8. Bewegung der Luft in Röhren.

In Folge des Reibungswiderstandes beim Durchströmen einer Röhre erfährt die Luft eine Verminderung ihres Druckes um $\varDelta p$. Wie man bei Wasser eine Widerstandshöhe $z = \lambda \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g}$ einführte (S. 277), so setzt man hier die Druckverminderung

$$\varDelta p = \gamma \cdot z = \gamma \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g},$$

wenn γ die Dichte der Luft bedeutet. Man kann dann auch wegen $\frac{1}{\gamma} = v = \frac{RT}{p}$ schreiben:

$$1) \qquad \varDelta p = \frac{p}{RT} \lambda \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g}.$$

Nach Versuchen von Prof. Ledoux (Annales des mines 1892, Nov., S. 541) kann im Mittel $\lambda = 0{,}0179$ gesetzt werden, wofür wir

$$2) \qquad \lambda = 0{,}018$$

schreiben wollen.

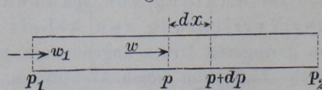
Beispiel: Eine Leitung von $d = 0{,}25$ m Weite und $l = 1000$ m Länge führe Luft von im Mittel 20° C. ($T = 293$) mit einer Geschwindigkeit $w = 6$ m/s. aus einem Behälter mit einem Drucke $p_1 = 60\,000$ kg/qm in einen Tunnel zum Betriebe von Bohrmaschinen. Es soll der Druckverlust der Leitung berechnet werden. Es ist

$$\varDelta p = \frac{60\,000}{29{,}27 \cdot 293} \, 0{,}018 \cdot \frac{1000}{0{,}25} \frac{6^2}{2g} = 924 \text{ kg/qm};$$

am Ende der Leitung beträgt der Druck also noch 59 076 kg/qm.

Mit der Druckabnahme ist, wenn man voraussetzt, dass in Folge von Wärmeleitung durch die Röhrenwand eine Temperaturveränderung der Luft nicht vorkommt, eine Vergrösserung des Einheitsraumes v der Luft nach dem Boyle'schen Satze verbunden. Im Beharrungszustande muss nun

Fig. 351.



sekundlich das gleiche Luftgewicht $\gamma F w = \frac{F w}{v}$ durch alle Querschnitte der Röhren hindurchströmen. Gelten daher (Fig. 351)

p_1, v_1, w_1 für den Anfang, p_2, v_2, w_2 für das Ende, p, v, w für eine beliebige Stelle der Röhre, so muss

$$\frac{w}{v} = \frac{w_1}{v_1} \text{ und wegen } \frac{v}{v_1} = \frac{p_1}{p}, \quad w = \frac{w_1 p_1}{p}$$

sein. Ferner nach Gl. 1, weil p mit wachsendem x abnimmt,

$$3) \qquad -dp = \frac{p}{RT}\lambda \frac{dx}{d}\frac{w^2}{2g} = \frac{p}{RT}\frac{\lambda}{d}dx \frac{w_1^2}{2g}\frac{p_1^2}{p^2} \quad \text{also}$$

$$-p\,dp = \frac{\lambda}{d}\frac{p_1^2}{RT}\frac{w_1^2}{2g}dx. \quad \text{Dies giebt}$$

$$p_1^2 - p_2^2 = 2\frac{\lambda l}{d}\frac{p_1^2}{RT}\frac{w_1^2}{2g} \quad \text{oder}$$

$$4) \qquad p_2 = p_1 \sqrt{1 - \frac{2\lambda}{RT}\frac{l}{d}\frac{w_1^2}{2g}}.$$

Ist der Unterschied zwischen p_1 und p_2 gering, so kann man für den Wurzelausdruck die beiden ersten Glieder der binomischen Reihe setzen und erhält

$$p_2 = p_1\left(1 - \frac{\lambda}{RT}\frac{l}{d}\frac{w_1^2}{2g}\right);$$

dies stimmt, wenn $\Delta p = p_1 - p_2$ gesetzt wird, mit Gl. 1 überein.

