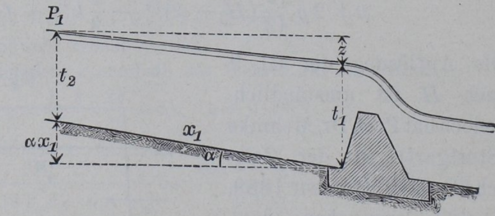
Berechnet man hiernach die Hülfsgrössen α und β, so liefert die linke Seite von Gl. 11: 2,013, die rechte Seite 2,015; der Unterschied ist also unbedeutend.

g) Staukurve und Stauweite.

Will man erfahren in welcher Weise der Stau oberhalb eines Wehres allmählich abnimmt, so benutzt man für die verzögerte Bewegung, welche oberhalb des Wehres stattfindet, einen ähnlichen Rechnungsgang wie auf S. 308.

Fig. 328.



Unmittelbar oberhalb des Wehres (Fig. 328) beträgt die Tiefe

$$t_1 = t + H,$$

welcher ein Querschnitt F_1, ein benetzter Umfang u_1, eine Geschwindigkeit w_1 entspricht Man wählt nun eine Tiefe t_2, welche etwas kleiner ist als t_1 und bezeichnet die entsprechenden Querschnittsgrössen mit F_2 und u_2, die Geschwindigkeit mit w_2. Es lässt sich sodann berechnen, in welchem Abstand x_1 vom Wehre sich die Tiefe t_2 findet. Es muss sein

$$1) \qquad z = \frac{{w_1}^2}{2g} - \frac{{w_2}^2}{2g} + \beta_1 x_1 \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g}$$

oder nach dem Verfahren auf S. 308:

$$2) \qquad z = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{{F_1}^2} - \frac{1}{{F_2}^2}\right) + \beta_1 x_1 \frac{(u_1 + u_2)(F_1 + F_2)}{4\,{F_1}^2\,{F_2}^2} \frac{Q^2}{2g}.$$

Ist aber α die Neigung der Sohle des Wasserlaufes, so muss auch

$$3) \qquad z = \alpha x_1 - (t_1 - t_2) \quad \text{sein.}$$

Vereinigt man diese Gleichung mit der vorstehenden und löst nach x_1 auf, so ergiebt sich:

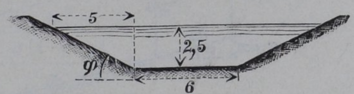
$$4) \qquad x_1 = \frac{t_1 - t_2 - \dfrac{Q^2}{2g}\left(\dfrac{1}{{F_2}^2} - \dfrac{1}{{F_1}^2}\right)}{\alpha - \beta_1 \dfrac{(u_1 + u_2)(F_1 + F_2)\,Q^2}{8\,g\,{F_1}^2\,{F_2}^2}}.$$

Hierdurch liegt der Punkt P_1 der Staukurve fest.

Man wählt nun eine wiederum etwas kleinere Wassertiefe t_3 und sucht den zugehörigen Abstand x_2 von der Stelle mit der Wassertiefe t_2, indem man aus Gl. 4 eine neue Gleichung bildet, deren Indices durchweg um eine Einheit grösser sind.

Beispiel: Das Bett eines Wasserlaufes habe 6 m Bodenbreite und einen trapezförmigen Querschnitt nach Fig. 321, S. 306, mit einem Böschungswinkel $\varphi = 26{,}5^0$ ($\mathrm{tg}\,\varphi = 0{,}5$, $\sin\varphi = 0{,}447$). Die Neigung der Sohle betrage $\alpha = 1:5000$. Bei der ursprünglich gleichmässigen Bewegung möge die Wassertiefe $t = 2$ m gewesen sein; dem entspricht $F = 20$ qm, $u = 14{,}95$ m, $r = 1{,}3$ m, $\beta = 0{,}0108$, $k = 42{,}7$,

Fig. 329.



daher eine Geschwindigket $w = 42{,}7\sqrt{\frac{1{,}3}{5000}} = 0{,}69$ m und eine Wassermenge $Q = 13{,}8$ cbm. Durch ein Wehr möge eine Stauhöhe $H = 0{,}5$ m hervorgebracht sein, so dass die Wassertiefe oberhalb des Wehres 2,5 m beträgt (Fig. 329). Es soll berechnet werden, in welchem Abstand x_1 die Tiefe noch 2,4 m ist.

