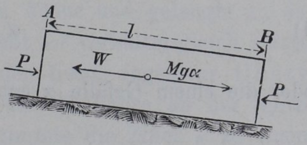
3. Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

a) Gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen.

Soll die beständige (d. h. im Beharrungszustande begriffene) Wasserbewegung **gleichförmig**, soll die Geschwindigkeit w in allen Querschnitten von gleicher Grösse sein, so muss auch der vom Wasser erfüllte Querschnitt F überall dieselbe Grösse haben. Bei überall gleicher Querschnittsform des Kanalbettes giebt sich also eine gleichförmige Bewegung durch überall gleiche Tiefe in einem Längenschnitte zu erkennen.

In einer ganz von Wasser erfüllten Röhre ist die Gleichfömigkeit oder Ungleichförmigkeit der Bewegung allein dadurch bedingt, ob der Röhrenquerschnitt überall gleich ist oder nicht; ein oben offenes Kanalbett aber kann vom Wasser auf verschiedene Höhe erfüllt werden, und nur unter bestimmten Bedingungen wird die Bewegung gleichförmig erfolgen.

Fig. 313.



Nehmen wir den Widerstand W, den das Wasser bei seiner Fortbewegung zu überwinden hat, einstweilen wieder, wie bei den Röhren, proportional mit der Berührungsfläche und mit der Geschwindigkeitshöhe an, so ergiebt sich, wenn man (Fig. 313) einen Wasserkörper vom Querschnitt F und der Länge l betrachtet, und u der benetzte Umfang des Querschnitts ist (Gl. 1, S. 277)

$$1)\qquad W = \varkappa u l \frac{w^2}{2g}.$$

Da nun die Druckkräfte P an den beiden Querschnitten A und B sich offenbar aufheben, so muss, wenn man wegen der Kleinheit des Neigungswinkels α dessen Sinus gleich dem Bogen setzt, die Seitenkraft der Schwere

$$Mg\alpha = W, \quad \text{d. h.}$$

$$\gamma F l \alpha = \varkappa u l \frac{w^2}{2g},$$

also, wenn man, wie auf S. 277, $\varkappa = \gamma \beta$ setzt,

2) $$\alpha = \beta \frac{u}{F} \frac{w^2}{2\,g}$$

sein, mit β als Widerstandsziffer für Wasser in dem Kanale. Bei einem Querschnitte von sehr grosser Breite b im Verhältnisse zur Tiefe ist annähernd $u = b$ und $\dfrac{F}{u}$ gleich der mittleren Tiefe. Wegen der massgebenden Bedeutung dieses Quotienten $F:u$ in Gl. 2 nennt man daher allgemein

3) $$\frac{F}{u} = r$$

die mittlere hydraulische Tiefe oder den mittleren Radius; hiermit wird das für gleichmässige Bewegung nöthige Gefällverhältnis

4) $$\alpha = \frac{\beta}{r} \frac{w^2}{2\,g},$$

oder die einem Gefälle α entsprechende Geschwindigkeit

$$w = \sqrt{\frac{2\,g\,\alpha\,r}{\beta}},$$ wofür man mit

5) $$\sqrt{\frac{2\,g}{\beta}} = k$$ zu setzen pflegt

6) $$w = k\sqrt{\alpha\,r}.$$

Ebenso wie bei der Bewegung in Röhren (S. 278) ist aber auch hier die einfache Annahme für W (Gl. 1) nicht genau zutreffend und deshalb auch β und das daraus folgende k keine völlig konstante oder etwa nur von der Regelmässigkeit des Bettes abhängige Grösse.

Bei der Berechnung von Röhrenweiten hatte die Veränderlichkeit von $\lambda = 4\,\beta$ keine sehr grosse Wichtigkeit. Man musste sich nur hüten, die Widerstände zu unterschätzen, während eine Überschätzung nur eine etwas reichliche Weite lieferte, deren Einfluss auf die Kosten meist nicht erheblich war, die Leistungsfähigkeit der Röhrenleitung aber für eine um so längere Zeit sicherte. Bei einer Röhrenleitung hat man das Wasser mittels

Abstellvorrichtungen stets in der Gewalt, bei einem oben offenen Kanal oder Flüss aber nicht.

