sonach wird an der unteren Öffnung

$$w = w_1 \frac{F_1}{F} = \frac{F_1}{F} \sqrt{2g\left(y + \frac{p_0}{\gamma}\right)}.$$

Dieser Werth ist $\leqq \sqrt{2gh}$, wenn die Bedingung 10 erfüllt ist.

Die Hauptgleichung für die ideelle Ausflussgeschwindigkeit auf S. 231 gilt demnach nur, wenn der nach S. 260, Gl. 3 berechnete Druck $\mathfrak{p}$ an allen Stellen des Gefässes sich positiv ergiebt.

Beispiel: Schliesst sich an ein weites Gefäss von 1 m Wassertiefe scharfkantig ein lothrechtes Rohr von 12 m Länge (Fig. 290), so gilt in einer Tiefe $y > 1$ m für den hydraulischen Druck $\mathfrak{p}$ (Gl. 5) wegen $F_1 = F$:

$$\frac{\mathfrak{p}}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + y - h,$$

$$\text{also } \mathfrak{p} \lesseqqgtr 0 \quad \text{für } y \lesseqqgtr h - \frac{p_0}{\gamma},$$

d. h. in diesem Falle ($h = 13$ m) für $y \lesseqqgtr 3$ m. Die Röhre wird daher nur auf die untere Länge $h_0 = 10$ m ausgefüllt; oben, wo das Rohr sich dem Gefäss anschliesst, reisst die Wassersäule ab; die Geschwindigkeit beim Eintritt in das Rohr wird

$$w_1 = \varphi \sqrt{2g(1 + h_0)} = 0{,}96 \sqrt{2g \cdot 11} = 14{,}1;$$

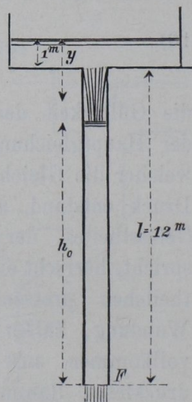
die sekundl. Wassermenge wegen der Einschnürung am scharfen Rande

$$Q = 0{,}64 \cdot 14{,}1 \cdot F = 9{,}02\, F;$$

daher ist die Geschwindigkeit am unteren Ende

$$w = \frac{Q}{F} = 9{,}02 \text{ m/s}.$$

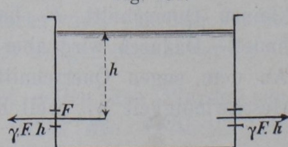
Fig. 290.



k) Gesammtdruck ausströmenden Wassers auf die Gefässwände.

Befindet sich das Wasser in einem Gefäss in Ruhe (Fig. 291), so heben sich die Druckkräfte $\gamma F h$ auf zwei einander gegenüber liegende parallele Wandflächenstücke auf. Entfernt man plötzlich das linksseitige Flächenstück F, so wird nun die nach rechts gerichtete Kraft $\gamma F h$ nicht mehr aufgehoben, so dass das Gefäss jetzt einen überschüssigen Seitendruck nach rechts erfährt, während links das Wasser auszuströmen beginnt. Mit der Ausbildung des

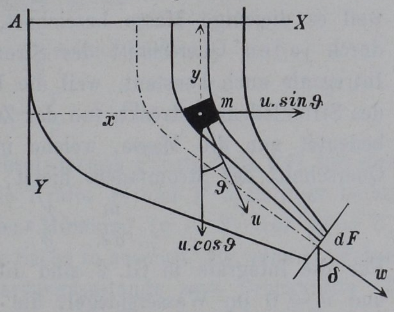
Fig. 291.



Beharrungszustandes der Ausflussbewegung vergrössert sich aber, wie gezeigt werden soll, der einseitige Druck fast auf das Doppelte der hydrostatischen Druckkraft.

Zur Entwickelung benutzen wir ein Gefäss (Fig. 292) mit einer ziemlich bestimmt erkennbaren einfach gekrümmten Mittellinie; diese sei oben lothrecht, bilde aber an der Mündung mit der Lothrechten einen Winkel δ. Man trenne aus der Wassermenge des Gefässes einen Stromfaden heraus, der an der Öffnung F den Querschnitt dF hat und alle diejenigen Wassertheilchen enthält, welche demnächst in Folge gegenseitiger Verdrängung durch den Öffnungstheil dF ausfliessen werden.