Für $t_1 = 2{,}5$ m wird $F_1 = 27{,}5$ qm, $u_1 = 17{,}20$ m.

Für $t_2 = 2{,}4$ m wird $F_2 = 25{,}92$ qm, $u_2 = 16{,}75$ m.

Für diese Strecke ist dann $r_1 = \frac{F_1 + F_2}{u_1 + u_2} = 1{,}6$ m und $\beta = 0{,}0098$. Hiernach folgt aus Gl. 4:

$$x_1 = \frac{0{,}1 - \frac{13{,}8^2}{19{,}62}\left(\frac{1}{25{,}92^2} - \frac{1}{27{,}5^2}\right)}{0{,}0002 - \frac{0{,}0098 \cdot 33{,}95 \cdot 53{,}42 \cdot 13{,}8^2}{8 \cdot 9{,}81 \cdot 27{,}5^2 \cdot 25{,}92^2}} = 854{,}7 \text{ m}.$$

Setzt man sodann $t_3 = 2{,}3$ m, so wird $F_3 = 24{,}38$ qm, $u_3 = 16{,}29$ m, $r_2 = \frac{F_2 + F_3}{u_2 + u_3} = 1{,}5$ und $\beta_2 = 0{,}0101$.

Gleichung 4 ergiebt nunmehr

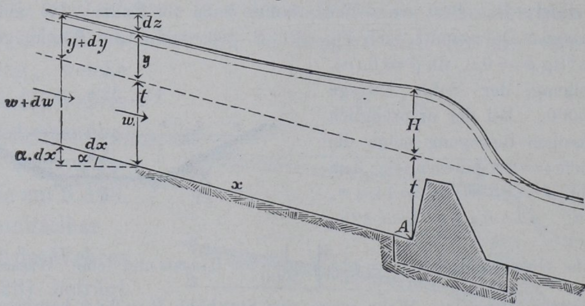
$$x_2 = \frac{0{,}1 - \frac{13{,}8^2}{19{,}62}\left(\frac{1}{24{,}38^2} - \frac{1}{25{,}92^2}\right)}{0{,}0002 - \frac{0{,}0101 \cdot 33{,}04 \cdot 50{,}3 \cdot 13{,}8^2}{8 \cdot 9{,}81 \cdot 24{,}38^2 \cdot 25{,}92^2}} = 1001 \text{ m}.$$

In gleicher Weise kann man weitere Punkte der Staukurve bestimmen.

Gleichung der Staukurve für einen Kanal von grosser Breite und geringer Wassertiefe. Denkt man sich den Querschnitt annäherungsweise als Rechteck von grosser Breite, so lässt sich die

Gleichung der Staukurve entwickeln. Es sei t die Tiefe des ungestauten Wassers, also annähernd $t = F : u$ (vergl. S. 292), H die Stauhöhe am Wehre bei A (Fig. 330), y die Stauhöhe, w die

Fig. 330.



mittlere Geschwindigkeit im Abstand x vom Wehre; im weiteren Abstande dx sei die Stauhöhe $y + dy$ (wo dy negativ), die Geschwindigkeit $w + dw$. Kommt auf die Strecke dx ein Höhenunterschied dz des Wasserspiegels, ein Gefälle $\alpha \cdot dx$ des Bodens, so ist

$$dz = \frac{w^2}{2g} - \frac{(w + dw)^2}{2g} + \beta \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g} dx$$

$$= - \frac{w dw}{g} + \beta \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g} dx,$$

$$\text{weil} \quad (w + dw)^2 - w^2 = d(w^2).$$

Ferner ist nach Fig. 330

$$dz = dy + \alpha \cdot dx, \quad \text{also}$$

$$dy + dx\left(\alpha - \beta \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g}\right) = - \frac{w dw}{g} \qquad \text{oder}$$

1) $$dx = - \frac{dy + \dfrac{w dw}{g}}{\alpha - \beta \dfrac{u}{F} \dfrac{w^2}{2g}}.$$