Ist bei einem Kanal oder Flusse das Gefällverhältnis α zu gross, so entsteht eine Geschwindigkeit, die grösser ist, als beabsichtigt oder erwartet war. In Folge dessen kann möglicherweise das Kanalbett beschädigt und auch die Wassertiefe vielleicht für etwaige Schifffahrt oder für Rücksichten der Landwirthschaft zu klein werden, während der entgegengesetzte Fall eine Überschwemmung herbeiführen kann. Während man eine Wasserleitung mit Gewalt im Zaume hält, kann man Kanäle und Flüsse nur durch die Mittel der Wissenschaft beherrschen. Aus diesem Grunde hat man seit etwa 150 Jahren mit Aufwendung grosser Kosten sich bemüht, für die Ziffer k befriedigende Gesetze aufzufinden.

Der ostfriesische Baubeamte Brahms erkannte zuerst 1753, wie es möglich sei, dass das Wasser beim Abwärtsfliessen eine gleichförmige Bewegung ausführen könne und gelangte zu der Formel 6, indem er den Widerstand mit w^2 verhältnisgleich setzte. Zu gleichem Ergebnisse kam 1775 der franz. Ingenieur Chézy. Eytelwein (geb. 1764, gest. 1848), der 21 Jahre an der Spitze des preussischen Bauwesens stand, bestimmte die Ziffer k zu einem Werthe, der, auf Metermafs umgerechnet, zu

$$k = 50$$

abgerundet werden kann.

Mit bedeutenden Mitteln wurden dann 1850—60 in Nordamerika unter Leitung der Ingenieure Humphreys und Abbot umfassende Versuche am Mississippi und seinen Nebenflüssen angestellt. Diese Flüsse verursachten nämlich fast alljährlich verheerende Überschwemmungen, und zur Verbesserung der Wasserläufe bedurfte man vor Allem der Kenntnis der Bewegungsgesetze. Die von den amerikanischen Ingenieuren aufgestellte Formel ist sehr verwickelt, sie lautet

$$7)\qquad w = \left\{ \sqrt{0{,}0025\,m + \sqrt{68{,}72\,r_1\sqrt{\alpha}}} - 0{,}05\sqrt{m} \right\}^2$$

$$\text{mit}\quad m = \frac{0{,}933}{\sqrt{r + 0{,}457}};\quad r_1 = \frac{F}{u + b},$$

wenn b die Breite des Wasserspiegels bedeutet. Humphreys und Abbot glaubten nämlich auch einen verzögernden Einfluss der über dem Wasserspiegel befindlichen Luft annehmen zu sollen, weshalb in der Hülfsgrösse r_1 der Gesammtumfang $u + b$ vorkommt.

Sehr umfassende Versuche wurden auch im Auftrage der französischen Regierung in den Jahren 1856—64 unter der Leitung von Darcy und nach dessen Tode von Bazin angestellt. Diese Versuche erstreckten sich auf Gerinne, Kanäle und Flüsse der verschiedensten Art. Bazin fasste die Ergebnisse in die Formel zusammen:

8) $$w = \sqrt{\frac{ra}{m + \frac{n}{r}}},$$

oder, wenn man die Grundform der Gl. 6 beibehält, also $w = k\sqrt{ra}$ setzt:

9) $$k = \frac{1}{\sqrt{m + \frac{n}{r}}}$$

und wegen Gl. 5 die Widerstandsziffer

10) $$\beta = \frac{2g}{k^2} = 2g\left(m + \frac{n}{r}\right).$$

Hierin bedeuten m und n Ziffern, die von der Beschaffenheit der Kanalwand, bezw. des Flussbettes abhängen. Es gelten:

1. für Kanäle aus gehobeltem Holz oder aus Cement:

$$m = 0{,}000\,15;\; n = 0{,}000\,004\,5;$$

2. für Kanäle aus ungehobeltem Holz, aus Quadern oder Ziegeln:

$$m = 0{,}000\,19;\; n = 0{,}000\,013\,3;$$

3. für Kanäle aus Bruchsteinmauerwerk:

$$m = 0{,}000\,24;\; n = 0{,}000\,06;$$

4. für Kanäle in Erde:

$$m = 0{,}000\,28;\; n = 0{,}000\,35.$$

Diese Formeln sagen aus, der Widerstand sei wohl mit dem Quadrate der Geschwindigkeit verhältnisgleich, nicht aber einfach mit der Grösse der Berührungsfläche, sondern stehe zu dieser in einer verwickelbaren Beziehung, im wesentlichen übereinstimmend mit der Darcy'schen Formel für λ bei Röhren (Gl. 7, S. 278).

