Die Entwickelung dieser Gleichung nach v liefert $v = \psi(t)$. Dann wird

$$dx = v \cdot dt = \psi(t) \cdot dt,$$

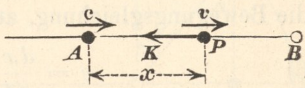
woraus sich $x = \int \psi(t) \cdot dt + C_1 = f(t)$ ergiebt.

Die folgenden Untersuchungen liefern Beispiele zu diesen allgemeinen Andeutungen. Der Fall, dass die Kraft als Funktion der Zeit gegeben sei, ist ausserordentlich einfach, kommt aber in der Anwendung kaum vor. Daher gehen wir sogleich zu einem Falle der zweiten Art über.

1. Geradlinige Schwingung eines Massenpunktes.

Ein Massenpunkt m stehe unter Einwirkung einer von einem festen Punkt A ausgehenden Anziehungskraft, welche stets das Bestreben hat, ihn nach A hinzuziehen (Fig. 60). Diese Anziehungskraft K sei verhältnisgleich mit dem Abstand x des Massenpunktes m von dem Festpunkt A. Befindet sich der Massenpunkt in A, so hat die Kraft den Werth Null, es ist daher A die Gleichgewichtslage des Massenpunktes. In ihr befinde sich der Massenpunkt zu Anfang, erfahre nun aber, etwa durch einen Stoss, eine Anfangsgeschwindigkeit c, die ihn aus der Gleichgewichtslage A entfernt. Dann wirkt auf ihn in derselben Richtung, aber in entgegengesetztem Sinne, die Kraft K, so dass die Bewegung eine geradlinige werden muss. Da K mit x verhältnisgleich ist, so kann man die Beschleunigung setzen

Fig. 60.



1) $$p = -\frac{K}{m} = -k^2 x.$$

Dann bedeutet k^2 die absolute Grösse der Beschleunigung im Abstande $= 1$ von der Gleichgewichtslage, und man erhält

2) $$\frac{dv}{dt} = -k^2 \cdot x;$$

multiplicirt man mit $v\,dt = dx$, so wird

$$v\,dv = -k^2 x\,dx, \quad \text{also}$$

$$v^2 = -k^2 x^2 + C$$

und weil $v = c$ war, für $x = 0$:

3) $$\boldsymbol{v = \sqrt{c^2 - k^2 x^2}.}$$

Setzt man nun $v = \frac{dx}{dt}$, so wird

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{c^2 - k^2 x^2}} = \frac{1}{k}\,\frac{dx}{\sqrt{\frac{c^2}{k^2} - x^2}} = \frac{1}{k}\,\frac{d\left(\frac{k}{c}x\right)}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{c^2}x^2}};$$

dies giebt

4) $$t = \frac{1}{k}\arcsin\frac{kx}{c} + C_1$$

(mit $C_1 = 0$, weil $x = 0$ für $t = 0$). Hiernach ist

5) $$\boldsymbol{x = \frac{c}{k}\sin kt}$$

die Bewegungsgleichung, aus der noch die Geschwindigkeitsgleichung

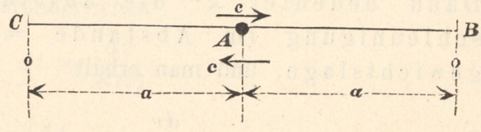
6) $$v = \frac{dx}{dt} = c \cdot \cos kt \quad \text{entsteht.}$$

Für	$t = 0$	$\frac{\pi}{2k}$	$\frac{\pi}{k}$	$\frac{3}{2}\frac{\pi}{k}$	$\frac{2\pi}{k}$	
wird	$x = 0$	$\frac{c}{k}$	0	$-\frac{c}{k}$	0	
und	$v = c$	0	$-c$	0	c	
(Punkt	A	B	A	C	A	Fig. 61).

$$x = \frac{c}{k} \quad \text{und} \quad x = -\frac{c}{k}$$

sind grösste und kleinste Werthe von x; nach einer Zunahme der Zeit um je $\frac{2\pi}{k}$, d. h. nach einer Zunahme der Grösse kt um je 2π kehren in den periodischen Funktionen der Gl. 5 und 6 stets die gleichen Werthe wieder.