Aus dieser Gleichung kann dw entfernt werden; es ist bei kleinem α

$$w = \frac{Q}{b(t + y)}; \quad dw = - \frac{Q dy}{b(t + y)^2}$$

und durch Multiplikation

$$w\,dw = -\frac{Q^2\,dy}{b^2(t+y)^3}, \quad \text{also, weil}$$

$$\frac{Q^2}{b^2(t+y)^2} = w^2,$$

$$w\,dw = -\frac{w^2}{t+y}\,dy.$$

Setzt man dies in Gl. 1 ein, so entsteht

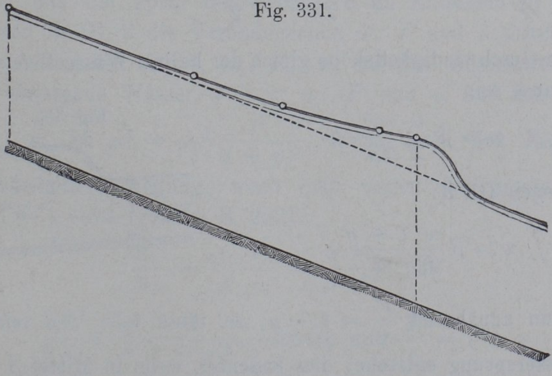
$$dx = -\frac{1 - \dfrac{w^2}{g(t+y)}}{\alpha - \beta\dfrac{u}{F}\dfrac{w^2}{2g}}\,dy. \tag{2}$$

Mit wachsendem x nimmt die Wassertiefe $t+y$ allmählich ab, die Geschwindigkeit w daher allmählich zu; somit verkleinern sich auf der rechten Seite der Gl. 2 mit zunehmendem x sowohl der Zähler wie der Nenner. Wird der Nenner zu Null, während der Zähler noch grösser ist als Null, so geschieht dies für

$$\alpha = \beta\frac{u}{F}\frac{w^2}{2g},$$

d. h. für diejenige Stelle, wo die Bewegung eine gleichförmige ist; es ist dort $\frac{dy}{dx} = 0$, d. h. die Staukurve hat sich dem ungestauten Wasser wieder angeschmiegt. Es bedeutet dies den gewöhnlichen

Fig. 331.



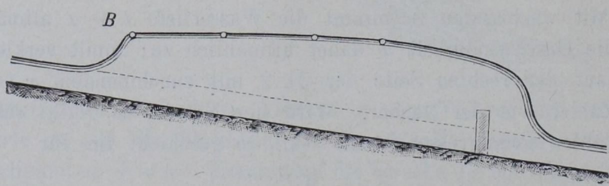
Fall, dass der Stau sich nach oben hin allmählich verliert, wobei die Staukurve ihre konvexe Seite nach unten kehrt (Fig. 331).

Wird aber für irgend eine Stelle der Zähler der Gl. 2 zu Null, während der Nenner noch > 0 ist, wird

$$\frac{dx}{dy} = -0 \quad \text{oder} \quad \frac{dy}{dx} = -\infty,$$

so steht der Wasserspiegel an dieser Stelle (nahezu) lothrecht, es bildet sich ein Wassersprung oder eine Wasserschwelle. Dieser Fall ist zuerst von dem Italiener Bidone 1820, später aber auch von Jul. Weisbach (Freiberg in Sachsen) in Kanälen mit

Fig. 332.



grossem Gefällverhältnisse beobachtet. Es verschwindet dann der Stau nicht allmählich, sondern bei B (Fig. 332) plötzlich. Damit dies eintrete, muss an der betreffenden Stelle der Zähler in Gl. 2 Null sein, d. h.

3) $$\frac{w^2}{2g} = \frac{t+y}{2}$$

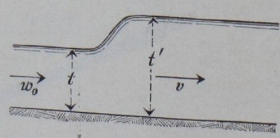
oder die Geschwindigkeitshöhe gleich der halben Wassertiefe. Gleichzeitig muss sein

$$\alpha > \beta \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g},$$

d. h. wegen Gl. 3:

$$\alpha > \beta \frac{u}{F} \frac{t+y}{2}.$$

Fig. 333.



Weil nun annähernd $\frac{F}{u} = t + y$, so muss $\alpha > {}^1/_2 \beta$ sein, damit ein Wassersprung entstehe; dies bedeutet, wenn in Mittel $\beta = 0{,}008$ gesetzt wird, $\alpha > 0{,}004 = 1 : 250$, d. h. ein ungewöhnlich grosses Gefällverhältnis.

