

d) Übergang zur widerstandslosen Bewegung.

Der einfache Fall, in welchem nur die Schwere wirkt, lässt sich aus den vorstehenden Untersuchungen ableiten. Soll nämlich der Widerstand W zu Null werden, so muss in Gl. 1 die für W massgebende Grösse $k = \infty$ gesetzt werden. Dabei liefern dann die Gleichungen 3, 4, 5, 6, 7, 9 bis 14 Ergebnisse, die zunächst in unbestimmten Formen $\infty \cdot 0$ und $\frac{0}{0}$ auftreten, aber nach den Lehren der Differentialrechnung oder durch sonstige geeignete Umformung in die einfachen Gleichungen der gleichförmig beschleunigten Bewegung übergeführt werden können. Es möge dies beispielsweise an Gl. 4 durchgeführt werden:

Mit wachsendem k , also abnehmendem $\frac{c}{k}$ verschwindet mehr und mehr der Unterschied zwischen dem Bogen $\frac{c}{k}$ und seiner Tangente, so dass $\arctg \frac{c}{k}$ mit $\frac{c}{k}$ vertauscht werden kann. Somit wird aus Gl. 4:

$$t_1 = \frac{k}{g} \cdot \frac{c}{k} = \frac{c}{g},$$

wie es sein muss.

Durch entsprechende Behandlung gehen die übrigen Gleichungen für $k = \infty$ über in:

$$\text{Gl. 5)} \quad x = \frac{c^2 - v^2}{2g},$$

$$\text{Gl. 6)} \quad h = \frac{c^2}{2g},$$

$$\text{Gl. 7)} \quad x = \frac{ct}{2},$$

$$\text{Gl. 9)} \quad h = \frac{v_1^2}{2g},$$

$$\text{Gl. 10)} \quad v_1 = \sqrt{2gh},$$

$$\text{Gl. 11)} \quad v_1 = c,$$

$$\text{Gl. 12)} \quad t = \frac{v}{g},$$

$$\text{Gl. 13)} \quad t_2 = \frac{v_1}{g},$$

$$\text{Gl. 14)} \quad t_2 = \frac{c}{g},$$

$$\text{Gl. 15)} \quad x = \frac{gt^2}{2}.$$

B. Freie krummlinige Bewegung eines Massenpunktes.

Eine krummlinige Bewegung entsteht, wenn Krafrichtung und Geschwindigkeitsrichtung nicht übereinstimmen.

Die Bewegung eines Punktes im Raum ist bestimmt durch die Bewegungen seiner Projektionen auf drei Achsen. Diese Projektionsbewegungen nennt man auch Seitenbewegungen. Ist R die auf den Massenpunkt wirkende Mittelkraft, p die Beschleunigung, also $R = mp$, sind X , Y und Z die Projektionen von R auf die drei Achsen oder die Seitenkräfte in der Richtung der Achsen, p_x , p_y , p_z die entsprechenden Beschleunigungen, d. h. die Projektionen von p auf die Achsen, so sind diese nach S. 6 zugleich die Beschleunigungen der drei Seiten- oder Projektionsbewegungen. D. h., wenn x , y , z die veränderlichen Koordinaten des Punktes, es ist

$$p_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{X}{m};$$

$$p_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv_y}{dt} = \frac{Y}{m};$$

$$p_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dv_z}{dt} = \frac{Z}{m}.$$

Es liegt dann die Aufgabe vor, hieraus durch Integration die Gleichungen der Projektionsbewegungen $x = f(t)$ u. s. w. zu entwickeln.