Fig. 292.



Diejenige Wassermasse, welche durch dF während der Zeit dt ausströmt, welche daher gleichzeitig auch durch jeden anderen Querschnitt des Wasserfadens fliessen muss, sei das Massentheilchen

$$1)\qquad m = \frac{\gamma}{g} \cdot \alpha \cdot dF \cdot w \cdot dt.$$

Hierin ist w die mittlere Geschwindigkeit des Ausflussstrahles. Ein solches Massentheilchen des Stromfadens mit den Koordinaten x und y habe die Geschwindigkeit u, die mit der Lothrechten den Winkel ϑ bilde. Die Seitengeschwindigkeiten des Massentheilchen sind dann

$$\frac{dx}{dt} = u \sin\vartheta \quad \text{und} \quad \frac{dy}{dt} = u\cos\vartheta,$$

die entsprechenden Beschleunigungen

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d(u\sin\vartheta)}{dt} \quad \text{und} \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d(u\cos\vartheta)}{dt}.$$

Die entsprechenden Ergänzungskräfte sind

$$\frac{m\,d(u\sin\vartheta)}{dt} \quad \text{und} \quad \frac{m\,d(u\cos\vartheta)}{dt}$$

mit dem Sinne nach links, bezw. nach oben.

Für die ganze Masse des Stromfadens ergeben sich dann die Ergänzungskräfte

2) $$dX = \frac{m}{dt}\int_{w_0,\,0}^{w,\,\delta} d\,(u\sin\vartheta) \quad \text{bezw.} \quad dY = \frac{m}{dt}\int_{w_0,\,0}^{w,\,\delta} d\,(u\cos\vartheta).$$

Diese Ergänzungskräfte bezeichnen wir noch als Differentiale, weil die Masse des Stromfadens unendlich klein ist; m ist konstant, weil es diejenige Masse bezeichnet, die in einem Zeittheilchen dt durch jeden Querschnitt des Stromfadens geht; dt ist für obige Intregrale auch konstant, weil die Integration sich über die Länge des Stromfadens erstreckt, von der Zeit aber unabhängig ist. $m:dt$ bedeutet nun die Masse, welche in jeder Sekunde durch jeden Querschnitt des Stromfadens fliesst; nach Gl. 1 ist

$$\frac{m}{dt} = \frac{\gamma}{g}\alpha\cdot dF\cdot w.$$

Für die Integrale in Gl. 2 sind die unteren Grenzwerthe $u = w_0$ und $\vartheta = 0$ im Wasserspiegel, die oberen: $u = w$ und $\vartheta = \delta$ an der Mündung. Bei Herstellung der unbestimmten Integrale heben sich Integral- und Differentialzeichen auf; daher wird

$$dX = \frac{\gamma}{g}\cdot\alpha\cdot dF\cdot w\,(w\cdot\sin\delta - 0)$$

$$dY = \frac{\gamma}{g}\cdot\alpha\cdot dFw\,(w\cos\delta - w_0).$$

Nehmen wir, für die meisten Fälle zutreffend, w_0 als sehr klein an, so werden die Ergänzungskräfte für die ganze Wassermenge im Gefäss erhalten, indem man dF mit F vertauscht, nämlich

3) $$\left\{\begin{aligned} X &= \frac{\gamma}{g}\cdot\alpha\cdot F\cdot w^2\cdot\sin\delta, \\ Y &= \frac{\gamma}{g}\cdot\alpha\cdot F\cdot w^2\cdot\cos\delta. \end{aligned}\right.$$

Die Lage dieser beiden Kräfte hängt von der Form des Gefässes ab und hat gewöhnlich kein besonderes Interesse. An irgend einem Punkt angreifend gedacht, lassen sie sich zu einer Mittelkraft

4) $$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{\gamma}{g}\cdot\alpha\cdot F\cdot w^2$$

zusammensetzen, die mit der Lothrechten einen Winkel ε bildet, mit

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{X}{Y} = \operatorname{tg}\delta.$$

