

d. h. $\beta = 0,0075$ für unberusstes Mauerwerk, $\beta = 0,01$ für berusstes Mauerwerk.

Für Richtungsänderungen in den Feuerkanälen, die an den Schornstein anschliessen, gelten nach Rietschel*) folgende Widerstandsziffern:

Für ein scharfes rechtwinkliges Knie: $\zeta = 1,5$; für ein abgerundetes rechtwinkliges Knie: $\zeta = 1,0$; für ein Knie von 135° \sphericalangle : $\zeta = 0,6$; für plötzliche Richtungsänderungen um 180° : $\zeta = 1,5$ bis $2,5$.

Der Rost mit der Brennstoffschicht liefert eine bedeutende Widerstandsziffer $\zeta = 6$ bis 12 , je nach der Art des Rostes und des Brennstoffes.

Beispiel: Ein cylindrischer Schornstein von kreisförmigem Querschnitte habe $d = 0,6$ m Weite und $h = 30$ m Höhe. An den Schornstein schliessen sich 30 m lange Feuerkanäle vom Querschnitt 1 m \times $0,3$ m, in denen zwei abgerundete Umbiegungen von 180° ($\zeta = 1,5$) und ein scharfes rechtwinkliges Knie ($\zeta = 1,5$) vorkommen. Die Widerstandsziffer des Rostes sei 9 . Die mittlere innere Temperatur betrage $T_1 = 200 + 273 = 473$, die äussere $T = 10 + 273 = 283^\circ$. Es soll die Ausströmungsgeschwindigkeit berechnet werden. Die wirksame Saughöhe beträgt

$$30 \left(\frac{473}{283} - 1 \right) = 20,14 \text{ m,}$$

die Widerstandshöhe mit $\beta = 0,01$:

$$\left(9 + \frac{30 \cdot 0,01 \cdot 2(1 + 0,3)}{0,3} + 2 \cdot 1,5 + 1,5 + 0,04 \cdot \frac{30}{0,6} \right) \frac{w^2}{2g} = 18,1 \frac{w^2}{2g}.$$

Daher wird

$$20,14 = \frac{w^2}{2g} (1 + 18,1) \text{ und}$$

$$w = \sqrt{\frac{2g \cdot 20,14}{19,1}} = 4,5 \text{ m.}$$

Im Sommer mit $T = 300^\circ$ wird $w = 4,3$ m.

10. Widerstand der Luft gegen bewegte fremde Körper; Druck des Windes gegen fremde Körper.

Wird eine ebene, etwa kreisförmige Fläche AB mit niedrigem Rand einem mit der Geschwindigkeit w rechtwinklig dagegen strömenden Wind ausgesetzt (Fig. 354), so bildet sich, wie Ober-Ingenieur Friedr. Ritter von Loessl nach seinem Werk über „Die Luftwiderstands-Gesetze“ (Wien 1896) in überzeugender Weise durch Versuche gefunden hat, vor der Platte ein ruhender Luftkörper, der sog. Stauhügel ABC . Die Seitenflächen desselben bilden mit

*) Vergl. G. Lang „Der Schornsteinbau“.

der Plattenebene an allen Stellen Winkel $90^\circ - \beta$. Der Stauhügel hat bei kreisförmiger Platte die Form eines Kegels, bei quadratischer Platte die Form einer Pyramide, bei rechteckiger Platte diejenige eines Walm-daches, kurz in allen Fällen diejenige Form, in welcher ein Sandkörper mit dem Böschungswinkel (Reibungswinkel) $90^\circ - \beta$ auf der wagerecht liegenden Platte verbleiben würde, wenn Sand in Übermaß darauf geschüttet wird, bis er nach allen Seiten abfließt.

v. Loessl hat gefunden, dass der Winkel $\beta = 45^\circ$ ist. Der Lufthügel bildet vor der Platte einen ruhenden Körper, an dessen Mantelfläche die bewegten Lufttheilchen elastisch abprallen. Nach der Lehre vom schiefen Stosse (s. S. 152) prallen die Lufttheilchen mit derselben Geschwindigkeit w zurück, mit der sie dagegen strömten, und in einer Richtung, die von der Rechtwinkligen zur Stauhügelfläche um den Winkel $90^\circ - \beta$ abweicht. Für $\beta = 45^\circ$ prallen die Lufttheilchen parallel zur Platte von dem Stauhügel ab.

