so vergrössert sich in Folge einer Vermehrung der Eintauchung um z der Auftrieb um $\gamma F z$. Dies ist also die Kraft, welche den Körper in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt und ihm eine Beschleunigung

$$p = -\frac{\gamma F z}{m} = -k^2 z$$

(Gl. 14) ertheilt. Dann ist

$$k^2 = \frac{\gamma F}{m} = \frac{\gamma F g}{m g} = \frac{\gamma F g}{\gamma V}$$

(nach Gl. 24), mithin $\quad k^2 = \frac{F}{V} g \quad$ und

25) $$t_1 = \frac{\pi}{k} = \pi \sqrt{\frac{V}{F g}}.$$

Die Schwingungslänge wird also nach Gl. 16 hier allgemein

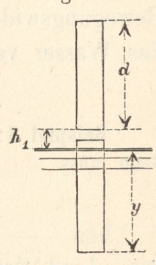
26) $$e = \frac{V}{F},$$

anstatt des besonderen Werthes h bei prismatischen Körpern.

c) Eintauchen eines ins Wasser fallenden lothrechten Stabes.

Lässt man einen prismatischen Stab vom Querschnitt F, der Länge d, dem Gewichte mg, dessen unteres Ende zu Anfang um h_1 über Wasser liegt, hinabfallen (Fig. 70), so kann die Tiefe y, bis zu welcher er überhaupt einsinkt, am einfachsten mittels des Satzes vom Arbeitsvermögen (1. Theil, S. 266) berechnet werden. Längs des Weges h_1 erfolgt eine gleichförmig beschleunigte Fallbewegung, längs des weiteren Weges y eine Bewegung unter Einwirkung eines veränderlichen Auftriebs, d. h. nach den auf S. 53 u. ff. gegebenen Regeln, und schliesslich ist die Aufwärtsbewegung der Abwärtsbewegung symmetrisch. Bei der Berechnung der Arbeit braucht man aber auf die Einzelheiten der Bewegung nicht einzugehen. Einer Eintauchung y entspricht ein

Fig. 70.



Auftrieb $K = \gamma F y$, und die Arbeit dieser veränderlichen Kraft beträgt bis zu einer Eintauchung y:

27) $$\mathfrak{A} = -\int_0^y K\,dy = -\tfrac{1}{2}\gamma F y^2.$$

Da nun in der höchsten und in der tiefsten Lage die Geschwindigkeit des Stabes Null ist, so muss die Gesammtarbeit der Schwere und des Auftriebs auch Null sein, daher

$$mg(h_1 + y) = \tfrac{1}{2}\gamma F y^2.$$

Bezeichnet man wieder die Eintauchungstiefe im Gleichgewichte mit h, so ist

$$mg = \gamma \cdot F \cdot h \quad \text{und}$$

$$2h(h_1 + y) = y^2; \quad \text{dies giebt}$$

28) $$y = h\left(1 \pm \sqrt{1 + 2\frac{h_1}{h}}\right).$$

von den doppelten Vorzeichen ist hier nur das Zeichen $+$ verwendbar. Diese Gleichung ist aber nur gültig, solange $y \leqq d$ bleibt, weil für $y > d$ der Auftrieb nicht mehr veränderlich sein würde. Demnach muss die Höhe des freien Falles

29) $$h_1 \leqq \left(\frac{d}{2h} - 1\right) d$$

sein. Dies ist nur möglich für $d > 2h$. Hierbei sind freilich die Bewegungswiderstände und der Arbeitsverlust beim Aufschlagen auf das Wasser vernachlässigt.

Beispiel 3: Es sei $d = 1^{\mathrm{m}}$, die Gleichgewichtseintauchung $h = 0{,}4^{\mathrm{m}}$, dann muss

$$h_1 \leqq \frac{d}{4}, \quad \text{d. h.} \quad h_1 \leqq 0{,}25^{\mathrm{m}}$$

sein. Lässt man nun den Stab aus der Höhe $h_1 = 0{,}2^{\mathrm{m}}$ fallen, so beträgt die stärkste Eintauchung

$$y = 0{,}4\left(1 + \sqrt{1 + 1}\right) = 0{,}966^{\mathrm{m}}.$$