Fig. 61.



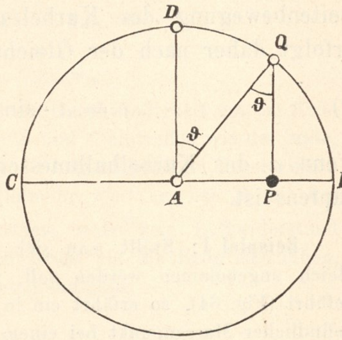
Während der Zeit $\frac{2\pi}{k}$ wird die Bahnlinie BC von dem Massenpunkte hin und her durchlaufen. Eine solche Bewegung nennt man eine Schwingungsbewegung. Der Massenpunkt schwingt um die Gleichgewichtslage als Mitte; es ist $\frac{2\pi}{k}$ die Zeit einer Doppelschwingung,

7) $$t_1 = \frac{\pi}{k}$$

die Dauer einer einfachen Schwingung.

Die Schwingungsdauer ist nach Gl. 7 nur von der Beschleunigungsgrösse k^2 (im Abstande gleich Eins) abhängig; die Geschwindigkeit c, mit welcher der Massenpunkt durch die Gleichgewichtslage geht, beeinflusst nur die halbe Schwingungsweite a; diese wird für $t = \frac{\pi}{2k}$ nach Gl. 5

Fig. 62.



8) $$a = \frac{c}{k}.$$

Solche Schwingungsbewegung kann man sehr einfach zur Darstellung bringen, wenn man einen Punkt mit gleichbleibender Geschwindigkeit c in einem Kreisumfange vom Halbmesser $a = c : k$ führt und diese Bewegung auf einen Durchmesser projicirt. Beginnt die Bewegung in D, so ist $DQ = ct$, daher

$$\measuredangle DAQ = \measuredangle AQP = ct : a = kt,$$

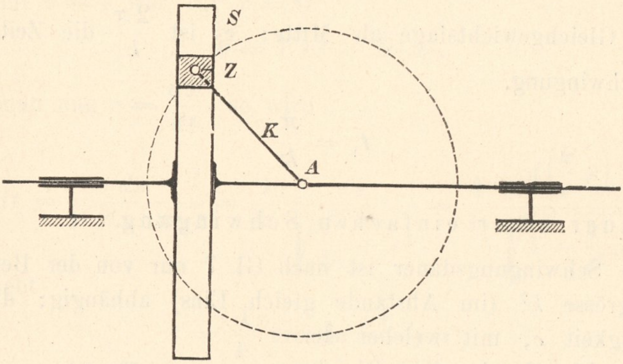
$$AP = x = a \sin kt,$$

d. h. mit Gl. 5 übereinstimmend.

Eine solche Projektionsbewegung einer Kreisbewegung kommt vor bei der **Kurbelschleife** (Fig. 63). Dreht sich die Kurbel K gleichmässig um die Achse A, so gleitet der auf den Kurbelzapfen Z

gesteckte würfelförmige „Stein“ in dem Schlitze der wagerecht geführten Kurbelschleife S und überträgt auf sie nur die wagerechte

Fig. 63.



Seitenbewegung des Kurbelzapfens. Die Bewegung der Schleife erfolgt daher nach der Gleichung

9) $$x = a \cdot \sin kt = a \cdot \sin \frac{c \cdot t}{a},$$

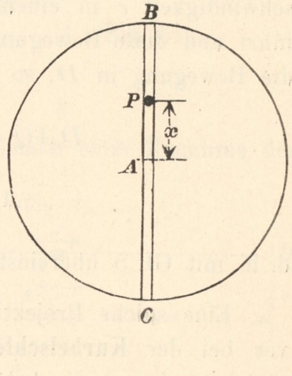
wenn a der Kurbelhalbmesser, c die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens ist.