Die Höhe $t' - t$ des Sprunges lässt sich nach Fig. 333 in folgender Weise berechnen: Es ist

4) $$vt' = w_0 t, \quad \text{ferner}$$

5) $$t - t' = \frac{v^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} + \frac{(w_0 - v)^2}{2g},$$

worin das letzte Glied den sog. Stossverlust bezeichnet (S. 246). Sonach wird aus beiden Gleichungen

6) $$t' = w_0 \sqrt{\frac{t}{g}} = t \sqrt{\frac{2\alpha}{\beta}}.$$

Nach Bidone's Versuchen ist die Höhe des Sprunges in Wirklichkeit grösser, als diese Formel 6 ergiebt. Nehmen wir daher den Sprung weniger plötzlich an und vernachlässigen deshalb den Stossverlust in Gl. 5, so entsteht aus $vt' = w_0 t$ und

$$t - t' = \frac{v^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} \quad \text{leicht}$$

7) $$t' = \frac{1}{2}\frac{w_0^2}{2g} + \sqrt{\frac{w_0^2}{2g}t + \frac{1}{4}\left(\frac{w_0^2}{2g}\right)^2}.$$

Aus der Entwickelung der beiden Gleichungen 6 und 7 folgt weiter, dass ein Wassersprung mit $t' > t$ nur dann entsteht, wenn $\frac{w_0^2}{2g} > \frac{t}{2}$; es stimmt dies seiner Bedeutung nach mit Gl. 3 überein.

Um nun die Form der Staukurve im Einzelnen zu erfahren, muss man in Gl 2 die Veränderlichen w, F und u durch y ausdrücken. Beziehen sich t, w_0, F_0, u_0 auf das ungestaute, gleichmässig fliessende Wasser, $t + y$, w, F und u auf das gestaute Wasser, so ist $w^2 = w_0^2 \frac{t^2}{(t+y)^2}$, ferner nach den Regeln der gleichmässigen Bewegung, wenn man wegen der grossen Breite $u = u_0 = b$ setzt (gemäss S. 292),

$$\frac{w_0^2}{2g} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{F_0}{u_0} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{bt}{b} \quad \text{und}$$

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{t^3}{(t+y)^2}, \quad \text{sonach mit } \frac{F}{u} = t + y$$

$$\beta \frac{u}{F}\frac{w^2}{2g} = \alpha \frac{t^3}{(t+y)^3}.$$

Hiermit wird aus Gl. 2, S. 317

$$dx = -dy \frac{1 - 2\frac{\alpha}{\beta}\frac{t^3}{(t+y)^3}}{\alpha\left(1 - \frac{t^3}{(t+y)^3}\right)} \quad \text{oder}$$

$$-\alpha\, dx = dy \frac{(t+y)^3 - 2\frac{\alpha}{\beta}t^3}{(t+y)^3 - t^3}.$$

Behufs der Integration ist auf der rechten Seite eine Zerlegung in Theilbrüche erforderlich, jedoch muss, weil der Zähler nach y von demselben Grade ist wie der Nenner, durch theilweise Division erreicht werden, dass der Zähler von geringerem Grade wird. Fügt man im Zähler $+ t^3 - t^3$ hinzu, so entsteht nach einmaliger Division:

$$-\alpha\, dx = dy \left\{1 + \frac{t^3\left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right)}{(t+y)^3 - t^3}\right\} \quad \text{oder}$$

8) $$-\alpha\, dx = dy + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right)\frac{t^3}{(t+y)^3 - t^3}\, dy.$$

Weil $(t+y)^3 - t^3 = 3t^2 y + 3ty^2 + y^3 = y(3t^2 + 3ty + y^2)$ ist, so kann der letzte Bruch geschrieben werden

$$\frac{t^3}{(t+y)^3 - t^3} = \frac{t^3}{y(3t^2 + 3ty + y^2)}.$$

Die Zerlegung dieser gebrochenen Funktion in Theilbrüche muss, weil die Gleichung $3t^2 + 3ty + y^2 = 0$ imaginäre Wurzeln hat, in der Form geschehen:

$$\frac{t^3}{y(3t^2 + 3ty + y^2)} = \frac{A}{y} + \frac{Py + Q}{3t^2 + 3ty + y^2}.$$