Der Druck, der bei diesem Abprallen auf den Stauhügel ausgeübt wird, lässt sich nach dem Satze von der Bewegung des Schwerpunktes (1. Theil, S. 141) berechnen.

In einem Knierohre (Fig. 355) vom Querschnitte dF , dessen Schenkel in der Richtung der zuströmenden und abprallenden Lufttheilchen liegen, befindet sich eine Flüssigkeit, welche in der Röhre eine Länge l einnimmt, mit den Längen x und $l - x$ auf die beiden Schenkel vertheilt. Bezeichnet man den rechtwinkligen Abstand des Schwerpunktes dieser Flüssigkeit von der Fläche AC mit y_0 , so ist nach der Lehre vom Schwerpunkte

$$\begin{aligned} y_0 \cdot l &= x \cdot \frac{x}{2} \sin \beta + (l - x) \frac{l - x}{2} \sin \beta \\ &= \sin \beta \left(x^2 + \frac{l^2}{2} - lx \right). \end{aligned}$$

Fig. 354.

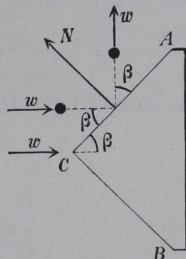
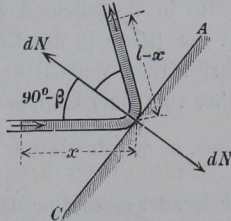


Fig. 355.



Die Differentiation dieser Gleichung ergibt

$$l \cdot dy_0 = \sin \beta (2x \cdot dx - l \cdot dx).$$

Schreitet aber die Flüssigkeit in der Röhre mit der Geschwindigkeit w fort, so ist $w dt = - dx$, mithin $dx = - w \cdot dt$, also

$$l \cdot \frac{dy_0}{dt} = - \sin \beta (2xw - lw);$$

aus nochmaliger Differentiation folgt

$$l \cdot \frac{d^2 y_0}{dt^2} = 2 \sin \beta \cdot w^2 \quad \text{und}$$

$$\frac{\gamma}{g} dF \cdot l \cdot \frac{d^2 y_0}{dt^2} = 2 \frac{\gamma}{g} dF \sin \beta \cdot w^2.$$

Bezeichnet man die in jeder Sekunde durch einen Röhrenquerschnitt strömende Flüssigkeits-Masse $\frac{\gamma}{g} dF \cdot w$ mit m , so wird

$$1) \quad \frac{\gamma}{g} dF \cdot l \cdot \frac{d^2 y_0}{dt^2} = 2 m \sin \beta \cdot w.$$

Die linke Seite der Gl. 1 enthält die Masse der gesammten betrachteten Flüssigkeit, multiplicirt mit der Seitenbeschleunigung ihres Schwerpunktes in der Richtung rechtwinklig zur Fläche AC . Dies ist (nach 1. Theil, S. 142) gleich der Summe aller äusseren Kräfte in derselben Achsenrichtung, d. h. gleich dem Widerstande dN der Röhre in der Richtung rechtwinklig zur Fläche AC . Umgekehrt wird dN als Druck auf die Fläche AC übertragen. Würde die Röhre vom Querschnitte dF sich geradlinig durch die Fläche AC fortsetzen, so würde sie aus der Fläche ein Stück $\frac{dF}{\sin \beta}$ heraus schneiden.

Die Kraft $2 m \sin \beta \cdot w$ nach Gl. 1, welche auf die Fläche $\frac{dF}{\sin \beta}$ kommt, erzeugt einen Druck für die Flächeneinheit

$$2) \quad p = \frac{2 m \sin^2 \beta \cdot w}{dF} = 2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta.$$