Beispiel 1: Stellt man sich vor, durch die Erde, deren Dichte überall gleich angenommen werden soll, sei längs eines Durchmessers eine Röhre geführt (Fig. 64), so erfährt ein in der Röhre befindlicher Massenpunkt bei einem Abstand x vom Erdmittelpunkt A nach 1. Theil, S. 58, Gl. 7, eine Fallbeschleunigung

$$g_x = g\,\frac{x}{r},$$

wenn r der Erdhalbmesser und g die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche ist. Da die nach dem Punkt A gerichtete Anziehungskraft mit x verhältnisgleich, so ist die Bedingung der Schwingung nach Gl. 5 erfüllt. Für $x = 1$ wird

Fig. 64.



$$g_x = \frac{g}{r} = k^2, \quad \text{daher ist}$$

10) $$k = \sqrt{\frac{g}{r}}.$$

Hatte nun der Massenpunkt an der Stelle B die Geschwindigkeit Null, so ist nach Gl. 8

$$AB = r = a = \frac{c}{k} = c\sqrt{\frac{r}{g}}$$

die halbe Schwingungsweite, woraus

11) $$c = \sqrt{g\,r}$$

folgt als Geschwindigkeit, mit welcher der Massenpunkt die Gleichgewichtslage A durchläuft. Der Massenpunkt langt bei C mit der Geschwindigkeit Null an, kehrt nach B zurück und wiederholt diese Bewegungen fortgesetzt. Das einmalige Durchlaufen des Durchmessers erfordert die Zeit

12) $$t_1 = \frac{\pi}{k} = \pi\sqrt{\frac{r}{g}};$$

es ist dies die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels von der Schwingungslänge r (Erdhalbmesser) bei kleiner Schwingungsweite (s. 1. Theil, S. 78).

Mit $r = 6\,370\,000^{\text{m}}$ und $g = 9{,}81\ {}^{\text{m}}/_{\text{s.}^2}$ wird

$$t_1 = \pi\sqrt{\frac{6\,370\,000}{9{,}81}} = 2532^{\text{s.}} = 42{,}2^{\text{min.}};$$

$$c = \sqrt{9{,}81 \cdot 6\,370\,000} = 7905\ {}^{\text{m}}/_{\text{s.}}$$

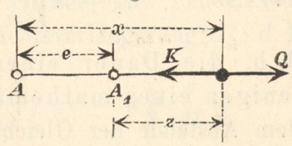
Würde man einen zweiten Punkt mit dieser Geschwindigkeit um die Erde führen, so würde er stets in derselben Zeit in B und C eintreffen wie der erste, den Durchmesser BC durchschwingende Punkt. Übrigens braucht dieser zweite Punkt nicht einmal geführt zu werden, vielmehr wird er, bei B mit der wagerechten Geschwindigkeit $c = \sqrt{g\,r}$ versehen, wenn kein Luftwiderstand auftritt, die Erde frei umkreisen, ohne einen Druck auf die Erde auszuüben, weil die Schwere mg allein zur Centripetalbeschleunigung

$$p_n = \frac{c^2}{r} = \frac{g\,r}{r} = g.$$

verbraucht wird.

Hinzutreten einer unveränderlichen Kraft. In den meisten Fällen, wo Schwingungsbewegungen auftreten, wirkt ausser der veränderlichen Kraft K noch eine unveränderliche Kraft Q, gewöhnlich das Gewicht des Massenpunktes. Es lässt sich zeigen, dass deren Hinzukommen die Grundeigenschaften der Bewegung nicht erheblich ändert.

Fig. 65.



Ist (Fig. 65) A der Ausgangspunkt (Nullpunkt) der veränderlichen Kraft $K = m \cdot k^2 \cdot x$, von welchem aus x gemessen wird, und tritt nun vielleicht in entgegengesetztem

Sinne die Kraft Q hinzu, so wird die Mittelkraft $= m \cdot k^2 x - Q$. Diese wird Null für

13) $$x = \frac{Q}{m k^2} = e = A A_1,$$

d. h. die Stelle A_1 ist jetzt die Gleichgewichtslage. Nennt man $z = x - e$ den Abstand des Massenpunktes von A_1, so wird unter Einsetzung von $x = z + e$ die Mittelkraft nunmehr

$$m \cdot k^2(z + e) - Q = m \cdot k^2(z + e) - m \cdot k^2 e = m \cdot k^2 z,$$

weil nach Gl. 13 $Q = m k^2 e$ ist. Diese Mittelkraft ist nach der Gleichgewichtslage gerichtet und ertheilt dem Massenpunkt eine Beschleunigung

