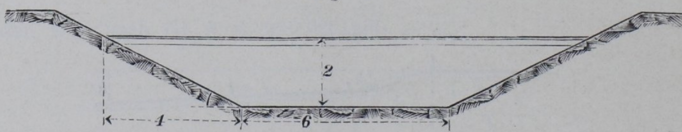
so ergiebt die Einsetzung dieses Werthes in Gl. 1:

$$h = \frac{\alpha r}{\beta}\left(1 + \beta \frac{l}{r}\right) = \alpha\left(\frac{r}{\beta} + l\right), \quad \text{d. h.}$$

2) $$\alpha = \frac{\beta h}{r + \beta l}.$$

Beispiel: Aus einem Behälter soll mittels eines Kanales von 6 m Bodenbreite, 2 m Tiefe und einem Böschungswinkel $\varphi = 26{,}5^0$ ($\text{tg}\,\varphi = 0{,}5$, $\sin\varphi$

Fig. 321.



$= 0{,}447$) (Fig. 321) Wasser entnommen werden. Auf $l = 5000$ m Länge steht ein Gefälle $h = 1$ m zur Verfügung.

Es ist $F = 2 \cdot (6 + 4) = 20$ qm, $u = 6 + 2 \cdot 2 : 0{,}447 = 14{,}95$ m, $r = 20 : 14{,}95 =$ rund $1{,}3$ m. Dann wird nach Bazin (vergl. S. 296)

$$\beta = 2g\left(0{,}000\,28 + \frac{0{,}000\,35}{1{,}3}\right) = 0{,}0108 \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{0{,}0108}{1{,}3 + 54} = \frac{1}{5120}.$$

Dann ist $\alpha \cdot 5000 = 0{,}977$ m das auf den Kanal zu vertheilende Gefälle, während $h_1 = 0{,}023$ m zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit $w = 0{,}68$ m/s. dient. Der Kanal wird daher in der Sekunde $20 \cdot 0{,}67 = 13{,}6$ cbm Wasser liefern.

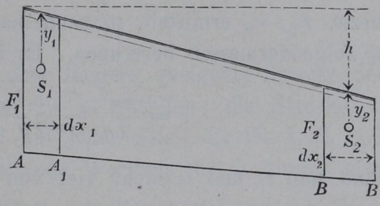
e) Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.

Das äussere Kennzeichen einer beständigen (im Beharrungszustande begriffenen) ungleichförmigen Bewegung ist, dass der Wasserquerschnitt F an derselben Stelle sich nicht ändert, an verschiedenen Stellen aber eine ungleiche Grösse zeigt. Bei regelmässiger Form des Wasserlaufes wird dann an verschiedenen Stellen eines Längenschnittes die Wassertiefe t verschieden gross, der Wasserspiegel also der Kanalsohle nicht parallel sein.

Es lässt sich zeigen, dass in diesem Falle das Gefälle der **Oberfläche** das für die Arbeit der Schwere massgebende, das **wirksame** Gefälle sei.

Wir betrachten die zwischen den Schnitten A und B (Fig. 322) befindliche Wassermenge, die nach einem Zeittheilchen die Lage $A_1 B_1$ einnimmt. Es möge die an diesem Wasserkörper während der Bewegung von AB nach $A_1 B_1$ verrichtete Arbeit der Schwere und des Wasserdrucks berechnet werden. Ist der obere Querschnitt F_1, der untere F_2 und nennt man $AA_1 = dx_1$, $BB_1 = dx_2$, so muss $F_1 dx_1 = F_2 dx_2$ sein. Die Arbeit der Schwere ist offenbar so anzusehen, als ob das Massentheilchen

Fig. 322.



$$m = \frac{\gamma}{g} F_1 dx_1 = \frac{\gamma}{g} F_2 dx_2$$

aus der oberen Lage mit dem Schwerpunkt S_1 in die untere mit dem Schwerpunkt S_2 gerückt sei; diese Arbeit ist dann

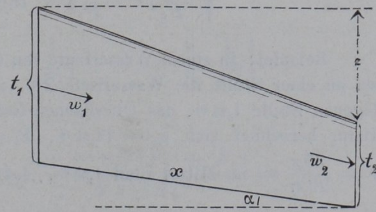
$$mg(h + y_2 - y_1).$$

Die Vertheilung des Druckes über einen Querschnitt erfolgt nahezu nach den Regeln für einen im Gleichgewichte befindlichen Wasserkörper, da der nach S. 260 zu beurtheilende vermindernde Einfluss der Beschleunigung gewöhnlich ausserordentlich unbedeutend ist. Dann treten am oberen und unteren Schnitte die Druckkräfte $\gamma F_1 y_1$ bezw. $\gamma F_2 y_2$ auf mit den Arbeiten $\gamma F_1 y_1 dx_1$ bezw. $-\gamma F_2 y_2 dx_2$, deren Arbeitssumme sich wegen $mg = \gamma F_1 dx_1 = \gamma F_2 dx_2$ auch schreiben lässt $mg(y_1 - y_2)$. Verbindet man dies mit obiger Arbeit der Schwerkraft, so entsteht als Ergebnis

$$mgh,$$

entsprechend einem wirksamen Gefälle h.

Fig. 323.



Bei ungleichförmiger Bewegung zerfällt nun das Gefälle in einen Theil, der zur Geschwindigkeits-Änderung dient, und einen zweiten zur Überwindung der Kanalwiderstände.