Nach Fortschaffung der Nenner wird hieraus

9) $$t^3 = 3t^2 A + 3tAy + Ay^2 + Py^2 + Qy.$$

Soll diese Gleichung für jeden Werth von y bestehen, so muss zunächst stattfinden für $y = 0$: $t^3 = 3t^2 A$, d. h. $A = {}^1/_3 t$. Ebenso ergiebt die erste Abgeleitete der Gl. 9 nach y: $0 = 3tA + 2Ay + 2Py + Q$ und für $y = 0$: $Q = -3tA = -t^2$. Die zweite Abgeleitete $0 = 2A + 2P$ giebt schliesslich $P = -A = -{}^1/_3 t$. Hiernach wird

$$\frac{t^3}{y(3t^2 + 3ty + y^2)} = \frac{t}{3}\frac{1}{y} - \frac{{}^1/_3 ty + t^2}{3t^2 + 3ty + y^2}.$$

Nun kann man Gl. 8 schreiben:

$$-\alpha\, dx = dy + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) t \left\{\frac{1}{3}\frac{dy}{y} - \frac{1}{6}\frac{2y + 6t}{3t^2 + 3ty + y^2}\, dy\right\}.$$

Das Differential des letzten Nenners ist aber $(3t + 2y)\,dy$, daher zerlegen wir den letzten Zähler in $2y + 3t$ und $3t$, um zu erhalten:

$$\text{10)}\quad -\alpha\,dx = dy + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) t \left\{\frac{1}{3}\frac{dy}{y} - \frac{1}{6}\frac{d(3t^2+3ty+y^2)}{3t^2+3ty+y^2}\,dy - \frac{t}{2}\frac{dy}{3t^2+3ty+y^2}\right\}.$$

Setzt man zur Integration des letzten Gliedes vorübergehend $y = z + a$, so wird $3t^2 + 3ty + y^2 = 3t^2 + 3tz + 3ta + z^2 + 2az + a^2$; sollen nun die Glieder mit dem Faktor z verschwinden, so muss $3t + 2a = 0$, d. h. $a = -{}^3/_2 t$; $z = y + {}^3/_2 t$ sein. Dann wird $3t^2 + 3ty + y^2 = 3t^2 - {}^9/_2 t^2 + {}^9/_4 t^2 + z^2 = {}^3/_4 t^2 + z^2$ und

$$\text{11)}\quad \frac{dy}{3t^2+3ty^2+y^2} = \frac{dz}{{}^3/_4 t^2 + z^2} = \frac{2}{t\sqrt{3}}\,d\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{2z}{t\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{t\sqrt{3}}\,d\left(\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2y}{t\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)\right) \quad \text{mit} \quad z = y + \frac{3}{2}t.$$

Die Integration der Gl. 10 ergiebt dann mit Benutzung von Gl. 11:

$$\alpha x = -y + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) t \left\{-\frac{1}{3}\,\mathrm{l}\,y + \frac{1}{6}\,\mathrm{l}\left(3t^2 + 3ty + y^2\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{y}{t} + \sqrt{3}\right)\right\} + \text{Const.}$$

Vereinigt man in dem Klammerausdrucke die beiden Logarithmen, indem man

$$-\frac{1}{3}\,\mathrm{l}\,y = -\frac{1}{6}\,\mathrm{l}\,y^2 = +\frac{1}{6}\,\mathrm{l}\,\frac{1}{y^2}$$

setzt und führt zur Abkürzung die Bezeichnung

$$\text{12)}\quad \frac{1}{6}\,\mathrm{l}\left(3\frac{t^2}{y^2} + 3\frac{t}{y} + 1\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{y}{t} + \sqrt{3}\right) = f\left(\frac{y}{t}\right)$$

ein (s. die Tabelle S. 323), so wird

$$\alpha x = -y + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) t \cdot f\left(\frac{y}{t}\right) + \text{Const.}$$

Weil nun der Abstand x vom Wehr aus gemessen ist, wo $y = H$, so wird

$$0 = -H + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) t \cdot f\left(\frac{H}{t}\right) + \text{Const.}$$

sonach schliesslich durch Abziehen

$$\text{13)}\quad \alpha x = H - y + \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) t \left\{f\left(\frac{y}{t}\right) - f\left(\frac{H}{t}\right)\right\}.$$