14) $$p = -k^2 z$$

im Sinne des wachsenden z. Hierin bedeutet k^2 die absolute Beschleunigungsgrösse im Abstande $= 1$ von der Gleichgewichtslage. Die Vergleichung mit Gl. 1 (S. 53) zeigt nur eine Vertauschung des Buchstaben x mit z; beide bedeuten aber den Abstand des Massenpunktes von der Gleichgewichtslage. Bezeichnet daher wieder

c die Geschwindigkeit in der Gleichgewichtslage,

a die halbe Schwingungsweite,

t_1 die Dauer einer einfachen Schwingung,

so gilt nach Gl. 7 u. 8:

15) $$t_1 = \frac{\pi}{k}; \quad a = \frac{c}{k}; \quad c = k a.$$

Ist die unveränderliche Kraft Q die Schwerkraft mg, so wird nach Gl. 13

16) $$e = \frac{g}{k^2}, \quad \text{also} \quad k^2 = \frac{g}{e}, \quad \text{mithin}$$

17) $$t_1 = \pi \sqrt{\frac{e}{g}}; \quad a = c \sqrt{\frac{e}{g}}; \quad c = a \sqrt{\frac{g}{e}},$$

d. h. die Dauer einer Schwingung ist nun gleich derjenigen eines mathematischen Pendels von der Länge $e =$ dem Abstande der Gleichgewichtslage von dem Nullpunkte der veränderlichen Kraft $=$ der Verschiebung der Gleichgewichtslage in Folge des Hinzutretens der Kraft $Q = mg$.

Vorstehende Entwickelungen finden auf die meisten elastischen (Feder-) Schwingungen Anwendung, wenn man die eigene Masse des elastischen Körpers gegenüber der angehängten Masse vernachlässsigen darf.

a) Schwingungen in Folge elastischer Aufhängung.

Hängt an einer lothrechten elastischen Stange (Fig. 66) vom Querschnitt F, der Länge l in (spannungslosem Zustande) und dem Elasticitätsmafs E eine Masse m, so bewirkt deren Gewicht mg eine Gleichgewichtsverlängerung

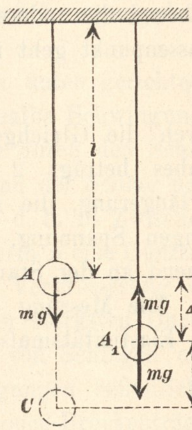
$$\Delta l = \frac{l}{E}\frac{mg}{F}$$

(2. Theil, S. 5), während eine Verlängerung um x, verbunden mit einer gleichen Verschiebung des Punktes m aus der Lage A nach unten eine Spannkraft

$$K = \frac{EF}{l}x$$

hervorbringt. Die Kraft K entspricht also der Gl. 1 (S. 53); es ist A der Nullpunkt der veränderlichen Kraft. Für $x = \Delta l$ heben sich K und mg auf, daher ist

Fig. 66.



18) $$e = \Delta l$$

die Verschiebung der Gleichgewichtslage A_1 des Punktes von dem Nullpunkt A der Spannkraft. Wird also der elastisch aufgehängte Punkt m etwa durch einen Stoss oder Schlag derartig in Bewegung gesetzt, dass er mit einer lothrechten Geschwindigkeit c durch die Gleichgewichtslage A_1 geht, so führt er Schwingungen um die Gleichgewichtslage aus, deren Dauer gleich der eines Pendels von einer Schwingungslänge = der Gleichgewichtsverlängerung Δl; d. h.

19) $$t_1 = \pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}\,; \quad \text{ferner} \quad a = c\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}\,; \quad c = a\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}\,.$$

Ob die Schwingungslänge $2a$ gross oder klein, hat auf t_1 keinen Einfluss, sofern nur die Gleichung für die Spannkraft

$K = \frac{E \cdot F}{l} x$ gültig bleibt; es darf also der Stab nicht über die Proportionalitätsgrenze verlängert werden; auch darf der Stab bei der Aufwärtsbewegung sich nicht ausbiegen. Solange die halbe Schwingungsweite $a \leq \varDelta l$ ist, wird der Stab nur Zugkräfte auszuhalten haben. Ist aber gerade $a = \varDelta l$, so fällt die höchste Lage des Punktes m mit A zusammen, wobei der Stab eben spannungslos wird.

