

Da der Gleichgewichtszustand in manchen Fällen nur bei einer bestimmten Lage der Massengruppe besteht, also bei einer endlichen Verrückung gestört werden könnte, so darf man im Allgemeinen zur Ermittlung der Bedingungen des Gleichgewichts nur unendlich kleine Verrückungen benutzen.

Hiernach lautet der **Satz der virtuellen Verrückungen**:

Befindet sich eine Massengruppe im Gleichgewichte, so ist für jede unendlich kleine virtuelle Verrückung die Arbeitssumme der unbedingten Kräfte gleich Null; die Arbeiten dieser unbedingten Kräfte bei virtuellen Verrückungen heißen virtuelle Arbeiten. Die Normalwiderstände einer vorgeschriebenen Fläche oder Linie, die Kräfte, welche Zahnräder auf einander ausüben, sind zwar bedingte Kräfte, die keine virtuellen Arbeiten liefern; dies gilt aber nicht von etwaigen Reibungswiderständen, die beim Gleiten unter Einwirkung dieser Kräfte entstehen und von ihnen abhängig sind. Die Reibungswiderstände verrichten auch bei virtuellen Verrückungen Arbeit und sind deshalb den unbedingten Kräften beizuzählen. Aus diesem Grunde eignet sich der Satz der virtuellen Verrückungen besonders für die Behandlung solcher Aufgaben, bei denen Reibungswiderstände nicht zu berücksichtigen sind, so dass dann auch die betreffenden Normaldrücke gar nicht ermittelt zu werden brauchen.

## 2. Anwendungen der Sätze der willkürlichen bzw. der virtuellen Verrückungen.

### a) Hebel.

Es sei  $O$  (Fig. 125) die feste Drehachse des Hebels,  $A$  der Angriffspunkt der Last  $Q$ ,  $B$  derjenige der bewegenden Kraft  $K$ . Drehachse und Gelenkbolzen seien reibungslos. Eine unendlich kleine virtuelle Verrückung besteht in einer unendlich kleinen Drehung des Hebels um die feste Achse  $O$ . Der Drehungswinkel sei  $d\alpha$ . Dann beschreiben  $A$  und  $B$  Drehungsbogen

$$\widehat{AA_1} = \overline{AO} \cdot d\alpha \quad \text{und} \quad \widehat{BB_1} = \overline{BO} \cdot d\alpha,$$

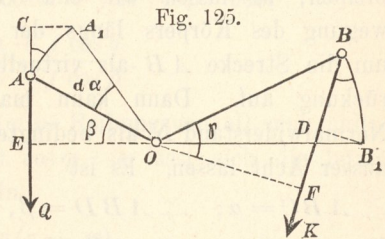


Fig. 125.

welche als geradlinig und rechtwinklig zu  $AO$  und  $BO$  angesehen werden können. Ist  $\beta$  der Winkel, den  $AO$  mit der Rechtwinkligen  $OE$  zu der Last  $Q$  bildet, so findet sich der gleiche Winkel  $\beta$  auch zwischen  $AA_1$  und der Last  $Q$ , so dass die Projektion von  $AA_1$  auf die Richtung von  $Q$  ist

$$AC = AA_1 \cos \beta = AO \cdot d\alpha \cdot \cos \beta = OE \cdot d\alpha.$$

Ebenso wird auf der rechten Seite

$$BD = BB_1 \cdot \cos \gamma = OB \cdot \cos \gamma \cdot d\alpha = OF \cdot d\alpha.$$

Der Widerstand der Drehachse  $O$  sowie die inneren Spannungen des als starr angenommenen Hebels sind bedingte Kräfte. Unbedingte Kräfte sind nur die Last  $Q$  und die treibende Kraft  $K$ ; daher gilt nach dem Satze der virtuellen Verrückungen

$$0 = -Q \cdot AC + K \cdot BD, \text{ oder}$$

$$K \cdot OF \cdot d\alpha = Q \cdot OE \cdot d\alpha, \text{ d. h.}$$

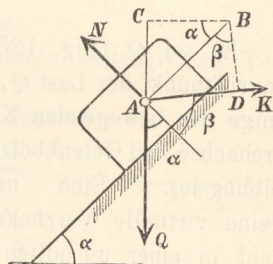
$$K \cdot OF = Q \cdot OE.$$

Dies ist nichts anderes als die Momentengleichung für den Hebel in Bezug auf seine Drehachse (s. 1. Theil, S. 151).

### b) Schiefe Ebene.

Soll ein Körper vom Gewichte  $Q$  auf einer schiefen Ebene vom Neigungswinkel  $\alpha$  durch eine Kraft  $K$ , welche mit der Normalen der Ebene den Winkel  $\beta$  einschliesst, gleichförmig aufwärts gezogen werden (Fig. 126) und soll dabei die Reibung zunächst unberücksichtigt bleiben, so fassen wir eine Gleitbewegung des Körpers längs der Ebene um die Strecke  $AB$  als virtuelle Verrückung auf. Dann kann man den Normalwiderstand  $N$  als bedingte Kraft ausser Acht lassen. Es ist

Fig. 126.



$$\sphericalangle ABC = \alpha; \quad \sphericalangle ABD = \beta, \text{ somit}$$

$$1) \quad 0 = -Q \cdot AB \cdot \sin \alpha + K \cdot AB \cdot \sin \beta, \text{ oder}$$

$$2) \quad K = Q \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$