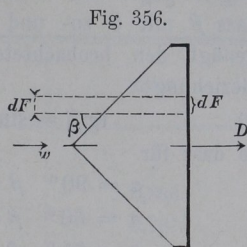
Dieser Druck herrscht an allen Stellen des in Ruhe befindlichen Stauhügels; mithin überträgt der Stauhügel auf die Platte von der Grösse F (Fig. 356) eine Druckkraft

$$3) \quad D = 2 \frac{\gamma}{g} \sin^2 \beta \cdot w^2 \cdot F.$$

Weil nun für den vorliegenden Fall $\beta = 45^\circ$ gefunden wurde, so ist $\sin^2\beta = 1/2$ und

$$4) \quad D = \frac{\gamma}{g} F w^2.$$

Diese Formel hat v. Loessl bei seinen Versuchen bestätigt gefunden für ebene Platten, die mit einem erhöhten Rande umgeben sind, sowie auch für gekrümmte Flächen, z. B. halbe Hohlkugeln, deren hohle Seite dem Winde zugekehrt ist. Gl. 4 gibt den grössten möglichen Winddruck auf eine Fläche, welche, in der Richtung des Windes rechtwinklig projiziert, eine Projektion F hat.



Für eine ebene Kreisfläche ohne Rand ergab sich

$$5) \quad D = 0,83 \frac{\gamma}{g} F w^2;$$

für eine ebene quadratische Fläche ohne Rand

$$6) \quad D = 0,86 \frac{\gamma}{g} F w^2;$$

für eine ebene Rechteckfläche ohne Rand, vom Seitenverhältnisse 2 : 1:

$$7) \quad D = 0,92 \frac{\gamma}{g} F w^2;$$

desgl. beim Seitenverhältnisse 4 : 1:

$$8) \quad D = 0,94 \frac{\gamma}{g} F w^2.$$

Eine Druckverminderung oder eine Saugwirkung an der Rückseite der Fläche hat sich nicht ergeben. Wird der Winddruck von der Grundfläche F eines geraden, nicht sehr langen, prismatischen Körpers anstatt einer Platte F aufgenommen, so gelten für den Druck ebenfalls die Formeln 5—8.

Druck gegen schief gestellte Flächen. Bildet die Platte mit der Windrichtung den Winkel α , so entsteht nach v. Loessl's Versuchen ebenfalls ein Stauhügel, dessen Neigungswinkel β gegen die Windrichtung nun aber nicht in allen Fällen gleich ist, sondern von α abhängt. Es hat sich gezeigt, dass bei einer bestimmten

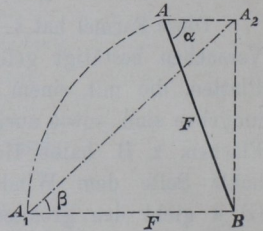
Neigung α der Platte die Neigung β der Seitenflächen des Stauhügels gegen die Windrichtung ringsum dieselbe ist (Fig. 358), dass β mit α zu- und abnimmt, u. zw. genügt den beobachteten Werthen die Beziehung:

$$9) \quad \operatorname{tg} \beta = \sin \alpha,$$

so dass für

$$\begin{aligned} \alpha = 90^0 & \quad \beta = 45^0 \\ \alpha = 60^0 & \quad \beta = 41^0 \\ \alpha = 35^0 & \quad \beta = 30^0 \\ \alpha = 30^0 & \quad \beta = 26\frac{1}{2}^0 \\ \alpha = 0^0 & \quad \beta = 0^0 \end{aligned}$$

Fig. 357.



wird. Nach Fig. 357 ist β leicht zu konstruiren.

Ist nun F die Grösse der schief gestellten Fläche, so ist ihre Projektion in der Richtung des Windes $F \sin \alpha$. Wendet man daher auf diesen Fall die vorstehende Entwicklung sinngemäss an, so ergibt sich für den Druck p im Stauhügel (Fig. 358) wiederum der Werth der Gl. 2:

$$10) \quad p = 2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta;$$

daraus entsteht für die Platte F die rechtwinklige Druckkraft

$$11) \quad N = 2 \frac{\gamma}{g} F w^2 \sin^2 \beta.$$

$$\text{Da nun} \quad \sin^2 \beta = \operatorname{tg}^2 \beta \cos^2 \beta = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta},$$

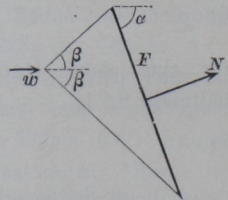
so wird mit $\operatorname{tg} \beta = \sin \alpha$ nach Gl. 9:

$$12) \quad N = 2 \frac{\gamma}{g} \frac{F w^2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}.$$

v. Loessl entwickelt freilich in anderer Weise $\sin \alpha$ statt $2 \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ und schreibt einfach

$$13) \quad N = \frac{\gamma}{g} F w^2 \sin \alpha.$$

Fig. 358.

