Hieraus findet man leicht

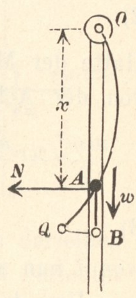
$$4)\qquad x = \frac{1}{2}\left\{\left(a + \frac{c}{\omega}\right)e^{\omega t} + \left(a - \frac{c}{\omega}\right)e^{-\omega t}\right\},$$

worin man noch den Drehungswinkel $\vartheta = \omega t$ des Rohres einführen kann. Die Geschwindigkeit längs des Rohres als Funktion der Zeit wird

$$5)\qquad w = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{2}\left\{\left(a + \frac{c}{\omega}\right)e^{\omega t} - \left(a - \frac{c}{\omega}\right)e^{-\omega t}\right\}.$$

In Wirklichkeit kann natürlich nicht von der blos gedachten Centrifugalkraft Arbeit verrichtet werden, sondern nur von der einzigen wirklich vorhandenen Kraft N, u. zw. ist deren Arbeit doppelt so gross wie die scheinbare Arbeit der Centrifugalkraft, wie Gl. 6 zeigt. Die wahre Bahnlinie des Punktes ist nach Gl. 4 mit $\vartheta = \omega t$ eine Spirale OAQ (Fig. 112). Wegen der Umfangsgeschwindigkeit $x \cdot \omega$ des Punktes A verrichtet N bei der unendlich kleinen Bewegung AQ die Arbeit

Fig. 112.



$$d\mathfrak{A}_w = N \cdot x \cdot \omega \cdot dt = 2m \cdot w \cdot \omega^2 x \cdot dt,$$

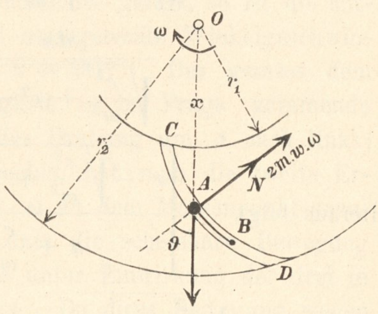
also, weil $w \cdot dt = dx$ ist,

$$6)\qquad d\mathfrak{A}_w = 2m \cdot \omega^2 x \cdot dx = 2\,d\mathfrak{A} \quad \text{(nach Gl 2).}$$

2. Bewegung eines Massenpunktes in einem gekrümmten, sich gleichmässig drehenden Rohre.

Eine in wagerechter Ebene befindliche Scheibe drehe sich mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω um eine lothrechte Achse O (Fig. 113). Auf dem Ringe der Scheibe, welche von dem inneren Halbmesser r_1 zu dem äusseren Halbmesser r_2 reicht, befinde sich ein gekrümmtes Rohr. Der Punkt möge bei C eine Geschwindigkeit w_1 gegen das Rohr gehabt haben; bei A in dem Abstande $OA = x$ von der Achse sei w die Geschwindigkeit gegen das Rohr, ϱ der Krümmungs-

Fig. 113.



Halbmesser des Rohres, ϑ der Winkel zwischen dem Drehungshalbmesser $OA = x$ und der Normalen zum Rohre. Dann ist N wie S. 136 die einzige wirklich vorhandene Kraft in der Drehungsebene. Die erste Ergänzungskraft ist die Centrifugalkraft $m \cdot x \cdot \omega^2$, die zweite ist aus denselben Gründen wie im vorigen Beispiele $= 2m \cdot w \cdot \omega$, normal zu AB gerichtet mit dem Sinne nach rechts. Bei der scheinbaren Bewegung ist wieder die Centrifugalkraft die einzige, welche Arbeit verrichtet; daher

$$\frac{m w^2}{2} - \frac{m w_1^2}{2} = m \cdot \omega^2 \int_{r_1}^{x} x \cdot dx = \frac{m \cdot \omega^2}{2} (x^2 - r_1^2), \quad \text{also}$$

$$1) \qquad w^2 = w_1^2 + \omega^2 (x^2 - r_1^2).$$

Hierdurch ist w für jede Stelle des Rohres bestimmt. Da die scheinbare Bewegung krummlinig erfolgt, so ist die Centripetal-Beschleunigung

$$\frac{w^2}{\varrho} = \frac{N + 2m \cdot w \cdot \omega - m \cdot x \cdot \omega^2 \cos \vartheta}{m}, \quad \text{also}$$

$$2) \qquad N = m \left\{ \frac{w^2}{\varrho} + x \cdot \omega^2 \cos \vartheta - 2 w \cdot \omega \right\};$$

sind ϱ und ϑ für jede Stelle des Rohres bekannt, so ist mit Hülfe von Gl. 1 auch N überall bestimmt.

Bei den **Radial-Turbinen** bewegen sich die Wassertheilchen an Schaufeln entlang, die etwa die Form $CABD$ haben, und üben dabei nach dem Gesetze der Wechselwirkung auf die Schaufel eine der Kraft N entgegengesetzte Druckkraft aus, welche eben die Triebkraft für das Rad bildet und daher an jeder Stelle positiv sein soll. Dagegen würde $N = 0$ die Bedingung sein für die Form derjenigen scheinbaren Bahnlinie, welche der Massenpunkt ohne Einwirkung wahrer Kräfte auf der sich drehenden Scheibe beschreiben würde. Die wahre Bahnlinie ist in diesem Falle eine Gerade.

3. Vorgeschriebene Bewegung längs eines Meridians der sich drehenden Erde.

Ein Massenpunkt m werde auf der nördlichen Halbkugel der Erde mit der Geschwindigkeit w längs eines Meridianes im Sinne