Die Formeln von Humphreys und Abbot und die von Bazin ergänzen sich und schliessen sich auch gegenseitig aus. Erstere ist aus den Messungen an grossen Strömen gewonnen, in denen sich das Wasser trotz geringen Gefälles wegen grosser Tiefe r mit grosser Geschwindigkeit bewegt und passt auch nur für solche, während dagegen Bazin's Formel für kleinere Gewässer ($r < 6^{\mathrm{m}}$) mit stärkerem Gefälle geeignet ist.

Im Jahre 1869 haben sich nun die schweizerischen Ingenieure Ganguillet und Kutter mit gutem Erfolge der schwierigen Aufgabe unterzogen, die Ergebnisse der Messungen in Nordamerika und in Frankreich in eine einzige Formel von allgemeiner Gültigkeit zusammenzufassen. Danach ist, wenn man die Form $w = k\sqrt{r\alpha}$ beibehält,

$$11)\qquad k = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{\alpha}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{\alpha}\right)\frac{n}{\sqrt{r}}}.$$

Hierin ist n von der Rauhigkeit des Bettes abhängig; man hat zu setzen:

1. für Kanäle aus gehobeltem Holz oder aus Cement: $n = 0{,}010$;
2. für Kanäle aus ungehobeltem Holz: $n = 0{,}012$;
3. für Kanäle aus Quadern oder Ziegeln: $n = 0{,}0013$;
4. für Kanäle aus Bruchsteinen: $n = 0{,}0017$;
5. für Kanäle in Erde: $n = 0.025$;
6. für Gewässer mit gröberen Geschieben oder mit Wasserpflanzen: $n = 0{,}030$.

Bazin selbst hat sich in anerkennendster Weise über die Formel von Ganguillet und Kutter ausgesprochen, und sie kann als die beste allgemeine Formel bezeichnet werden.

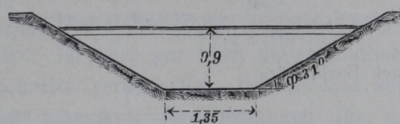
Bei den meisten einschlägigen Aufgaben des Wasserbaues handelt es sich (besonders in Deutschland) um kleinere und mittlere Wasserläufe, d. h. auf Fälle des Anwendungsgebietes der Bazin'schen Formel; da nun letztere einfacher ist als die schweizerische, so ist für diese Fälle die Bazin'sche Formel zu empfehlen. Für Kanäle in Erde ergeben sich für verschiedene Grössen r die Werthe k und $\beta = 2g : k^2$, wie folgende Tabelle zeigt:

Werthe k und β nach der Bazin'schen Formel für Kanäle in Erde.

r	k	β
0,1	16,3	0,0742
0,2	22,2	0,0397
0,3	26,3	0,0284
0,4	29,4	0,0226
0,5	31,9	0,0192
0,6	34,0	0,0169
0,7	35,8	0,0153
0,8	37,3	0,0141
0,9	38,7	0,0131
1,0	39,8	0,0124
1,1	40,9	0,0117
1,2	41,8	0,0112
1,3	42,7	0,0108
1,4	43,4	0,0104
1,5	44,1	0,0101
1,6	44,3	0,0098
1,7	45,4	0,0095
1,8	45,9	0,0093
1,9	46,4	0,0091
2,0	46,9	0,0089
2,5	48,8	0,0082
3,0	50,2	0,0078
4,0	52,2	0,0072
5,0	53,5	0,0069
6,0	54,4	0,0066