Die gesammte Ergänzungskraft R hat hiernach mit w gleiche Richtung, aber entgegengesetzten Sinn. Mit ihr müssen die äusseren Kräfte, die auf die Wassermasse im Gefässe wirken, im Gleichgewichte sein; es sind dies die Schwere Mg und der Druck der Gefässwände gegen das Wasser. Nennt man H den wagerechten nach rechts gerichteten, V den lothrechten aufwärts gerichteten Druck der Gefässwände gegen das Wasser, so ist

$$5)\quad \left\{\begin{aligned} H &= X = \frac{\gamma}{g}\,\alpha F w^2 \sin\delta, \\ V &= Mg - \frac{\gamma}{g}\,\alpha F w^2 \cos\delta. \end{aligned}\right.$$

Nach dem Satze der Wechselwirkung (Theil 1, S. 34) übt das Wasser auf die Gefässwände die Kräfte H und V nach links bezw. abwärts aus. Bei geschlossener Mündung ($w = 0$) war $H = 0$, $V = Mg$; mithin kann man die Sache so ansehen, wie wenn als Folge der Ausflussbewegung im Beharrungszustande zwei Druckkräfte X und Y entstehen, die von dem strömenden Wasser auf das Gefäss ausgeübt werden und zu den im Ruhezustande wirkenden Druckkräften hinzukommen. X hat entgegengesetzten Sinn mit $w \sin\delta$, Y bildet eine Verminderung des Bodendruckes. Die Gesammtkraft R, entgegengesetzten Sinnes mit w, heisst die Reaktion des ausfliessenden Wassers. Man kann auch schreiben

$$6)\quad R = 2\gamma \cdot \alpha \cdot F \cdot \frac{w^2}{2g},$$

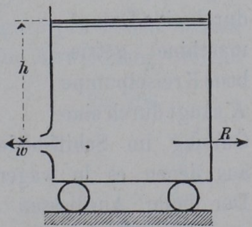
und wenn man noch $w^2 = \varphi^2 \cdot 2gh$ setzt,

$$7)\quad \begin{aligned} R &= 2 \cdot \gamma \cdot \alpha \cdot F \cdot \varphi^2 \cdot h \\ &= 2 \cdot \varphi \cdot \mu \gamma \cdot F \cdot h, \end{aligned}$$

oder mit $Q = \alpha F w$ als sekundl. Ausflussmenge

$$8)\quad \boldsymbol{R = \frac{\gamma}{g} Q w.}$$

Fig. 293.



Findet (wie in Fig. 292) an der Mündung keine Einschnürung statt, so dass $\mu = \varphi$, so ist, weil φ^2 nicht viel von der Einheit abweicht, R fast das Doppelte der hydrostatischen Druckkraft $\gamma F h$ gegen die Mündung, wie S. 265 gesagt wurde.

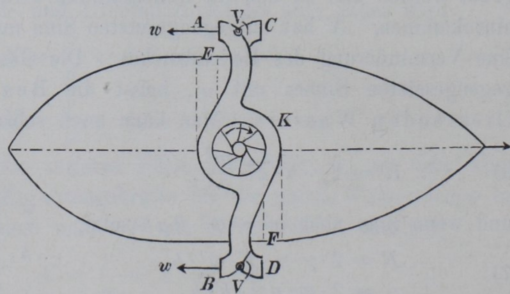
Hat w wagerechte Richtung, so wird, mit $\delta = 90^0$, $R = 2\varphi \cdot \mu \cdot \gamma \cdot F \cdot h$ ebenfalls wagerecht (Fig. 293).

Eine gleichförmige Verschiebung des Gefässes ändert an den Kräften nichts. Es wird $w = \varphi \sqrt{2gh}$ die scheinbare (relative) Ausflussgeschwindigkeit des Wassers in Bezug auf das Gefäss; macht man daher das Gefäss leicht beweglich, so wird der Seitendruck R des ausfliessenden Wassers einen ebenso grossen Widerstand überwinden können.