Kommt oberhalb des Wehres kein Wassersprung vor, ist also $\alpha < {}^1/_2\beta$ und daher in Gl. 13 der Faktor $1 - \frac{2\alpha}{\beta} > 0$, so ergiebt sich, weil für $\frac{y}{t} = 0$ die $f\left(\frac{y}{t}\right) = \infty$ wird (nach Gl. 12), für $y = 0$ die

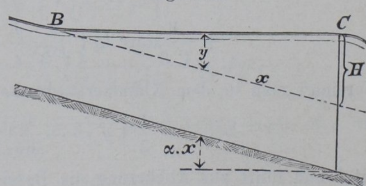
Strecke $x = \infty$; d. h. in diesem meist vorkommenden Falle erstreckt sich die Wirkung des Staues nach oben hin ins Unendliche: die Staukurve schmiegt sich nach oben hin dem ungestauten Wasserspiegel asymptotisch an. In diesem Falle hat Gl. 13 unbeschränkte Gültigkeit für die Staukurve oberhalb des Wehres, d. h. für $y \leqq H$ (der Stauhöhe am Wehre).

Kommt aber wegen $\alpha > {}^1/_2\beta$ ein Wassersprung vor, steigt also an einer Stelle das Wasser plötzlich von der Tiefe t auf die grössere Tiefe t' an, welche nach Gl. 7 (S. 319) zu berechnen ist, so gilt Gl. 13 nur von dem Wehr aufwärts bis zum Wassersprunge, dessen Lage man mittels Gl. 13 berechnen kann, indem man $y = t' - t$ setzt.

In dem Grenzfalle $\alpha = {}^1/_2\beta$ zwischen den beiden vorstehend genannten verschiedenen Fällen wird in Gl. 13 der Faktor $1 - \frac{2\alpha}{\beta} = 0$, daher einfach

14) $$\alpha x = H - y;$$

Fig. 334.



die Staulinie wird eine wagerechte Gerade BC (Fig. 334), geht in den ungestauten Wasserspiegel nicht durch allmähliche Anschmiegung, sondern mittels eines (ein wenig ausgerundeten) Knickes bei B über.

Die Grössen $f\left(\frac{y}{t}\right)$ können aus der Tabelle S. 323 entnommen werden. Die Berechnung der Tabellenwerthe möge an einem Beispiel, etwa für $\frac{y}{t} = \frac{1}{4}$ gezeigt werden.

Hierfür ist (Gl. 12)

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6}\,\mathrm{l}\,(3 \cdot 16 + 3 \cdot 4 + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{4} + \sqrt{3}\right)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 2{,}302585 \cdot \log 61 + 0{,}57735 \operatorname{arc\,tg} 2{,}0207\,.$$

Der Tangente $2{,}0207$ entspricht ein Winkel von $63^0\,40'$, ein Bogen $= 1{,}111193$. Daher wird, weil $\log 61 = 1{,}785330$:

$$f({}^1/_4) = 0{,}6851457 + 0{,}57735 \cdot 1{,}111193 = 1{,}3267\,.$$

Tabelle zur Berechnung von Staukurven.

$\frac{y}{t}$	$f\left(\frac{y}{t}\right)$	$\frac{y}{t}$	$f\left(\frac{y}{t}\right)$
0	∞	$1/5$	1,3866
0,01	2,3261	$1/4$	1,3267
0,02	2,0983	$1/3$	1,2539
0,03	1,9664	$1/2$	1,1616
0,04	1,8738	$2/3$	1,1050
0,05	1,8026	1	1,0387
0,06	1,7451	1,5	0,9890
0,07	1,6970	2	0,9632
0,08	1,6556	2,5	0,9482
0,09	1,6196	3	0,9384
0,10	1,5875	3,5	0,9317
0,13	1,5092	4	0,9270
$1/6$	1,4538		

Beispiel 1: Die Breite eines nahezu rechtwinkligen Wasserlaufes sei $b = 100^{\mathrm{m}}$, die Tiefe des ungestauten Wassers $t = 2^{\mathrm{m}}$, die Stauhöhe am Wehre $H = 0{,}5^{\mathrm{m}}$, das Gefällverhältnis $\alpha = 0{,}0002$. Die mittlere Tiefe oberhalb des Wehres beträgt $(2 + 2{,}5) \cdot 0{,}5 = 2{,}25^{\mathrm{m}}$, daher ist im Mittel $r = 225 : 104{,}5 = 2{,}15^{\mathrm{m}}$; das giebt rund $\beta = 0{,}009$ (vergl. S. 296).