Beispiel 1: Ein Graben von einem Querschnitte nach Fig. 314 habe ein Gefällverhältnis $\alpha = 0{,}000441$ Bei dem Böschungswinkel $\varphi = 31^0$ ist $\operatorname{tg} \varphi = 0{,}6$, $\sec \varphi = 1{,}17$, $\sin \varphi = 0{,}515$, $\operatorname{cosec} \varphi = 1{,}942$. Dann ist die mittlere Breite

Fig. 314.



$$1{,}35 + \frac{0{,}9}{0{,}6} = 2{,}85\ ^{\mathrm{m}},$$

der Querschnitt

$$F = 2{,}85 \cdot 0{,}9 = 2{,}565\ ^{\mathrm{qm}};$$

der benetzte Umfang $u = 1{,}35 + 2 \cdot 0{,}9 \cdot \operatorname{cosec} \varphi = 4{,}85\ ^{\mathrm{m}}$, daher $r = 2{,}565 : 4{,}85 = 0{,}529\ ^{\mathrm{m}}$. Nach Messungs-Ergebnissen war die wirkliche Geschwindigkeit $w = 0{,}467\ ^{\mathrm{m}}$. Es sollen damit die Ergebnisse der vorstehenden Formeln verglichen werden. Es ist

$$\sqrt{r\alpha} = \sqrt{0{,}529 \cdot 0{,}000441} = 0{,}01527\,.$$

Nach Eytelwein wäre

$$k = 50; \quad w = 0{,}763\,.$$

Nach Humphreys und Abbot:

$$m = \frac{0{,}933}{\sqrt{0{,}529 + 0{,}457}} = 0{,}94; \quad r_1 = \frac{2{,}565}{4{,}85 + 4{,}35} = 0{,}279; \quad w = 0{,}563\,.$$

Nach Bazin wäre

$$k = \frac{1}{\sqrt{0{,}00028 + \dfrac{0{,}00035}{0{,}528}}} = 32{,}57 \quad \text{und } w = 0{,}497\,.$$

Nach Ganguillet und Kutter wäre

$$k = \frac{23 + 40 + \dfrac{0{,}00155}{0{,}000441}}{1 + \left(23 + \dfrac{0{,}00155}{0{,}000441}\right) \dfrac{0{,}025}{\sqrt{0{,}529}}} = 34{,}80 \quad \text{und } w = 0{,}531\,.$$

Hiernach geben die Formeln sämmtlich zu grosse Werthe für die Geschwindigkeit; die Bazin'sche schliesst sich dem Ergebnisse der Messung am besten an, dann folgt die schweizerische, dann die amerikanische Formel, während die Eytelwein'sche Formel am meisten abweicht.

Beispiel 2: Die Elbe hatte bei Altengamm oberhalb Hamburg bei Hochwasser im März 1881 eine Wasserspiegelbreite $b = 587{,}4\ ^{\mathrm{m}}$, einen benetzten Umfang $u = 591{,}4\ ^{\mathrm{m}}$, einen Flächeninhalt $F = 3132{,}7\ ^{\mathrm{qm}}$, mithin $r = 5{,}297\ ^{\mathrm{m}}$. Das Gefällverhältnis betrug $\alpha = 0{,}000152$. Die Geschwindigkeit wurde zu $w = 1{,}17\ ^{\mathrm{m}}$ gemessen. Es ist

$$\sqrt{r\alpha} = \sqrt{5{,}297 \cdot 0{,}000152} = 0{,}02838\,.$$

Nach Eytelwein wäre

$$k = 50; \quad w = 1{,}42 \text{ m}.$$

Nach Humphreys und Abbot wäre

$$m = \frac{0{,}933}{\sqrt{5{,}297 + 0{,}457}} = 0{,}389; \quad r_1 = \frac{3132{,}7}{591{,}4 + 587{,}4} = 2{,}658 \text{ m}; \quad w = 1{,}42.$$

Nach Bazin wäre

$$k = \frac{1}{\sqrt{0{,}000\,28 + \frac{0{,}000\,35}{5{,}297}}} = 53{,}8; \quad w = 1{,}53.$$

Nach Ganguillet und Kutter wäre

$$k = \frac{23 + 40 + \frac{0{,}001\,55}{0{,}000\,152}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}001\,55}{0{,}000\,152}\right)\frac{0{,}025}{\sqrt{5{,}297}}} = 53{,}8; \quad w = 1{,}53.$$

Auch in diesem Falle liefern die Formeln sämmtlich zu grosse Werthe; die amerikanische und die Eytelwein'sche stimmen überein und schliessen sich der Messung am nächsten an, während die Bazin'sche und die schweizerische Formel am meisten, und zwar ebenfalls um gleich viel abweichen.