Beispiel: Auf einem Eisenbahnwagen sei ein Wasserbehälter angebracht, der unten eine Seitenöffnung mit gut abgerundetem Mundstücke von $0{,}12^{\mathrm{m}}$ Durchmesser enthält. Der Wasserspiegel liege um $h = 2^{\mathrm{m}}$ über der Öffnung. Das ausfliessende Wasser erzeugt eine wagerechte Druckkraft gegen das Gefäss und somit gegen den Wagen von $2 \cdot 1000 \cdot 0{,}12^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}96^2 \cdot 2 =$ rund 42^{kg}. Rechnet man die Widerstandsziffer des Eisenbahnwagens $= {}^1/_{400}$ (s. 1. Theil, S. 255), so darf der Wagen ein Gesammtgewicht $= 400 \cdot 42 = 16\,800^{\mathrm{kg}}$ haben, wenn er durch den Wasserausfluss in langsamer Bewegung erhalten werden soll.

Vorstehendes Beispiel entspricht keinem wirklichen Gebrauche, stützt sich vielmehr nur auf künstliche Annahmen. Thatsächliche Anwendung aber findet der Wasserstrahl zum Betriebe von Schiffen, sog. **Strahlschiffen** (Reaktionsschiffen) (Fig. 294). Eine durch eine Dampfmaschine getriebene Kreiselpumpe K saugt durch eine Öffnung im Schiffsboden Wasser an und presst dies in Röhren, aus denen es in wagerechter Richtung zur Ausströmung gelangt. Der beim Ausfliessen auf die Röhren und somit auf das Schiff ausgeübte Rückdruck dient zum Forttreiben des Schiffes. Beim Vorwärtsfahren (nach rechts) strömt das Wasser nach rückwärts aus den Öffnungen A und B. Durch Umstellung von Klappen V kann man den Ausfluss auch bei C und D bewirken, um das Schiff zeitweise rückwärts zu treiben. Ausfluss bei A und D bewirkt Rechtsdrehung, bei B und C Linksdrehung des Schiffes ohne Zuhülfenahme des Steuers. Die hieraus ersichtliche gute

Fig. 294.

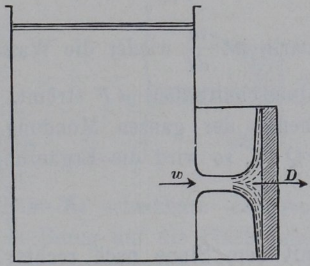


Steuerfähigkeit des Strahlschiffes hat zur Folge gehabt, dass diese Schiffsanordnung, welche sich für den gewöhnlichen Schiffsverkehr nicht vortheilhaft erwies, in neuerer Zeit für Rettungsboote Anwendung gefunden hat (s. Génie civil, 11. September 1892, S. 332 und 27. April 1895, S. 407; Engineering 11. Oktober 1895, S. 411). Ausflussrohre E und F (punktirt) geben die Möglichkeit, auch in der Querrichtung Triebkräfte wirksam zu machen, was in der Nähe eines hülfsbedürftigen Schiffes von Wichtigkeit sein kann.

l) Druck eines Wasserstrahles gegen eine denselben auffangende Fläche.

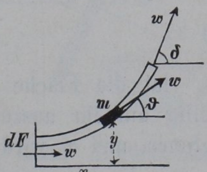
Trifft ein Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit w in der Nähe der Mündung auf eine feste Fläche (Fig. 295), so erfährt der Strahl eine Änderung seiner Form, indem die einzelnen Stromfäden abgelenkt werden; da nun zu jeder Grössen- oder Richtungsänderung der Geschwindigkeit eine Kraft erforderlich ist, so muss die feste Fläche auf den Wasserstrahl Kräfte ausüben.

Fig. 295.



Die Fläche sei zunächst rechtwinklig zu w, dann wird der Strahl sich nach allen Seiten auf der Fläche ausbreiten und wird nahezu einen Umdrehungskörper bilden, dessen Achse in der Mittellinie des Strahles liegt. Die Abweichung, welche durch die Einwirkung der Schwere herbeigeführt wird, kann meist vernachlässigt werden; dann darf man annehmen, dass die Wassertheilchen ihre Geschwindigkeit nur der Richtung nach ändern. Dort, wo die Achse des Strahles die Fläche trifft, entstehen Wirbelbewegungen, die keine besondere Beachtung erfordern.

Fig. 296.



Ein Längentheilchen eines Stromfadens (Fig. 296) habe wieder, wie auf S. 265, die Masse

$$m = \frac{\gamma}{g} \alpha \cdot dF \cdot w\,dt$$