sind, dass der vom Wasser eingenommene Querschnitt F sich auf eine gewisse Länge des Flusses nicht erheblich ändere. Diese Bedingung wird sehr häufig nicht erfüllt sein, und manche Abweichung zwischen Messung und Formel wird man auf diesen Umstand zurückführen können. Die Behandlung ungleichförmiger Bewegung erfolgt weiter unten. Ist aber gar noch die sekundliche Wassermenge Q eines Querschnitts veränderlich, besteht also kein Beharrungszustand, so treten besondere Erschwerungen für die Berechnung ein, weshalb solche Fälle hier nicht behandelt werden können.

b) Querschnittsform kleinsten Widerstandes.

Hat ein Kanal den Zweck, einer Wasserkraftmaschine (Wasserrad oder Turbine) das Betriebswasser zuzuführen, so kann es darauf ankommen, von dem ganzen zur Verfügung stehenden Gefälle für den Zuleitungskanal möglichst wenig zu verbrauchen, damit für die Kraftmaschine möglichst viel übrig bleibe. Da nun nach Gl. 4, S. 292 das erforderliche Gefällverhältnis mit $r = F : u$ umgekehrt proportional ist, so wird diejenige Form des vom Wasser erfüllten Kanalquerschnitts am günstigsten sein, bei welcher r möglichst gross, d. h. bei gegebener Querschnittsfläche F der vom Wasser benetzte Umfang u möglichst klein ist.

Da von allen Figuren gegebenen Flächeninhalts der Kreis den geringsten Gesammtumfang hat, so wird, weil bei einem Kanale nur der vom Wasser benetzte Umfang in Frage kommt, der **Halbkreis** die Kanalform kleinsten Widerstandes sein (Fig. 315), welche annähernd für den unteren Theil des Querschnitts gemauerter Entwässerungskanäle Anwendung findet.

Fig. 315.

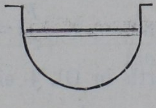
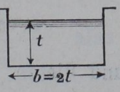


Fig. 316.

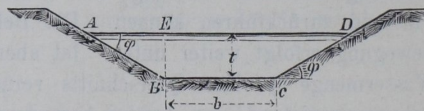


Für rechteckig zu formende Holzgerinne liefert das halbe Quadrat (Fig. 316) den kleinsten Widerstand, da das ganze Quadrat von allen Rechtecken gegebener Fläche den kleinsten Umfang hat.

Für Kanäle in Erde ist der Böschungswinkel φ der Seitenwände durch die Beschaffenheit des Erdreichs bedingt; Bodenbreite b

und Wassertiefe t sind so zu wählen, dass bei gegebener Fläche F der benetzte Umfang u möglichst klein werde. Da nun (Fig. 317) der Grundriss AE der Seitenwand AB die Grösse $t \cdot \cot \varphi$ hat, so ist die mittlere Breite $b + t \cdot \cot \varphi$, daher

Fig. 317.



1) $F = t(b + t \cot \varphi)$

und, weil $AB = t : \sin \varphi$, der benetzte Umfang

2) $$u = b + \frac{2\,t}{\sin \varphi}.$$

Durch Gl. 1 ist die Bodenbreite bedingt zu

$$b = \frac{F}{t} - t \cot \varphi; \text{ hiermit wird}$$

3) $$u = \frac{F}{t} - t \cot \varphi + \frac{2\,t}{\sin \varphi} = \frac{F}{t} + t\,\frac{2 - \cos \varphi}{\sin \varphi}.$$

Damit nun u als $f(t)$ ein Minimum werde, muss

4) $$\frac{d\,u}{d\,t} = -\frac{F}{t^2} + \frac{2 - \cos \varphi}{\sin \varphi} = 0, \text{ d. h.}$$

5) $$t = \sqrt{\frac{F \sin \varphi}{2 - \cos \varphi}}$$

sein. Dass dieser Werth u zu einem Minimum und nicht zu einem Maximum macht, ist unmittelbar daraus ersichtlich, dass für $t = 0$ der Umfang u nach Gl. 3 unendlich gross wird.

Ein einfaches Verhältnis zwischen Bodenbreite b und Wassertiefe t ergiebt sich, wenn man aus Gl. 1 bildet

$$\frac{F}{t^2} = \frac{b}{t} + \cot \varphi$$

und diesen Werth in Gl. 4 einsetzt; dann wird

$$\frac{b}{t} + \cot \varphi = \frac{2 - \cos \varphi}{\sin \varphi} \quad \text{oder}$$

$$\frac{b}{t} = 2 \cdot \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} = 2\,\frac{2 \sin^2(^1/_2\,\varphi)}{2 \sin {}^1/_2\,\varphi \cdot \cos {}^1/_2\,\varphi}, \quad \text{d. h.}$$

6) $$\frac{b}{t} = 2 \operatorname{tg}(^1/_2\,\varphi).$$

Diese Gleichung bedeutet, dass der vom Wasser erfüllte Querschnitt ein einem Halbkreise vom Halbmesser t umschriebenes Trapez sein muss. Denn bei einem solchen (Fig. 318) ist

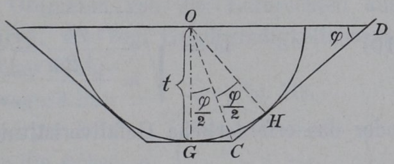
$$\sphericalangle GOH = \varphi,$$

$$\sphericalangle GOC = {}^1\!/_2\, \varphi, \text{ d. h.}$$

$$\frac{{}^1\!/_2\, b}{t} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right),$$

übereinstimmend mit Gl. 6.