Streng genommen, müsste auch noch die zur Vergrösserung der Geschwindigkeit erforderliche Druckhöhe berücksichtigt werden. Dann erhält man, weil einem negativen dp eine negative Druckhöhe dz entspricht,

$$-dz = -v \cdot dp = \lambda \frac{dx}{d}\frac{w^2}{2g} + \frac{d(w^2)}{2g} \quad \text{oder wegen } w = w_1\frac{p_1}{p}:$$

$$-dp = \frac{\lambda p}{RT}\frac{dx}{d}\frac{w_1^2}{2g}\frac{p_1^2}{p^2} - \frac{w_1^2}{g}p_1^2\frac{dp}{p^3}\frac{p}{RT}, \quad \text{mithin}$$

$$-p\,dp = \frac{\lambda}{RT}\frac{p_1^2}{d}\frac{w_1^2}{2g}dx - \frac{w_1^2 p_1^2}{gRT}\frac{dp}{p} \quad \text{und}$$

$$p_1^2 - p_2^2 = 2\lambda\frac{l}{d}\frac{p_1^2}{RT}\frac{w_1^2}{2g} + 4\frac{p_1^2}{RT}\frac{w_1^2}{2g}\,\mathrm{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right). \quad \text{Hieraus}$$

$$5) \qquad \frac{p_2^2}{p_1^2} = 1 - \frac{w_1^2}{2g}\frac{1}{RT_1}\left(2\lambda\frac{l}{d} + 4\,\mathrm{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right).$$

Der letzte Summand ist aber meist gegen den ersteren verschwindend klein; so wird bei den Werthen des Beispiels auf S. 346

$$\frac{p_1}{p_2} = \text{rund } \frac{60}{59} = 1{,}017, \quad \mathfrak{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 0{,}017,$$

daher der Klammerausdruck in Gl. 5:

$$2 \cdot 0{,}018 \cdot \frac{1000}{0{,}25} + 4 \cdot 0{,}017 = \mathbf{144} + 0{,}068.$$

Gl. 5 dürfte daher praktischen Werth kaum haben.

Gl. 4 liefert mit den Zahlen des Beispiels auf S. 346:

$$p_2 = 59\,070 \text{ statt } 59\,076 \text{ nach Gl. 1.}$$

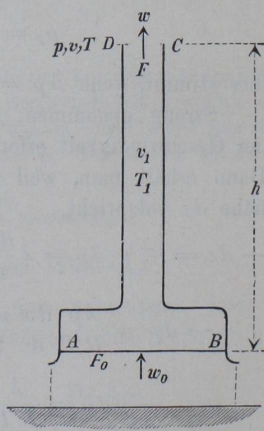
Letztere genügt daher für die meisten Fälle.

9. Wirkung der Schornsteine.

Die Wirkung der Schornsteine beruht auf der Verminderung der Dichte der Luft oder der Gase durch Erwärmung. Am oberen Ende des Schornsteins (Fig. 352) habe die Aussenluft den Zustand p, v, T. In dem Raume $ABCD$ sei durch Heizung oder dgl. die Temperatur auf den Mittelwerth T_1 gebracht. Die Dichte $\gamma = {}^1/_v$ der äusseren Luft gelte auf die Schornsteinhöhe als überall gleich, dann ist ebenso im Schornsteine der Einheitsraum durchschnittlich $v_1 = v\,\dfrac{T_1}{T}$, der Druck der äusseren Luft in der Höhe AB:

$$p + \frac{h}{v}.$$

Fig. 352.



Der Raum unterhalb AB stehe mit der äusseren Luft in freier Verbindung.

Bezeichnen wir wieder mit mg das Luftgewicht, welches in der Zeit dt durch jeden Querschnitt des Schornsteins geht, so ist

$$1) \qquad mg = \frac{F_0 \cdot w_0 \cdot dt}{v_1} = \frac{F \cdot w \cdot dt}{v_1}.$$