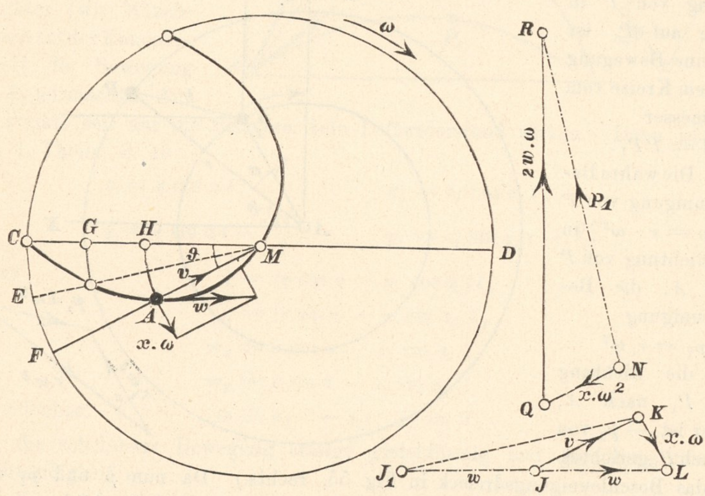
2. Scheinbare Bewegung in Bezug auf einen beliebig bewegten Raum.

In diesem Falle sind u und p_2 selbstverständlich Geschwindigkeit und Beschleunigung derjenigen Stelle des bewegten Raumes, an dem der Punkt oder Körper sich gerade befindet. Da ferner nach Gl. 3, S. 40 $p \equiv p_1, p_2, p_3$, so wird hieraus

1) $$p_1 \equiv p, (-p_2), (-p_3).$$

Beispiel 1: Eine wagerechte Scheibe (Fig. 57) drehe sich gleichförmig rechts herum mit der Winkelgeschwindigkeit ω um ihre lothrechte Achse; oberhalb derselben führe ein Punkt eine gleichmässige Bewegung längs einer wagerechten Geraden aus, die durch den Mittelpunkt der Scheibe geht. Diese wirkliche Bewegung erfolge mit der Geschwindigkeit v. Es soll die scheinbare Bewegung in Bezug auf die Scheibe bestimmt werden. Man stelle sich etwa vor, dass die Kante eines gegen die Scheibe erhöht liegenden Lineals die wirkliche Bahnlinie des Punktes, und dass der Punkt die Spitze eines Bleistiftes sei, den man gleichmässig an dem Lineale entlang bewegt, während die darunter

Fig. 57.



befindliche Scheibe sich gleichmässig dreht; dann zeichnet der Bleistift die scheinbare Bahnlinie auf. Ist C der Anfangspunkt der Bewegung, so erhält man leicht eine Anzahl von Punkten der scheinbaren Bahnlinie, indem man, von C beginnend, links herum den Winkel $\omega = CME = EMF$ u. s. f. hintereinander aufträgt und ebenso die Längen $v = CG = GH$ u. s. f. auf der

Geraden CMD abmisst. Schneidet ein durch H gelegter Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M den Halbmesser MF in A, so ist A ein Punkt der scheinbaren Bahnlinie. Denn es muss der Geraden CMD, auf der sich der Punkt bewegt, eine Drehung um M ertheilt werden, welche der wahren Drehung der Scheibe gleich und entgegengesetzt ist.

Setzt man $\sphericalangle CMA = \vartheta$, $MA = x$, $CM = r$, so ist

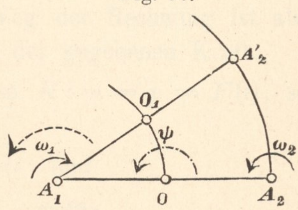
$$r - x = vt; \quad \vartheta = \omega t;$$