In beiden Fällen stimmen die Ergebnisse der Messung mit denen der Formeln, selbst der am besten passenden, nicht sehr befriedigend überein. Es hat eben jeder Bach, jeder Kanal, jeder grössere Theil eines langgestreckten Flusses seine besondere Eigenthümlichkeit, seinen besonderen Rauhigkeitsgrad, d. h. seine besonderen Ziffern m und n (nach Bazin) bezw. n (nach Ganguillet und Kutter), die der Wasserbaubeamte, der sich mit dem Gewässer zu beschäftigen hat, entweder durch Messungen feststellen oder nach dem Augenschein auf Grund genauerer Kenntnis anderer Wasserläufe abschätzen muss. Die Eigenthümlichkeiten eines Flusses lassen sich nicht wohl in allgemeine Formeln zwängen. Wenn man dies erwägt, wird man sich bezüglich allgemeiner Formeln mit dem bisher Erreichten begnügen können. Auch ist zu bedenken, dass Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Wassers, Wirbel u. dgl. häufig die Messung erschweren und ihre Richtigkeit beeinträchtigen, so dass zuweilen auch deren Ergebnisse von der Wirklichkeit nicht unerheblich abweichen können. Schliesslich aber muss betont werden, dass die vorstehenden Formeln sich nur auf eine **gleichförmige** Bewegung beziehen, d. h. an die Bedingung geknüpft sind, dass der vom Wasser eingenommene Querschnitt F sich auf eine gewisse Länge des Flusses nicht erheblich ändere. Diese Bedingung wird sehr häufig nicht erfüllt sein, und manche Abweichung zwischen Messung und Formel wird man auf diesen Umstand zurückführen können. Die Behandlung ungleichförmiger Bewegung erfolgt weiter unten. Ist aber gar noch die sekundliche Wassermenge Q eines Querschnitts veränderlich, besteht also kein Beharrungszustand, so treten besondere Erschwerungen für die Berechnung ein, weshalb solche Fälle hier nicht behandelt werden können.

b) Querschnittsform kleinsten Widerstandes.

Hat ein Kanal den Zweck, einer Wasserkraftmaschine (Wasserrad oder Turbine) das Betriebswasser zuzuführen, so kann es darauf ankommen, von dem ganzen zur Verfügung stehenden Gefälle für den Zuleitungskanal möglichst wenig zu verbrauchen, damit für die Kraftmaschine möglichst viel übrig bleibe. Da nun nach Gl. 4, S. 292 das erforderliche Gefällverhältnis mit $r = F : u$ umgekehrt proportional ist, so wird diejenige Form des vom Wasser erfüllten Kanalquerschnitts am günstigsten sein, bei welcher r möglichst gross, d. h. bei gegebener Querschnittsfläche F der vom Wasser benetzte Umfang u möglichst klein ist.

Da von allen Figuren gegebenen Flächeninhalts der Kreis den geringsten Gesammtumfang hat, so wird, weil bei einem Kanale nur der vom Wasser benetzte Umfang in Frage kommt, der **Halbkreis** die Kanalform kleinsten Widerstandes sein (Fig. 315), welche annähernd für den unteren Theil des Querschnitts gemauerter Entwässerungskanäle Anwendung findet.

Fig. 315.

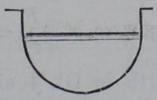
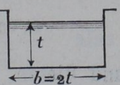


Fig. 316.



Für rechteckig zu formende Holzgerinne liefert das halbe Quadrat (Fig. 316) den kleinsten Widerstand, da das ganze Quadrat von allen Rechtecken gegebener Fläche den kleinsten Umfang hat.

Für Kanäle in Erde ist der Böschungswinkel φ der Seitenwände durch die Beschaffenheit des Erdreichs bedingt; Bodenbreite b