Es ist $\frac{H}{t} = \frac{1}{4}$, $f\left(\frac{H}{t}\right) = 1{,}3267$.

Ferner wird $1 - \frac{2\,\alpha}{\beta} = 1 - \frac{0{,}0004}{0{,}009} = 0{,}9556$.

Setzt man nun $y_1 = 0{,}4^{\mathrm{m}} = 0{,}2\,t = {}^1/_5\,t$, so ergiebt sich nach vorstehender Tabelle $f(0{,}2) = 1{,}3866$, mithin nach Gl. 13:

$$x_1 = 5000 \left\{0{,}5 - 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}9556\,(1{,}3866 - 1{,}3267)\right\} = 1072^{\mathrm{m}}.$$

Da die Tabelle zwischen $\frac{y}{t} = 0$ und $\frac{y}{t} = 0{,}25$ 13 Werthe enthält, so kann man aus ihr 13 Punkte, also ausser dem soeben berechneten (x_1, y_1) noch 12, leicht ableiten.

Geringe Stauhöhen, die nicht grösser sind als die Wellenbewegungen des Wassers, pflegt man unbeachtet zu lassen. Die Wellenbewegungen wachsen mit der Tiefe; demgemäss pflegt man eine Stauhöhe von $y_0 = 0{,}01\,t$ zu vernachlässigen, so dass sich dann statt der ideellen Stauweite $= \infty$ eine endliche, dem Werthe $y_0 = 0{,}01\,t$ entsprechende, begrenzte Stauweite x_0 ergiebt. Für diese gilt mit $y_0 = 0{,}02$ m:

$$x_0 = 5000\left\{0{,}5 - 0{,}02 + 1{,}9111\,(2{,}3261 - 1{,}3267)\right\} = 11950 \text{ m}.$$

Zwischen $y_1 = 0{,}4$ und $y_0 = 0{,}02$ m sollen hier nur noch $y_2 = 0{,}2$ m und $y_3 = 0{,}1$ m berücksichtigt werden. Dann ist

$$x_2 = 5000\left\{0{,}5 - 0{,}2 + 1{,}9111\,(1{,}5875 - 1{,}3267)\right\} = 3992 \text{ m}.$$

$$x_3 = 5000\left\{0{,}5 - 0{,}1 + 1{,}9111\,(1{,}8026 - 1{,}3267)\right\} = 6547 \text{ m}.$$

Diese Staukurve ist in Fig. 331, S. 317 gezeichnet; die Längen sind in 1 : 200 000, die Höhen in 1 : 100 dargestellt.

Beispiel 2: Ein gemauerter rechteckiger Kanal von $b = 0{,}325$ m Breite habe eine Bodenneigung $\alpha = 0{,}023$. Es bewege sich darin Wasser gleichförmig mit einer Wassertiefe $t = 0{,}064$ m und einer sekundlichen Wassermenge $Q = 0{,}0351$ cbm; dann ist mit $F = 0{,}325 \cdot 0{,}064 = 0{,}0208$ qm

$$w_0 = 0{,}0351 : 0{,}0208 = 1{,}688 \text{ m} \quad \text{und}$$

$$\frac{w_0^2}{2\,g} = 0{,}145 \text{ m},$$

d. h. bedeutend grösser als die halbe Wassertiefe; mithin ist als Folge einer weiter unten bewirkten Aufstauung ein Sprung zu erwarten. Für dessen Höhe liefert Gl. 6, S. 319:

$$t' = 1{,}688 \sqrt{\frac{0{,}064}{9{,}81}} = 0{,}136 \text{ m},$$

Gl. 7, S. 319 aber

$$t' = 0{,}073 + \sqrt{0{,}145 \cdot 0{,}064 + 0{,}073^2} = 0{,}194 \text{ m}.$$

In Wirklichkeit war nach der Messung Bidone's, der an diesem Kanale Versuche anstellte, $t' = 0{,}189$, was mit dem letzteren Werthe gut übereinstimmt. Es werde für die weitere Rechnung $t' = 0{,}19$, also die Stauhöhe dort zu $y_0 = 0{,}19 - 0{,}064 = 0{,}126$ m genommen.

