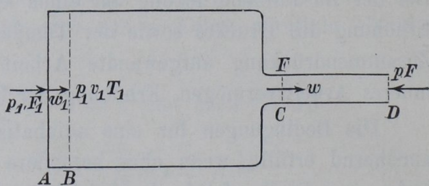
7. Ausfluss von Gasen aus Gefässen.

In einem grossen Gefässe (Fig. 349) befinde sich Gas von dem Zustande p_1, v_1, T_1. Bei C finde aus der Öffnung F ein Ausfluss mit der Geschwindigkeit w statt. Zur Erhaltung des Beharrungszustandes denken wir uns die Rückwand des Gefässes durch einen Kolben von der Grösse F_1 ersetzt, der mit der sehr kleinen Geschwindigkeit w_1 vorrückt, also in der Zeit dt um $AB = w_1 \cdot dt$. Auch nehmen wir an der Öffnung eine Röhre von der Länge $CD = w \cdot dt$ an, in der ein Kolben unter einer Gegenkraft $p \cdot F$ zurückweicht. Der Zustand des Gases sei in der Öffnung p, v, T. Zwischen A und B findet sich das Massentheilchen m von dem Gewichte

Fig. 349.



$$mg = \gamma_1 F_1 w_1 dt = \frac{F_1 w_1 dt}{v_1},$$

ebenso zwischen C und D mit

$$mg = \frac{F \cdot w \cdot dt}{v}.$$

Während der Zeit dt erfolgt die Zunahme an Arbeitsvermögen, weil w_1 sehr klein ist: $\frac{mw^2}{2}$. Die Kräfte $p_1 \cdot F_1$ und $p \cdot F$ leisten die Arbeit

$$p_1 \cdot F_1 \cdot w_1 \cdot dt - p \cdot F \cdot w \cdot dt = mg(p_1 v_1 - pv) = mg \cdot R(T_1 - T).$$

In der Zeit dt erfährt das Gasgewicht mg eine Temperatur-Verminderung $T_1 - T$, für welche man die Gleichungen der adiabatischen Zustandsänderung annehmen kann, also

1) $$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Die dieser Temperatur-Verminderung entsprechende Wärmemenge beträgt für 1^{kg} $c(T_1 - T)$, für das Gewicht mg also

$mg \cdot c(T_1 - T)$, und kommt dem Arbeitsvermögen der Ausströmung mit $mg \frac{c}{A}(T_1 - T)$ zu Gute. Daher wird

$$\frac{mw^2}{2} = mg \cdot R(T_1 - T) + mg \frac{c}{A}(T_1 - T) \quad \text{und}$$

$$\frac{w^2}{2g} = (T_1 - T)\left(R + \frac{c}{A}\right).$$

Weil nun nach Gl. 11, S. 337.

$$\frac{c}{A} = \frac{R}{n-1}, \quad \text{so wird}$$

$$R + \frac{c}{A} = R\left(1 + \frac{1}{n-1}\right) = R\frac{n}{n-1},$$

mithin bei Vernachlässigung der Reibung

$$2)\quad \frac{w^2}{2g} = (T_1 - T)R\frac{n}{n-1} = R\frac{n}{n-1}T_1\left\{1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right\}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist als die wirksame Druckhöhe zu bezeichnen, welche sich bei der Abwesenheit von Widerstandshöhen in die Geschwindigkeitshöhe $\frac{w^2}{2g}$ umsetzt.

Die sekundliche Gewichtsmenge des ausströmenden Gases ist wegen $\gamma = 1 : v$ nunmehr

$$G = \alpha \cdot F \cdot \frac{w}{v}.$$

Führt man hierin für w den Werth aus Gl. 2, und nach Gl. 23, S. 340 $v = v_1\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}}$ ein, so wird mit $\varphi \cdot \alpha = \mu$ (vgl. S. 345)

$$3)\quad G = \mu \cdot F\sqrt{2gR\frac{n}{n-1} \cdot T_1\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} \cdot \frac{1}{{v_1}^2}}.$$

Hiernach ist G^2 verhältnisgleich mit

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{(n+1)}{n}},$$

ein Ausdruck, der zu einem Maximum wird für

$$4)\quad \frac{p}{p_1} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}; \quad \text{hiermit ergiebt sich}$$

$$5)\quad G_{max} = \mu F\sqrt{2g\frac{n}{n+1}\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{n-1}}\frac{p_1}{v_1}},$$

worin noch $\frac{p_1}{v_1} = \frac{{p_1}^2}{RT_1}$ gesetzt werden kann.

Mit $n = 1{,}41$, $\dfrac{1}{n} = 0{,}709$, $\dfrac{n-1}{n} = 0{,}291$, $\dfrac{n}{n-1} = 3{,}44$ wird

6) $$\frac{p}{p_1} = 0{,}5265$$

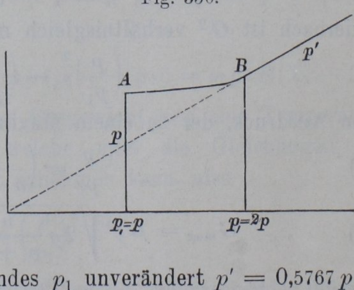
und für Luft mit $R = 29{,}27$:

7) $$G_{mxa} = \mu F\, 0{,}3972\, \frac{p_1}{\sqrt{T_1}}.$$

Stellt man sich also vor, der Druck im Gefässe bliebe unverändert p_1, der Aussendruck p aber nehme ab, so wird nach Gl. 1 auch die Temperatur T der ausströmenden Luft abnehmen, die Geschwindigkeit w zunehmen. Da aber zugleich nach Gl. 23, S. 340, v zunimmt, die Dichte sich vermindert, so wird, trotz des Wachsens der sekundlich aussströmenden Raummenge, das ausströmende Gewicht G nur zunehmen, solange $\dfrac{p}{p_1} > 0{,}5265$. Bei noch weiterer Abnahme von p wird aber G wieder kleiner, und es würde für $p = 0$, d. h. für die Ausströmung in einen leeren Raum nach Gl. 3 $G = 0$ werden, weil für $p = 0$, $v = \infty$, $\gamma = 0$ wird.

In Wirklichkeit trifft dies nicht zu. Einestheils würde für $p = 0$, nach Gl. 23 und 24, S. 340, $v = \infty$ und $T = 0$, und so weit reicht die Gültigkeit der Zustandsgleichung der Gase nicht; auch trifft die Annahme nicht zu, dass in demjenigen Querschnitt, in welchem die Geschwindigkeit w herrscht, der Druck des ausströmenden Gases gleich dem im Aussenraume stattfindenden Drucke p sei; vielmehr herrscht dort ein Druck $p' > p$. Über diesen Druck p' hat Professor Fliegner (Zürich) nach dem Civilingenieur 1874 Versuche angestellt. Nimmt der Druck p_1 im Gefässe von p beginnend allmählich zu, so ist anfangs $p' = p$, nimmt für $p_1 = 2p$ den Werth $p' = 0{,}5767\, p_1$ an, und es bleibt für weiter wachsendes p_1 unverändert $p' = 0{,}5767\, p_1$. Das Gesetz der Veränderlichkeit von p' folgt dem Zuge ABC (Fig. 350).

Fig. 350.



Für die schwach gekrümmte Kurve AB kann man annähernd eine Gerade AB setzen. Hiernach ist

$$8)\quad p' = p + 0{,}1534\,(p_1 - p) \text{ für } p_1 = p \text{ bis } p_1 = 2p,$$

$$9)\quad p' = 0{,}5767\, p_1 \text{ für } p_1 > 2p.$$

Zur Berechnung der Geschwindigkeit w hat man sonach in Gl. 1 und 2, S. 342/3 statt p den Druck p' nach Gl. 8 und 9 einzuführen.

Zugleich fand Fliegner, dass die Reibungswiderstände in einem grossen Gefässe verschwindend klein sind, so dass $\varphi = 1$, $\mu = \alpha$ gesetzt werden kann.

Für die sekundlich ausfliessende Gewichtsmenge kann nach Fliegner's Versuchen gesetzt werden:

$$10)\left\{\begin{array}{ll} \text{Für } p_1 < 2p: & G = \alpha F \cdot 0{,}790 \sqrt{\dfrac{p\,(p_1 - p)}{T_1}}. \\ \text{Für } p_1 > 2p: & G = \alpha F \cdot 0{,}395\, \dfrac{p_1}{\sqrt{T_1}}, \end{array}\right.$$

wenn p und p_1 in $^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qm}}$ verstanden wird.

Beispiel: Es sei, wie auf S. 332: p entsprechend einer Quecksilbersäule von 735^{mm}, d. h. $p = 735 \cdot 13{,}6 = 9996$, $p_1 = 765 \cdot 13{,}6 = 10404$, $T_1 = 283$, $F = 0{,}0001^{\mathrm{qm}}$; dann wird nach Gl. 8:

$$p' = 10059, \quad \frac{p'}{p_1} = 0{,}9668.$$

Hiernach wird (Gl. 1, S. 342 mit p' statt p)

$$\frac{T}{T_1} = 0{,}9668^{\,0{,}291} \text{ und } T = 280{,}2, \quad T_1 - T = 2{,}8.$$

$$w = \sqrt{2g \cdot 29{,}27 \cdot 3{,}44 \cdot 2{,}8} = 74{,}4^{\mathrm{m}}$$

gegen 78^{m} nach S. 332. Die sekundliche Gewichtsmenge ist nach Gl. 10 mit $\alpha = 0{,}65$:

$$G = 0{,}65 \cdot 0{,}0001 \cdot 0{,}79 \sqrt{\frac{9996 \cdot 408}{283}} = 0{,}0063\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{s}}.$$

gegen $0{,}0061\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{s}}$ auf S. 332.

Die unter Umständen sehr bedeutende Temperatur-Verminderung, welche Luft bei einer adiabatischen Druckverminderung erleidet (s. Beispiel 1, S. 341), kann zur Kühlung von Räumen nur verwerthet werden, wenn die Luft unter Verrichtung von Arbeit in dem Cylinder einer Kaltluftmaschine den geringeren Druck angenommen hat. Die Temperatur-Verminderung aber, welche Luft beim freien Ausströmen aus einem Gefässe (Gl. 1, S. 342) erfährt, lässt sich nicht benutzen. Es wird nämlich die mit grosser Geschwindigkeit ausströmende Luft in dem Aussenraume schliesslich in Folge von Reibung wieder zur Ruhe kommen, und dabei wird das der Geschwindigkeit w entsprechende Arbeitsvermögen wieder in Wärme umgesetzt.