Dieser Fall tritt ein, wenn die Masse m mit der spannungslosen Stange verbunden und plötzlich losgelassen wird. Dann hat m zu Anfang die Geschwindigkeit Null, die Beschleunigung g nach unten. Es fällt die obere Grenzlage des Punktes mit A zusammen, während die andere Grenzlage C um $2a = 2 \cdot \varDelta l$ tiefer liegt. Der Massenpunkt geht mit der Geschwindigkeit

20) $$c = \sqrt{\varDelta l \cdot g}$$

durch die Gleichgewichtslage A_1. Die stärkste Verlängerung des Stabes beträgt $2 \cdot \varDelta l$, d. h. das Doppelte der Gleichgewichtsverlängerung, die stärkste Spannung also auch das Doppelte derjenigen Spannung, welche entstehen würde, wenn die Masse m ruhend an der Stange hinge. (Vgl. 2. Theil, S. 106.)

Die Messung der Schwingungsdauer t_1 kann zur Bestimmung des Elasticitätsmafses E benutzt werden. Denn es ist (Gl. 19)

$$\varDelta l = \frac{l}{E} \frac{mg}{F} = g \frac{t_1^2}{\pi^2}, \quad \text{also}$$

21) $$E = \frac{\pi^2}{t_1^2} \frac{mg \cdot l}{gF}.$$

Beispiel 2: Für einen Stahlstab sei $E = 2\,500\,000$ at; $F = 1$ qcm; $l = 5$ m $= 500$ cm; $mg = 1000$ kg. Dann ist die Gleichgewichtsspannung $\sigma_0 = 1000$ at, die entsprechende Verlängerung

$$\varDelta l = \frac{1000 \cdot 500}{2\,500\,000} = 0{,}2 \text{ cm}.$$

Die Schwingungsdauer entspricht einer Pendellänge $= 0{,}2$ cm und beträgt mit $g = 981$ cm/s²

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{0{,}2}{981}} = \frac{1}{22} \text{ Sekunden.}$$

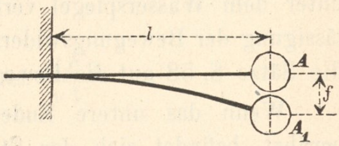
Beginnt die Bewegung bei A, dem spannungslosen Zustande der Stange entsprechend, so geht die Masse m mit der Geschwindigkeit

$$c = \sqrt{0{,}2 \cdot 981} = 14 \text{ cm/s}.$$

durch die Gleichgewichtslage A_1.

Querschwingungen. Annähernd gelten die Gl. 15—17 auch, wenn ein leichter elastischer Stab durch die daran befestigte Masse m nach Fig. 67 in Biegungsspannungen versetzt wird, weil innerhalb der Elasticitätsgrenze die Durchbiegung verhältnisgleich mit der biegenden Kraft wächst. Die Lage A entspricht dem spannungslosen Zustande des Stabes. Die Gleichgewichtslage A_1 befindet sich um das Mafs der einer Last mg zugehörigen Durchbiegung

Fig. 67.



22) $$f = \frac{mg \cdot l^3}{3\,EJ} = e$$

(2. Theil, S. 43, Gl. 7) tiefer als A, wenn l die Länge des Stabes, J das Trägheitsmoment seines Querschnitts. Die Schwingungsdauer entspricht einer Pendellänge f.

