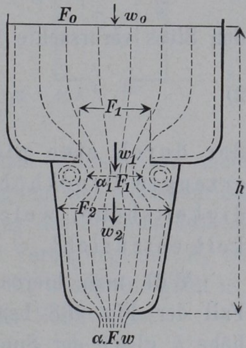
Die Benutzung der Widerstandshöhen wird besonders nützlich, wenn man mit einer verwickelteren Wasserbewegung zu thun hat, bei der verschiedene Druckhöhenverluste in Frage kommen.

e) Druckhöhenverlust in Folge plötzlicher Querschnittsänderung.

α) **Plötzliche Erweiterung.** In einem Gefässe sei (Fig. 268) im Wasserspiegel der Querschnitt F_0, die Geschwindigkeit w_0; in einer Zwischenwand befinde sich eine Öffnung F_1, unterhalb derselben finde eine Einschnürung auf $\alpha_1 F_1$ mit einer Geschwindigkeit w_1 statt, dann folge eine plötzliche Erweiterung des Gefässes auf F_2 mit einer (kleineren) Geschwindigkeit w_2; die Ausflussöffnung habe die Grösse F, der unterhalb derselben eingeschnürte Strahl den Querschnitt αF mit der Geschwindigkeit w. An den Seiten des eingeschnürten Strahles $\alpha_1 F_1$ im Innern befindet sich Wasser, welches nur Wirbelbewegungen ausführt, an der regelmässig strömenden Bewegung aber nicht theilnimmt. Da während einer Zeiteinheit durch alle Querschnitte die gleiche Wassermenge hindurchströmt, so muss

Fig. 268.



$$1)\qquad F_0 w_0 = \alpha_1 F_1 w_1 = F_2 w_2 = \alpha F w$$

sein und da $\alpha_1 F_1 < F_2$, so muss $w_1 > w_2$ sein. Es trifft somit unterhalb der Zwischenwand das mit der Geschwindigkeit w_1 strömende Wasser auf eine mit geringerer Geschwindigkeit w_2 vorausgehende Wassermasse, womit ein Verlust an Arbeitsvermögen durch Stoss verbunden ist.

In der Hauptgleichung I, S. 231, war mg das während eines Zeittheilchens dt durch irgend einen (d. h. jeden) Querschnitt strömende Wassergewicht, mgh die während derselben Zeit von dem Gewichte der gesammten im Gefässe befindlichen Wassermasse verrichtete Arbeit. Im Anschluss an die betreffende Entwickelung (S. 230) soll nun der während der Zeit dt durch Stoss erfolgende Verlust an Arbeitsvermögen berechnet werden. Man stellt sich die

Sache so vor, als ob die Masse m mit der Geschwindigkeit w_1 auf eine mit der Geschwindigkeit w_2 vorausgehende Masse M_2 stiesse; da nun Wasser nahezu unzusammendrückbar ist, so beträgt der Verlust an Arbeitsvermögen während der Zeit dt nach Gl. 11, S. 130 mit $k = 0$

$$\frac{m \cdot M_2}{m + M_2} \frac{(w_1 - w_2)^2}{2},$$

was mit Rücksicht darauf, das m gegen M_2 unendlich klein ist, in $m \frac{(w_1 - w_2)^2}{2}$ übergeht; setzt man dies $= m g z_1$, so ist z_1 der durch den Stoss verursachte Druckhöhenverlust, u. zw.

$$2)\qquad z_1 = \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g}, \quad \text{d, h.}$$

der durch eine plötzliche Querschnittsvergrösserung erzeugte Druckhöhenverlust ist gleich der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Stossgeschwindigkeit entspricht.

Will man hiernach die Ausflussgeschwindigkeit w für den Fall der Fig. 268 berechnen, so setzt man die wirksame Druckhöhe h gleich der Summe der einzelnen Theile, in welche sie sich zerlegt. Will man die Geschwindigkeit w_0 im Wasserspiegel auch berücksichtigen, so ist $\frac{w^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g}$ der zur Erzeugung von Geschwindigkeit verwerthete Theil; $\zeta_0 \frac{w^2}{2g}$ wird durch Reibung, $\frac{(w_1 - w_2)^2}{2g}$ durch Stoss aufgezehrt. Also ist

$$3)\qquad h = \frac{w^2}{2g} - \frac{w_0^2}{2g} + \zeta_0 \frac{w^2}{2g} + \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g}.$$

