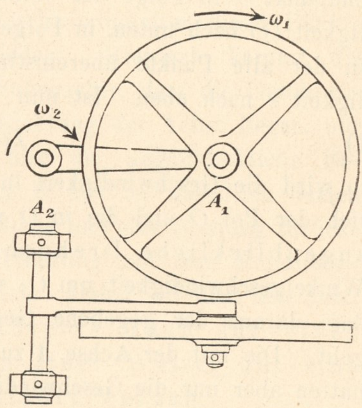
lässt sich natürlich eine Drehung um O mit der Winkelgeschwindigkeit ω zerlegen in eine Drehung um eine zu O parallele Achse A im Abstande l von O mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω und eine gleichzeitige Verschiebung rechtwinklig zu der durch O und A gelegten Ebene mit der Geschwindigkeit $c = l\omega$.

2. Drehungen um parallele Achsen.

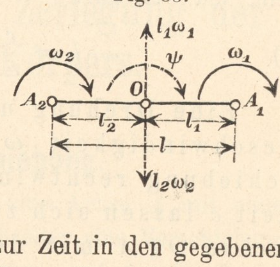
Dreht sich (Fig. 34) ein Körper, vielleicht ein Rad, um eine Achse A_1 mit einer Winkelgeschwindigkeit ω_1, befindet sich aber die Achse A_1 an einem Kurbelarme von der Länge l, der sich zugleich mit der Geschwindigkeit ω_2 um eine Achse A_2 dreht, so hat der Körper eine von beiden Drehungen beeinflusste Bewegung, die aber, weil sie eine e b e n e Bewegung ist, in jedem Augenblick auf eine einzige Drehung um eine Achse O zurückgeführt werden kann.

Fig. 34.



Haben ω_1 und ω_2 übereinstimmenden Drehsinn, so wähle man in der durch A_1 und A_2 gehenden Ebene (Fig. 35) eine zu beiden parallele Achse O, welche von A_1 und A_2 die Abstände l_1 und l_2 hat; diese Achse empfängt von ω_1 eine Geschwindigkeit $l_1\omega_1$ aufwärts, von ω_2 eine Geschwindigkeit $l_2\omega_2$ abwärts. Die Gesammtgeschwindigkeit der Achse O ist also Null, wenn

Fig. 35.



$$3) \quad l_1\omega_1 = l_2\omega_2 \quad \text{oder} \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Hierdurch ist die augenblickliche Drehachse gefunden. Für ihre Winkelgeschwindigkeit ψ ist Bedingung, dass die zur Zeit in den gegebenen Achsen befindlich gedachten Körperpunkte ihre wahren Geschwindigkeiten wiedererhalten. A_1 bekommt durch ω_2 eine Geschwindigkeit

$(l_1 + l_2)\omega_2$, durch ψ eine Geschwindigkeit $l_1 \cdot \psi$. Ein Körperpunkt A_2 würde durch ω_1 eine Geschwindigkeit $(l_1 + l_2)\omega_1$, durch ψ eine Geschwindigheit $l_2 \psi$ erhalten. Daher muss stattfinden:

$$l_1 \psi = (l_1 + l_2)\omega_2 \quad \text{uud} \quad l_2 \psi = (l_1 + l_2)\omega_1, \text{ d. h.}$$

$$(l_1 + l_2)\psi = (l_1 + l_2)(\omega_1 + \omega_2) \quad \text{oder}$$

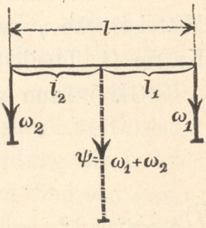
4) $$\psi = \omega_1 + \omega_2. \quad \text{Also:}$$

Zwei gleichzeitige Drehungen von übereinstimmendem Sinn um Parallelachsen A_1 und A_2 können in jedem Augenblicke zu einer einzigen Drehung um eine in der Ebene der A_1 und A_2, zwischen beiden liegende und zu ihnen parallele Achse O ersetzt werden. Die Abstände l_1 und l_2 der augenblicklichen Drehachse O von den beiden gegebenen verhalten sich umgekehrt wie die entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten. Die Winkelgeschwindigkeit um O ist gleich der Summe der beiden gegebenen.

Für die vorstehende Entwickelung ist es gleichgültig, ob sich der Körper in erster Linie mit ω_1 um A_1 und in zweiter Linie mit ω_2 um A_2 dreht, oder umgekehrt.

Eine Drehung um eine Achse mit einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit und einem bestimmten Drehsinne lässt sich durch eine **Drehungsstrecke** darstellen, indem man auf der Achse eine Länge abträgt, die nach einem bestimmten Mafsstabe die Winkelgeschwindigkeit ausdrückt, und indem man ferner auf der Achse eine Pfeilspitze so anbringt, dass man, gegen die Spitze sehend, den Drehsinn positiv, rechts herum , im Sinne der Zeigerbewegung einer Uhr, erblickt. Geschieht dies, so kann man behufs der Zusammensetzung der Winkelgeschwindigkeiten die Drehungsstrecken wie Einzelkräfte behandeln und nach den dafür im 1. Theil, S. 111 entwickelten Regeln zusammensetzen und zerlegen.

Fig. 36.