Kommt die Masse etwa durch einen nach unten gerichteten Schlag aus der Gleichgewichtslage, so ist die halbe Schwingungsweite a nach Gl. 17 von der dem Massenpunkte durch den Schlag ertheilten Geschwindigkeit c abhängig. Wird nun der Schlag nach einer oder nach mehreren Doppelschwingungen, d. h. in Zwischenzeiten $2t_1$, $4t_1$ oder allgemein $2nt_1$ wiederholt (worin n eine Ganzzahl bedeutet), so entsteht dadurch jedes Mal eine Vergrösserung der Geschwindigkeit c und in Folge dessen auch der stärksten Durchbiegung und Spannung. Solche Wiederholung von Schlägen oder Stössen kann also einen in elastischen Schwingungen befindlichen Stab zum Bruche führen. Aus diesem Grunde können Brückenträger, für welche die Dauer einer einfachen Schwingung t_1 beträgt, gefährdet werden, wenn Menschen in gebundenem Schritt über die Brücke marschiren und die Dauer eines Schrittes ein ganzes Vielfaches von $2t_1$ beträgt. Auch die Stösse eines Eisenbahnzuges erfolgen in einem gewissen Takte; daher spricht man von einer „kritischen" Geschwindigkeit eines Zuges in Bezug auf eine Brücke. Wiederholen sich aber die Stösse in der Zwischenzeit t_1, der Dauer einer einfachen Schwingung, so hebt jeder zweite Stoss die Wirkung des ersten wieder auf, so dass gefährliche Schwingungen weniger leicht zu erwarten sind.

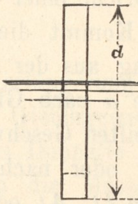
b) Lothrechte Schwingung schwimmender Körper.

Ein prismatischer Stab von dem Querschnitt F und der Länge d (Fig. 67) sei am unteren Ende derartig beschwert, dass er, um die

Länge h in Wasser eingetaucht, in lothrechter Schwimmlage im Gleichgewicht ist. Dann heben sich an dem Stabe das Gewicht mg und der Auftrieb $A = \gamma F h$ (vergl. 2. Theil, S. 184) auf, wenn γ das Gewicht der Kubikeinheit des Wassers. Beträgt die eingetauchte Länge des Stabes x, so hat der Auftrieb die Grösse $K = \gamma \cdot F \cdot x$, ist also eine mit der Tiefe x des unteren Stabendes unter dem Wasserspiegel verhältnisgleiche Kraft. Unter Vernachlässigung der Bewegungswiderstände des Stabes im Wasser kann man die Sätze S. 58 auf die Bewegung des Stabschwerpunktes anwenden.

Wenn das untere Ende des Stabes den Wasserspiegel eben berührt, befindet sich der Stabschwerpunkt in der Lage, die dem Werthe Null der Kraft K entspricht. Ruhig schwimmend, liegt der Stab um h tiefer als in der eben genannten Lage für $K = 0$; es ist daher die S. 58 eingeführte Grösse e hier

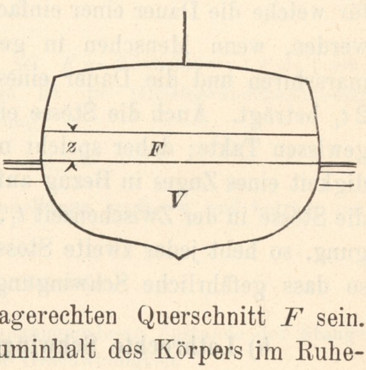
Fig. 68.



23) $$e = h.$$

Wird der Stab durch einen leichten Stoss aus der Ruhelage gebracht, so schwingt er um die Gleichgewichtslage als Mitte, und die Dauer einer einfachen Schwingung entspricht einer Pendellänge, gleich der Eintauchungstiefe h im Ruhezustande. Es darf nur die Bewegung nicht so bedeutend sein, dass der Stab ganz unter Wasser oder ganz aus dem Wasser komme, denn in beiden Fällen verschwindet die Veränderlichkeit des Auftriebes K.

Fig, 69.