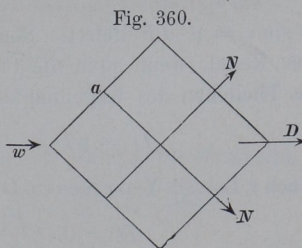
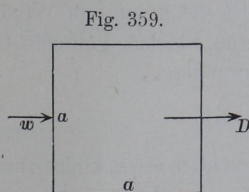


Für verschiedene Werthe von α liefern die Formeln 12 und 13 folgende Ergebnisse:

	$\frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$	$\sin \alpha$
$\alpha = 90^\circ$	1	1
$\alpha = 60^\circ$	0,857	0,866
$\alpha = 45^\circ$	0,667	0,707
$\alpha = 35^\circ$	0,494	0,574
$\alpha = 30^\circ$	0,4	0,5
$\alpha = 20^\circ$	0,210	0,342
$\alpha = 10^\circ$	0,059	0,174
$\alpha = 0^\circ$	0	0

Die Unterschiede sind hiernach nur erheblich bei kleinem Winkel α ; wir empfehlen daher ohne Bedenken die einfachere Formel 11 von v. Loessl.

Der Winddruck gegen einen Schornstein oder Pfeiler, dessen Grundriss ein Quadrat von der Seite a und dessen Höhe h ist,



beträgt daher, wenn der Wind die eine Seitenfläche rechtwinklig trifft (Fig. 359): $D = \frac{\gamma}{g} a h w^2$, und wenn er in der Richtung der Diagonale weht (Fig. 360):

$$D = N\sqrt{2} = \frac{\gamma}{g} a h w^2 0,707 \cdot \sqrt{2} = \frac{\gamma}{g} a h w^2,$$

ist also derselbe wie im ersten Falle, denn jede der beiden getroffenen Seitenflächen $a \cdot h$ bekommt einen nach Gl. 13 zu bestimmenden Normaldruck N , und beide N geben die Mittelkraft D .

Druck gegen eine kegelförmige Fläche. Weht der Wind in der Achsenrichtung des Kegels gegen dessen Spitze und ist α der Winkel der Kegelseiten gegen die Achse (Fig. 361), so bildet sich vor dem Kegel ebenfalls ein Staukegel mit dem halben Winkel an der Spitze $= \beta$. Der Druck in diesem Staukegel wird dann wie auf S. 352 gefunden zu

$$p = 2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta.$$

Die Vergleichung der Gl. 11 und 13 führt zu $2 \sin^2 \beta = \sin \alpha$, so dass für ebene Flächen

$$14) \quad p = \frac{\gamma}{g} w^2 \sin \alpha$$

wird. Ist nun F die Grundfläche des Kegels, so entspricht einem Theilchen $\frac{dF}{\sin \alpha}$ der Mantelfläche eine Projektion dF in der Grundfläche. Auf die Mantelfläche $\frac{dF}{\sin \alpha}$ kommt dann ein Normaldruck $dN = p \cdot \frac{dF}{\sin \alpha}$, der in der Windrichtung die Seitenkraft $dD = dN \sin \alpha = p \cdot dF$ liefert. Sonach ist der gesammte Winddruck auf den Kegel, wenn man die für ebene Flächen geltende Gl. 14 auf die Theilchen des Kegelmantels anwendet,

$$15) \quad D = pF = \frac{\gamma}{g} \cdot F w^2 \sin \alpha.$$

Nach v. Loessl's Versuchen ist D thatsächlich etwas kleiner, nämlich

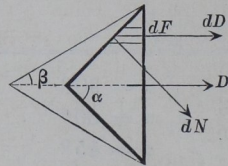
$$16) \quad D = 0.83 \frac{\gamma}{g} \cdot F w^2 \sin \alpha.$$

Diese Formel gilt auch für ein cylindrisches Geschoss mit kegelförmiger Zuspitzung.