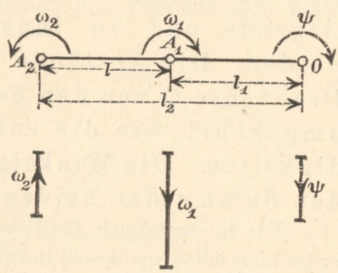
Die in Figur 35 durch Drehungspfeile gezeichneten Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 bilden nach vorstehender Erklärung zwei parallele Drehungsstrecken ω_1 und ω_2 gleichen Sinnes im Abstande l (Fig. 36). Die Mittelstrecke ist nach 1. Theil, S. 103, gleich der Summe der gegebenen, liegt mit ω_1 und ω_2 in derselben Ebene zwischen beiden und ist mit ihnen parallel. Ihre Abstände von den gegebenen Drehungsstrecken verhalten sich umgekehrt wie diese Strecken, d. h.

$$l_1 : l_2 = \omega_2 : \omega_1 .$$

Die so erhaltene Mittelstrecke $\psi = \omega_1 + \omega_2$ entspricht genau dem Ergebnisse der Zusammensetzung der Winkelgeschwindigkeiten auf Seite 31.

Ist der Drehsinn von ω_1 dem von ω_2 entgegengesetzt (Fig. 37), so liegt die augenblickliche Drehachse O auch in der Ebene der A_1 und A_2 und zu ihnen parallel, aber nicht zwischen ihnen, sondern ausserhalb derselben, u. zw. auf der Seite der Achse mit der grösseren Winkelgeschwindigkeit. Wählt man nämlich für $\omega_1 > \omega_2$ rechts von A_1 eine Achse O mit den Abständen l_1 und l_2 von A_1 und A_2, so empfängt O vermöge ω_1 eine Geschwindigkeit $l_1 \omega_1$ abwärts, vermöge ω_2 eine Geschwindigkeit $l_2 \omega_2$ aufwärts, so dass die Gesammtgeschwindigkeit von O wiederum Null wird für

Fig. 37.



$$5) \qquad l_1 \omega_1 = l_2 \omega_2 \text{ oder } \frac{l_1}{l_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} .$$

Für die Winkelgeschwindigkeit ψ der augenblicklichen Drehachse O gilt wieder

$$l_2 \psi = \omega_1 l = \omega_1 (l_2 - l_1)$$
$$l_1 \psi = \omega_2 l = \omega_2 (l_2 - l_1) \text{ also}$$
$$(l_2 - l_1) \psi = (\omega_1 - \omega_2)(l_2 - l_1), \text{ d. h.}$$
$$6) \qquad \psi = \omega_1 - \omega_2 .$$

Die Zusammensetzung der Drehungsstrecken ω_1 und ω_2 zu einer Mittelstrecke ψ nach der Lehre von der Zusammensetzung paralleler Kräfte (1. Theil, S. 104) liefert nach Fig. 37 dasselbe Ergebnis.

Gl. 5 kann man auch schreiben:

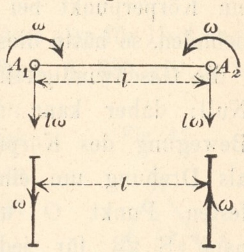
$$\frac{l_1}{l_2 - l_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2} \text{ oder}$$

$$7) \qquad l_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2} l .$$

Stellt man sich nun vor, dass ω_2 unverändert bleibt, dass aber das ursprünglich grössere ω_1 sich allmählich ω_2 nähert, so dass

$\psi = \omega_1 - \omega_2$ mehr und mehr gegen Null geht, so wird l_1 grösser und grösser, und im Grenzfalle $\omega_1 = \omega_2$ wird $\psi = 0$ und $l_1 = \infty$, d. h. für zwei gleiche und entgegengesetzte Winkelgeschwindigkeiten um Parallelachsen giebt es keine in der Endlichkeit liegende augenblickliche Drehachse (ebenso wenig, wie zwei gleiche Parallelkräfte entgegengesetzten Sinnes eine in der Endlichkeit liegende Mittelkraft haben). Zwei solche gleiche parallele Drehungsstrecken entgegengesetzten Sinnes nennt man ein **Drehungspaar** (entsprechend der Bezeichnung Kräftepaar, 1. Theil, S. 105). Da es gleichwerthig ist einer Drehung um eine unendlich ferne Gerade in der Ebene des Drehungspaares, und da in Bezug auf eine unendlich ferne Achse alle Drehungshalbmesser in dem Verhältnis Eins zu einander stehen, so haben alle Punkte des Körpers Geschwindigkeiten von gleicher Grösse c, rechtwinklig zur Ebene des Drehungspaares. Die Geschwindigkeit c ergiebt sich einfach durch Beobachtung der Geschwindigkeit der Punkte der Achse A_1 (Fig. 38), nämlich $c = l\omega$ nach unten, ebenso für A_2 zu $c = l\omega$ nach unten.

Fig. 38.



Ein Drehungspaar ist gleichwerthig einer Verschiebung, rechtwinklig zur Ebene des Paares. Das Produkt aus der Winkelgeschwindigkeit ω und dem Abstand l der beiden Achsen heisst das Moment des Paares und bezeichnet die Grösse $c = l\omega$ der Verschiebungs-Geschwindigkeit. Da die Verschiebungs-Geschwindigkeit c allen Punkten des Körpers gemeinsam ist, c also keine bestimmte Lage hat, so haben auch die Achsen eines Drehungspaares keine bestimmte Lage, können vielmehr, ebenso wie Kräftepaare, nicht nur in ihrer Ebene, sondern auch in Parallelebenen beliebig verschoben und verwandelt werden; es kommt bei ihnen nur auf die Grösse ihres Momentes, d. h. der gleichwerthigen Verschiebungs-Geschwindigkeit $c = l\omega$, auf die Richtung dieser zu ihren Ebenen rechtwinkligen Geschwindigkeit c und den Sinn von c an. Eine einzelne Drehungsstrecke dagegen hat wie eine Einzelkraft (s. 1. Theil, S. 109) eine bestimmte Lage. Jede Verschiebungs-Geschwindigkeit kann durch ein Drehungspaar ausgedrückt werden.