Die grösste Stauhöhe wurde zu $H = 0{,}216$ m gemessen. Dann kann man die Entfernung x_0 des Sprunges von dem Orte der grössten Stauhöhe nach Gl. 13, S. 321 berechnen. Es ist

$$\frac{2\,\alpha}{\beta} = \frac{w_0^2}{g\,t} = \frac{0{,}145 \cdot 2}{0{,}064} = 4{,}5,$$

$$\frac{H}{t} = \frac{0{,}216}{0{,}064} = 3{,}375; \quad \frac{y_0}{t} = \frac{0{,}126}{0{,}064} = \text{rund } 2.$$

$f\left(\frac{H}{t}\right) = f(3{,}375)$ wird durch Interpolation in der Tabelle S. 323 erhalten zu $0{,}9334$, mithin

$$0{,}023\,x_0 = 0{,}216 - 0{,}126 - 3{,}5 \cdot 0{,}064\,(0{,}9632 - 0{,}9334)$$

und $x_0 = 3{,}6$ m, während Bidone's Messung etwa $x_0 = 3{,}5$ m ergab.

Für $\frac{y_1}{t} = 3$ oder $y_1 = 0{,}192$ wird

$$0{,}023 \cdot x_1 = 0{,}216 - 0{,}192 - 0{,}224\,(0{,}9384 - 0{,}9334)$$

mit $x_1 = 1\,\text{m}$.

Für $\frac{y_2}{t} = 2{,}5$ oder $y_2 = 0{,}16\,\text{m}$ wird

$$0{,}023\,x_2 = 0{,}216 - 0{,}16 - 0{,}224\,(0{,}9482 - 0{,}9334)$$

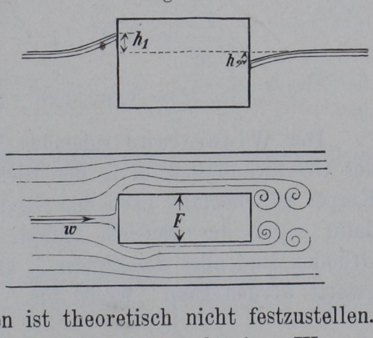
mit $x_2 = 2{,}3\,\text{m}$.

Dieser Wassersprung ist in Fig. 332, S. 318 gezeichnet; die Längen sind in 1 : 100, die Höhen in 1 : 20 dargestellt.

4. Druck strömenden Wassers gegen feste Körper; Widerstand des Wassers gegen bewegte Körper.

Bei scheinbarer (relativer) Ruhe des Wassers gegen einen in denselben eingetauchten festen Körper heben sich die wagerechten Seitenkräfte des Wasserdrucks gegen den Körper auf. Strömt aber das Wasser mit einer Geschwindigkeit w gegen den ruhenden Körper, so werden die einzelnen, ohne Anwesenheit des Körpers parallel verlaufenden Stromfäden gezwungen, den Körper zu umfliessen, sich in gekrümmten Bahnen zu bewegen, wozu Kräfte erforderlich sind; das Wasser staut sich an der Vorderseite auf, während an der Rückseite eine Vertiefung entsteht (Fig. 335). Es erfolgt daher auf der Vorderseite eine Vergrösserung, auf der Rückseite eine Verminderung des Druckes gegenüber dem Ruhezustande um P_1 bezw. P_2. Die Gesammtwirkung der Strömung besteht daher in einer Kraft D im Sinne der Geschwindigkeit w, und zwar ist

Fig. 335.



1) $\quad D = P_1 + P_2.$

Der Verlauf der Stromfäden ist theoretisch nicht festzustellen. In Anlehnung aber an die Formel für den Druck eines Wasserstrahls gegen einen fremden Körper (S. 269) darf man mit einiger Wahrscheinlichkeit setzen:

2) $$P_1 = \zeta_1 \gamma F \frac{w^2}{2g}; \quad P_2 = \zeta_2 \gamma F \frac{w^2}{2g},$$