Hat man für eine nicht sehr lange Strecke x eines Wasserlaufes (Fig. 323) das Gefälle z der Oberfläche, die Neigung α des Bodens, die Wassertiefen t_1 und t_2, oben und unten gemessen, und die diesen Wassertiefen entsprechenden Querschnittswerthe F_1, u_1 bezw. F_2, u_2 ermittelt, so kann man die sekundliche Wassermenge Q folgendermassen berechnen. Es ist annähernd

$$z = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} + \beta x \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g}.$$

Sind nun t_1 und t_2 nicht viel von einander abweichend, so kann man in dem letzten Gliede, welches das zur Überwindung der Widerstände nöthige Gefälle bedeutet, für die eigentlich veränderlichen Werthe u, F und w die arithmetischen Mittel setzen, d. h.

$$u = \tfrac{1}{2}(u_1 + u_2); \quad F = \tfrac{1}{2}(F_1 + F_2); \quad w = \tfrac{1}{2}(w_1 + w_2).$$

Bedenkt man schliesslich noch, dass

$$Q = F_1 w_1 = F_2 w_2, \quad \text{also } w_1 = \frac{Q}{F_1}, \; w_2 = \frac{Q}{F_2}, \quad \text{so wird}$$

$$z = \frac{Q^2}{2g F_2^2} - \frac{Q^2}{2g F_1^2} + \beta x \frac{u_1 + u_2}{F_1 + F_2}\left(\frac{Q}{F_1} + \frac{Q}{F_2}\right)^2 \frac{1}{8g}$$

$$= \frac{Q^2}{2g}\left\{\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} + \beta x \frac{(u_1 + u_2)(F_1 + F_2)}{4 F_1^2 F_2^2}\right\}.$$

Hieraus ergiebt sich

$$1) \qquad Q = \frac{\sqrt{2gz}}{\sqrt{\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} + \beta x \frac{(u_1 + u_2)(F_1 + F_2)}{4 F_1^2 F_2^2}}}.$$

Beispiel: In einem Wasserlaufe von dem Bettquerschnitte Fig. 321, S. 306, sei an einer Stelle die Wassertiefe 2^{m}, an einer um 200^{m} stromabwärts gelegenen Stelle $1{,}95^{\mathrm{m}}$; das Oberflächen-Gefälle betrage für diese Strecke $0{,}1^{\mathrm{m}}$. Dann berechnet sich $u_1 = 14{,}95^{\mathrm{m}}$, $F_1 = 20^{\mathrm{qm}}$; $u_2 = 14{,}72$, $F_2 = 19{,}3^{\mathrm{qm}}$; $r = \frac{39{,}3}{29{,}67} =$ im Mittel rund $1{,}33^{\mathrm{m}}$, daher $\beta = 0{,}0106$;

$$Q = \frac{\sqrt{2g \cdot 0{,}1}}{\sqrt{\frac{1}{19{,}3^2} - \frac{1}{20^2} + 0{,}0106 \cdot 200 \cdot \frac{28{,}67 \cdot 39{,}3}{4 \cdot 20^2 \cdot 19{,}3^2}}} = 21{,}62^{\mathrm{cbm}}.$$

Hätte man nur den oberen Querschnitt F_1 berücksichtigt, die Bewegung als eine gleichmässige mit dem Gefällverhältnis $\alpha = 0{,}1 : 200 = 0{,}0005$ behandelt, so hätte sich nach S. 294

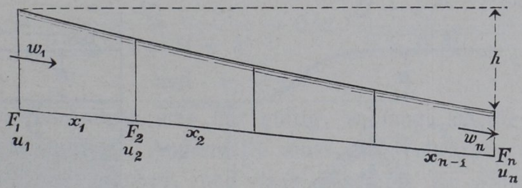
$$w = 42{,}9 \sqrt{1{,}33 \cdot 0{,}0005} = 1{,}109 \quad \text{und} \quad Q = 20 \cdot 1{,}109 = 22{,}18 \text{ cbm}$$

ergeben.

Steht für die Messungen eine längere geeignete Strecke des Wasserlaufes zur Verfügung, so ist es räthlich, die Strecke in mehrere Theile zu zerlegen und auf jeden Theil die Gl. 1, S. 308 anzuwenden. Aus den so erhaltenen Werthen für Q nimmt man dann das arithmetische Mittel.

Ist aber das Gefälle nicht für jeden einzelnen Theil, sondern nur für die ganze eingetheilte Strecke bekannt (Fig. 324), so kann

Fig. 324.



man auch nur eine einzige Gleichung aufstellen, in welche die Summe der nach obiger Weise berechneten Widerstandshöhen der einzelnen Theile eingeführt wird:

$$h = \frac{w_n^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} + \Sigma \beta x \frac{u}{F} \frac{w^2}{2g}$$

$$h = \frac{Q^2}{2g} \left\{ \frac{1}{F_n^2} - \frac{1}{F_1^2} + \Sigma \beta x \frac{u}{F} \frac{1}{F^2} \right\};$$

darin bedeutet

$$\Sigma \beta x \frac{u}{F} \frac{1}{F^2} = \beta_1 x_1 \frac{(u_1 + u_2)(F_1 + F_2)}{4 F_1^2 F_2^2}$$

$$+ \beta_2 x_2 \frac{(u_2 + u_3)(F_2 + F_3)}{4 F_2^2 F_3^2} + \cdots$$