Fig. 318.



Für $\varphi = 90^0$ entsteht wieder das halbe Quadrat. Die Rechnung führt also darauf, dass man sich der überhaupt günstigsten Halbkreisform so weit zu nähern habe, wie die vorhandenen Bedingungen es zulassen.

Aus Gl. 5 ergiebt sich:

7) $$\frac{F}{t^2} = \frac{2 - \cos\varphi}{\sin\varphi}.$$

Setzt man aber in Gl. 2 für b den Werth $2\,t\operatorname{tg}({}^1\!/_2\,\varphi)$ nach Gl. 6 ein, so entsteht

$$u = 2\,t \cdot \operatorname{tg}({}^1\!/_2\,\varphi) + \frac{2\,t}{\sin\varphi} \quad \text{oder}$$

$$\frac{u}{2\,t} = \frac{\sin({}^1\!/_2\,\varphi)}{\cos({}^1\!/_2\,\varphi)} + \frac{1}{\sin\varphi}$$

$$= \frac{2\sin^2({}^1\!/_2\,\varphi)\cos({}^1\!/_2\,\varphi) + \cos({}^1\!/_2\,\varphi)}{\cos({}^1\!/_2\,\varphi)\sin\varphi}$$

$$= \frac{2\sin^2({}^1\!/_2\,\varphi) + 1}{\sin\varphi} + \frac{1 - \cos\varphi + 1}{\sin\varphi} \quad \text{also}$$

8) $$\frac{u}{2\,t} = \frac{2 - \cos\varphi}{\sin\varphi}.$$

Aus Gl. 7 und 8 folgt:

$$\frac{F}{t^2} = \frac{u}{2\,t} \quad \text{oder} \quad \frac{F}{u} = \frac{t}{2}.$$

Also ist bei der günstigsten Kanalform die mittlere hydraulische Tiefe

9) $$r = \frac{F}{u} = \frac{t}{2}$$

unabhängig von φ. Somit wird nach der Bazin'schen Formel

10) $$w = \sqrt{\frac{{}^1\!/\!_2\, \alpha t}{m + \frac{2n}{t}}} = \frac{t}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{{}^1\!/\!_2\, m t + n}}$$

oder das erforderliche Gefällverhältnis

11) $$\alpha = w^2\left(\frac{2m}{t} + \frac{4n}{t^2}\right) = w^2\left(\frac{m}{r} + \frac{n}{r^2}\right).$$

Beispiel: Ein Zuleitungskanal soll in der Sekunde $Q = 2^{\text{cbm}}$ Wasser liefern; die Geschwindigkeit werde, damit einerseits keine Beschädigung der Kanalwände, andererseits keine Absetzung von Sinkstoffen erfolge, zu $w = 0{,}5^{\text{m}}$ gewählt, so dass $F = 4^{\text{qm}}$ werden muss. Es soll hiernach die Querschnittsform kleinsten Widerstandes bestimmt werden unter Annahme eines Böschungswinkels $\varphi = 30^{0}$.

Gl. 6 bestimmt $\frac{b}{t} = 2 \cdot \operatorname{tg} 15^{0} = 0{,}536$. — Nach Gl. 5 wird

$$b = \sqrt{\frac{4 \cdot \sin 30^{0}}{2 - \cos 30^{0}}} = 1{,}33^{\text{m}}, \quad \text{also}$$

$$t = 0{,}636 \cdot 1{,}33 = 0{,}71^{\text{m}}.$$

Nach Gl. 9 ist dann $r = 0{,}355$ und nach Gl. 11 das erforderliche Gefällverhältnis

$$\alpha = 0{,}25\left(\frac{0{,}000\,28}{0{,}355} + \frac{0{,}000\,35}{0{,}355^2}\right) = 0{,}000\,891 = 1 : 1122.$$

Grosser Werth ist dieser Rechnung nicht beizulegen, da in Wirklichkeit auch die ebenfalls von Breite und Tiefe abhängigen Kosten des Kanals mit in Frage kommen.

c) Geschwindigkeiten in den verschiedenen Punkten eines Querschnitts.

Im Vorstehenden wurde die Bewegung des Wassers in einem Kanale so aufgefasst, als ob die Wassermasse wie ein starrer prismatischer Körper in dem Kanal abwärts glitte, als ob alle Theile dieses Körpers die gleiche Geschwindigkeit w hätten. In Wirklichkeit ist dies nicht der Fall, vielmehr ist die Geschwindigkeit der Wassertheilchen an verschiedenen Stellen des Querschnitts eine verschiedene. In Folge der Reibung werden die nahe den Kanalwandungen befindlichen Wassertheilchen zurückgehalten und fliessen