daraus entsteht $$x = r - \frac{v}{\omega}\vartheta;$$

diese Gleichung bedeutet, weil die Beziehung zwischen x und ϑ linear ist, eine archimedische Spirale. Die scheinbare Geschwindigkeit w im Punkt A ist die Diagonale eines Rechtecks aus v in der Richtung AM und dem dazu rechtwinkligen $x\omega$. — Zur Bestimmung der scheinbaren Beschleunigung ist zu bedenken, dass $p = 0$, weil die wahre Bewegung gleichförmig erfolgt; daher muss $p_1 \equiv (-p_2), (-p_3)$ sein. Es bedeutet darin $-p_2$ die Centrifugalbeschleunigung $x \cdot \omega^2$, in der Richtung MA, d. h. rechtwinklig zu $KL = x \cdot \omega$ (Fig. 57, rechts unten) aufgetragen. Es ist $p_3 = 2w \cdot \omega$, weil $\alpha = 90^0$ ist. Richtung und Sinn von p_3 stimmt überein mit der Bewegung des Endpunkts von $w \cdot dt$, also auch von w bei einer Drehung um A mit der Winkelgeschwindigkeit ω der Scheibe, d. h. rechts herum. Daher ist $+p_3$ rechtwinklig zu w nach unten, $-p_3$ also nach oben gerichtet. Hiermit ist p_1 bestimmt. Verlängert man in dem Geschwindigkeitsdreieck (Fig. 57, rechts unten) LJ nach links um $JJ_1 = w$ und zieht J_1K, so ist $\triangle J_1KL \sim \triangle RNQ$, denn es ist $QN \perp KL$; $RQ \perp LJ_1$, mithin $\sphericalangle NQR = \sphericalangle KLJ_1$ und ausserdem $\overline{NQ} = \omega \cdot \overline{KL}$, $\overline{QR} = \omega \cdot \overline{LJ_1}$; daher wird $p_1 \perp J_1K$ und $p_1 = \omega \cdot \overline{J_1K}$. Es weicht p_1 von seiner normalen Seitenbeschleunigung p_n ($\perp w$) nach links ab, d. h. die scheinbare Bewegung geschieht mit tangentialer Verzögerung, wie es sein muss, da $x\omega$ bei Annäherung an die Mitte kleiner wird, mithin w abnehmen muss.

Beispiel 2: Zwei Körper K_1 und K_2 drehen sich um Parallelachsen A_1 und A_2 (Fig. 58) mit den Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 entgegengesetzten Sinnes. Es soll die scheinbare Bewegung von K_2 in Bezug auf K_1 gesucht werden. Zu diesem Zwecke hat man K_2 ausser seiner Drehung ω_2 noch eine Drehung ω_1, entgegengesetzt der Bewegung von K_1, d. h. mit ω_2 gleichen Sinnes, zu ertheilen, wie bei A_1 punktirt angegeben. Diese beiden Drehungen um A_1 und A_2 lassen sich nach S. 31 für jeden Augenblick vertauschen mit einer Drehung um eine Achse $O \parallel A_1$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\psi = \omega_1 + \omega_2$, u. zw. ist

Fig. 58.



$$\frac{OA_1}{OA_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Nach der Zeit t hat die Achse A_2 sich in ihrer scheinbaren Bewegung nach A_2' bewegt, wenn $A_2 A_1 A_2' = \omega_1 t$ ist. Dann liegt, wenn ω_1 und ω_2 sich nicht ändern, die augenblickliche Drehachse bei O_1. Der Cylinder $O O_1$ mit der Achse A_1 und dem Halbmesser $A_1 O$ ist der Ort der augenblicklichen Drehachsen, und da O auch von A_2 einen unveränderlichen Abstand hat, so ist ein mit dem Körper K_2 verbundener Cylinder $P P_1$ (Fig. 59) der Ort derjenigen Geraden des Körpers K_2, welche der Reihe nach mit den augenblicklichen Drehachsen O, O_1 . . . zusammenfallen. Die scheinbare Bewegung von K_2 in Bezug auf K_1 ist nach S. 19 ein Rollen des Cylinders $P P_1$ auf dem Cylinder $O O_1$. Sind diese Cylinderflächen an den Körpern thatsächlich vorhanden, so haben sie an der Berührungsstelle stets die Gleitgeschwindigkeit Null. Es beruht auf diesem Verhalten die Lehre von der Verzahnung der Zahnräder.

Fig. 59.