Obige Betrachtungen bleiben auch gültig, wenn der eingetauchte Körper nicht prismatisch ist; es muss nur derjenige Theil des schwimmenden Körpers, der bei der Schwingung durch die Wasserspiegelebene hindurch geht, ein lothrechtes Prisma von dem wagerechten Querschnitt F sein. Nennt man V den eingetauchten Rauminhalt des Körpers im Ruhezustande, so dass

24) $$\gamma V = mg,$$

so vergrössert sich in Folge einer Vermehrung der Eintauchung um z der Auftrieb um $\gamma F z$. Dies ist also die Kraft, welche den Körper in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt und ihm eine Beschleunigung

$$p = -\frac{\gamma F z}{m} = -k^2 z$$

(Gl. 14) ertheilt. Dann ist

$$k^2 = \frac{\gamma F}{m} = \frac{\gamma F g}{m g} = \frac{\gamma F g}{\gamma V}$$

(nach Gl. 24), mithin $k^2 = \frac{F}{V} g$ und

25) $$t_1 = \frac{\pi}{k} = \pi \sqrt{\frac{V}{Fg}}.$$

Die Schwingungslänge wird also nach Gl. 16 hier allgemein

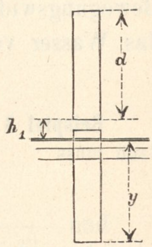
26) $$e = \frac{V}{F},$$

anstatt des besonderen Werthes h bei prismatischen Körpern.

c) Eintauchen eines ins Wasser fallenden lothrechten Stabes.

Lässt man einen prismatischen Stab vom Querschnitt F, der Länge d, dem Gewichte mg, dessen unteres Ende zu Anfang um h_1 über Wasser liegt, hinabfallen (Fig. 70), so kann die Tiefe y, bis zu welcher er überhaupt einsinkt, am einfachsten mittels des Satzes vom Arbeitsvermögen (1. Theil, S. 266) berechnet werden. Längs des Weges h_1 erfolgt eine gleichförmig beschleunigte Fallbewegung, längs des weiteren Weges y eine Bewegung unter Einwirkung eines veränderlichen Auftriebs, d. h. nach den auf S. 53 u. ff. gegebenen Regeln, und schliesslich ist die Aufwärtsbewegung der Abwärtsbewegung symmetrisch. Bei der Berechnung der Arbeit braucht man aber auf die Einzelheiten der Bewegung nicht einzugehen. Einer Eintauchung y entspricht ein

Fig. 70.



Auftrieb $K = \gamma F y$, und die Arbeit dieser veränderlichen Kraft beträgt bis zu einer Eintauchung y:

$$27)\qquad \mathfrak{A} = -\int_0^y K\,dy = -\tfrac{1}{2}\gamma F y^2.$$

Da nun in der höchsten und in der tiefsten Lage die Geschwindigkeit des Stabes Null ist, so muss die Gesammtarbeit der Schwere und des Auftriebs auch Null sein, daher

$$mg(h_1 + y) = \tfrac{1}{2}\gamma F y^2.$$

Bezeichnet man wieder die Eintauchungstiefe im Gleichgewichte mit h, so ist

$$mg = \gamma \cdot F \cdot h \quad \text{und}$$

$$2h(h_1 + y) = y^2; \quad \text{dies giebt}$$

$$28)\qquad y = h\left(1 \pm \sqrt{1 + 2\frac{h_1}{h}}\right).$$

von den doppelten Vorzeichen ist hier nur das Zeichen $+$ verwendbar. Diese Gleichung ist aber nur gültig, solange $y \leqq d$ bleibt, weil für $y > d$ der Auftrieb nicht mehr veränderlich sein würde. Demnach muss die Höhe des freien Falles

$$29)\qquad h_1 \leqq \left(\frac{d}{2h} - 1\right)d$$

sein. Dies ist nur möglich für $d > 2h$. Hierbei sind freilich die Bewegungswiderstände und der Arbeitsverlust beim Aufschlagen auf das Wasser vernachlässigt.

Beispiel 3: Es sei $d = 1^{\text{m}}$, die Gleichgewichtseintauchung $h = 0{,}4^{\text{m}}$, dann muss

$$h_1 \leqq \frac{d}{4}, \quad \text{d. h.} \quad h_1 \leqq 0{,}25^{\text{m}}$$

sein. Lässt man nun den Stab aus der Höhe $h_1 = 0{,}2^{\text{m}}$ fallen, so beträgt die stärkste Eintauchung

$$y = 0{,}4\,(1 + \sqrt{1+1}) = 0{,}966^{\text{m}}.$$