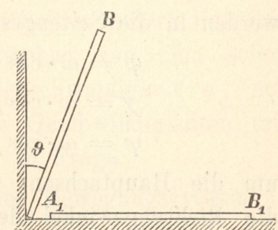
$$V = Mg\left(1 - \frac{e^2}{i^2}\right).$$

Der in vorstehenden Gleichungen auftretende Werth $\frac{e^2}{i^2}$, gleichbedeutend mit $\frac{e}{l}$ (vergl. S. 208, Gl. 18), wenn l die Schwingungslänge des am unteren Ende A aufgehängten Stabes ist, richtet sich nach der Massenvertheilung des Stabes. Ist die Masse gleichmässig über die Länge a vertheilt, so ist

$$e = \frac{a}{2}, \quad i^2 = \frac{a^2}{3}, \quad l = \frac{2}{3}a, \quad \text{daher} \quad \frac{e^2}{i^2} = \frac{e}{l} = \frac{3}{4},$$

womit man für H und V leicht bestimmtere Ausdrücke aus vorstehenden Gleichungen erhält. Dieselben Werthe gelten offenbar für eine rechteckige, lothrecht aufgestellte, um die Unterkante drehbare Platte von gleichmässiger Gewichtsvertheilung.

Fig. 164.



Ist die Anordnung so getroffen, dass durch einen Vorsprung oder eine lothrechte Wand wohl ein Ausgleiten des unteren Endes nach links, nicht aber nach rechts verhindert wird (Fig. 164), so gelten die vorstehend entwickelten Gleichungen nur bis zu dem Drehungswinkel $\vartheta = 48^0$ und vermöge des in Wirklichkeit meist auftretenden Reibungswiderstandes noch um ein gewisses Mafs darüber hinaus. Bei weiterer Annäherung des Körpers an den wagerechten Boden kann die erforderliche, jetzt negative, d. h. nach links gerichtete Kraft H durch die Reibung nicht mehr geliefert werden, und es findet nun ein Ausgleiten des unteren Endes der Stange nach rechts hin wirklich statt, so dass der umgefallene Körper sich schliesslich in einer Lage $A_1 B_1$ auf dem Boden findet. Weiteres s. S. 233.

7. Drehung eines starren Körpers um einen festen Punkt.

Ein Körper drehe sich unter Einwirkung äusserer Kräfte um einen festen Punkt A, dann lässt sich nach S. 23 seine Bewegung