Freilich führt die obige Annahme $2 \sin^2 \beta = \sin \alpha$ für $\alpha < 30^\circ$ zu dem widersinnigen Ergebnisse $\beta > \alpha$.

Druck gegen eine Cylinderfläche. Für diesen Fall hat v. Loessl die Form des Stauhügels nicht untersucht. Da aber aus der Neigung β der Seitenfläche des Stauhügels gegen die Windrichtung der Druck im Stauhügel zu $p = 2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta$ folgt und p

Fig. 361.



an allen Stellen des Hügels den gleichen Werth haben muss, so muss auch die Neigung der Oberfläche des Stauhügels gegen die Windrichtung an allen Stellen die gleiche sein.

Denkt man sich den Cylinder von der Höhe h mit lothrechter Achse, so stellt sich im Grundrisse der Stauhügel nach Fig. 362 vor den Cylinder; derjenige Theil der Mantelfläche des Cylinders, gegen welche der Stauhügel drückt, hat dann in der Windrichtung eine rechtwinkliche Projektion, welche annähernd (mit Vernachlässigung der an den Grundflächen des

Cylinders entstehenden Unregelmässigkeit) gleich $F_x = AB \cdot h = 2 \rho \cdot h = 2 r \cos \beta \cdot h = F \cdot \cos \beta$ gesetzt werden kann, wenn $F = 2 r \cdot h$ den Achsenschnitt des Cylinders bezeichnet. Es wird dann die Druckkraft in der Windrichtung (nach S. 356)

$$D = p \cdot F_x = 2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta F \cos \beta.$$

Die Grösse dieser Kraft hat v. Loessl zu

$$17) \quad D = \frac{2}{3} \frac{\gamma}{g} w^2 F$$

gefunden (vgl. S. 330 für den Druck strömenden Wassers), so dass

$$2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta \cos \beta = \frac{2}{3} \frac{\gamma}{g} w^2 \text{ oder}$$

$$\sin^2 \beta \cos \beta = 1/3$$

sein muss. Dieser Gleichung entspricht rund.

$$18) \quad \beta = 45^\circ,$$

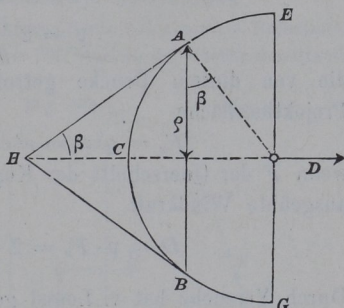
weil für diesen Winkel

$$\sin^2 \beta \cos \beta = 1/2 \cdot 0,707 = 0,3535$$

ist, was von $1/3$ nur wenig abweicht.

Die Seitenflächen AE und BG , die von dem Winde unmittelbar getroffen werden, liefern zu D einen so geringen Beitrag, dass er vernachlässigt werden kann.

Fig. 362.



Ein Halbcylinder wird, mit der krummen Fläche dem Winde entgegengestellt, nur etwa $\frac{2}{3}$ so viel Druckkraft erfahren, als wenn er mit der ebenen Fläche dem Winde rechtwinklig zugekehrt ist.

Druck gegen eine Kugelfläche. In diesem Falle bildet sich an der Kugel ein Staukegel (Fig. 362) mit dem Drucke

$$p = 2 \frac{\gamma}{g} w^2 \sin^2 \beta;$$

die von diesem Drucke getroffene Kugelhaube ACB hat die Projektionsfläche

$$F_x = \varrho^2 \pi = r^2 \cos^2 \beta \pi = F \cdot \cos^2 \beta,$$

wenn F der Querschnitt der Kugel. Daher wird die auf die Kugel ausgeübte Windkraft

$$D = p \cdot F_x = 2 \frac{\gamma}{g} F w^2 \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta.$$

Durch Versuche hat v. Loessl gefunden

$$19) \quad D = \frac{1}{3} \frac{\gamma}{g} F w^2, \text{ so dass}$$

$$\sin^2 \beta \cos^2 \beta = \frac{1}{6}, \text{ also } \sin 2\beta = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

sein muss. Dies giebt $\beta = 27^\circ 22'$. Die Schlankeit dieses Kegels ist überraschend; $\beta = 45^\circ$ würde $D = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} F w^2$ liefern wie bei strömendem Wasser (S. 330). Eine Halbkugel erfährt, mit der gewölbten Fläche dem Wind entgegengestellt, nur etwa $\frac{1}{3}$ so viel Windkraft, als wenn sie mit der ebenen (oder auch hohlen) Fläche dem Winde rechtwinklig zugekehrt ist. Dieselbe Windkraft wie eine Kugel vom Halbmesser r liefert nach Gl. 16 ein Kegel vom Halbmesser r , dessen Winkel $\alpha = 23^\circ 41'$ ist.

Beispiel 1: Für eine ebene, dem Winde rechtwinklig entgegenstehende Platte von der Fläche $F = 1 \text{ qm}$ wird nach Gl. 4, S. 353 der Winddruck $p = \frac{\gamma}{g} w^2$. Bei 10° C . ist $\gamma = 1,29 \cdot \frac{273}{283} = 1,24$, $\frac{\gamma}{g} = 0,127$, also rund

$$p = 0,13 \cdot w^2.$$

Bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten wird dann p folgendermassen:

$w = 1 \text{ m}$, kaum merkbar,	$p = 0,13 \text{ kg/qm}$,
$w = 2 \text{ m}$, gelinder Wind,	$p = 0,52$,
$w = 15 \text{ m}$, Sturm,	$p = 29 \text{ kg}$,
$w = 36 \text{ m}$, Orkan,	$p = 168$,
$w = 50 \text{ m}$, stärkster Orkan,	$p = 325$.

Bei der Berechnung der Standsicherheit von Bauwerken kommt in Frage, welchen Windstärken das fragliche Bauwerk wahrscheinlich ausgesetzt sein wird. Als Mittelwerth kann für Mitteleuropa

$$p = \frac{\gamma}{g} \cdot 39,3^2 = 200 \text{ kg/qm}$$

angenommen werden, in der Nähe der Meeresküste bis 325 kg/qm .

Beispiel 2: Wie hoch darf eine hölzerne Säule von $r = 0,3 \text{ m}$ Halbmesser sein, damit sie bei einem Winddrucke $p = 200 \text{ kg/qm}$ an der Grenze der Standsicherheit sei (Fig. 363). Es ist

$$F = 2 r \cdot h = 0,6 \cdot h,$$

die Windkraft

$$D = \frac{2}{3} \cdot 200 \cdot 0,6 h,$$

das Gewicht der Säule bei einer Dichte $\gamma_1 = 750$:

$$G = 0,3^2 \pi \cdot h \cdot 750.$$

Für den Grenzzustand der Ruhe ist (nach 1. Theil, S. 167)

$$D \cdot \frac{h}{2} = G \cdot 0,3, \text{ also}$$

$$h = \frac{0,6 G}{D} = 1,575 \text{ m.}$$

Fig. 362.

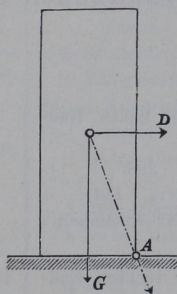
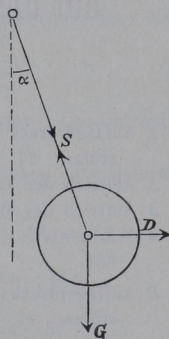


Fig. 364.



Beispiel 3: Eine Holzkugel vom Halbmesser $r = 0,2 \text{ m}$ und der Dichte $\gamma_1 = 750$ sei an einem Faden aufgehängt (Fig. 364). Bei welcher Neigung α des Fadens gegen die Lothrechte wird Gleichgewicht herrschen, wenn die Kugel ausser ihrem Gewicht einen Winddruck $p = 200 \text{ kg/qm}$ erfährt?

Es ist

$$D = \frac{1}{3} \cdot 200 \cdot 0,2^2 \pi, \quad G = 750 \cdot \frac{4}{3} \cdot 0,2^3 \pi \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha = \frac{D}{G} = \frac{1}{3}.$$