Nach Gl. 1 ist nun $w_0 = w \frac{\alpha F}{F_0}$, $w_1 = w \frac{\alpha F}{\alpha_1 F_1}$, $w_2 = w \frac{\alpha F}{F_2}$,

mithin $h = \frac{w^2}{2g}\left\{1 - \frac{\alpha^2 F^2}{F_0^2} + \zeta_0 + \alpha^2 F^2 \left(\frac{1}{\alpha_1 F_1} - \frac{1}{F_2}\right)^2\right\}$, oder

$$4)\qquad w = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{\alpha^2 F^2}{F_0^2} + \zeta_0 + \alpha^2 F^2 \left(\frac{1}{\alpha_1 F_1} - \frac{1}{F_2}\right)^2}}.$$

Befinden sich die Öffnungen F_1 und F in dünner Wand, so darf man meist $\alpha = \alpha_1 = 0{,}64$ setzen.

In dem Falle der Fig. 269 wäre $\alpha_1 = 1$, $\alpha = 0{,}64$ zu setzen. Würde auch die Öffnung F durch allmähliche Verengung wie in Fig. 252 gebildet, so hätte man auch $\alpha = 1$ zu setzen.

Fig. 269.

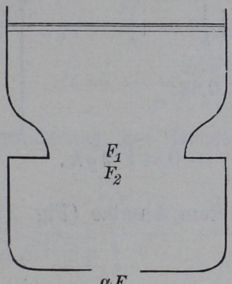
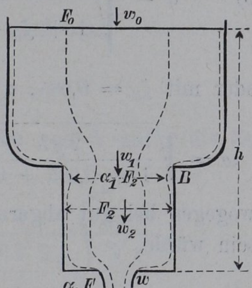


Fig. 270.



β) **Plötzliche Verengung** würde einen Stossverlust nicht erzeugen, wenn nicht dicht unter der Verengung eine Einschnürung und sogleich daneben wieder eine Ausdehnung des Strahles auf den vollen Gefässquerschnitt erfolgte. An der Verengung auf F_2 bei B (Fig. 270) ist der Strahlquerschnitt $\alpha_1 F_2$, die Geschwindigkeit w_1, unmittelbar darunter F_2 bezw. w_2, daher der Stossverlust

$$\frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} = \frac{w_2{}^2}{2g}\left(\frac{1}{\alpha_1} - 1\right)^2,$$

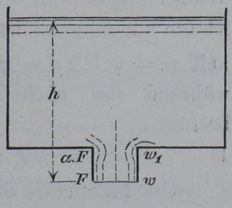
weil $\alpha_1 w_1 = w_2$. Sonach wird

$$5)\qquad w = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{\alpha^2 F^2}{F_0{}^2} + \zeta_0 + \frac{\alpha^2 F^2}{F_2{}^2}\left(\frac{1}{\alpha_1} - 1\right)^2}}.$$

Mit $\alpha_1 = 0{,}64$ wird

$$\left(\frac{1}{\alpha_1} - 1\right)^2 = 0{,}32.$$

Fig. 271.

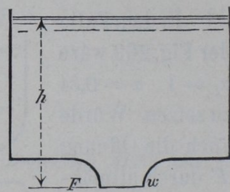


Schliesst sich an ein Gefäss unten ein kurzes cylindrisches Ansatzrohr (Fig. 271) ohne Abrundung oder Abschrägung beim Anschlusse, so entsteht beim Eintritt in das Rohr eine Einschnürung auf αF mit sogleich folgender

Ausweitung auf den Querschnitt F; somit wird, wenn F_0 sehr gross gegen F:

$$6)\qquad w = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_0 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2}}$$

Fig. 272.



oder mit $\zeta_0 = 0{,}085$, $\alpha = 0{,}64$:

$$w = \sqrt{\frac{2gh}{1 + 0{,}085 + 0{,}32}} = 0{,}84\sqrt{2gh},$$

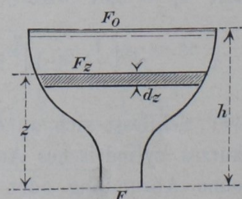
wogegen bei gut abgerundetem Ansatze (Fig. 272) $w = 0{,}96\sqrt{2gh}$ sein würde.

f) Ausfluss aus einer Bodenöffnung unter veränderlicher Druckhöhe.

Die Formel $w = \varphi\sqrt{2gh}$ gilt unter der Voraussetzung, dass die Bodenöffnung klein ist und dass genügender Zufluss erfolgt, um die Druckhöhe unveränderlich zu erhalten, sowie unter der Annahme, dass der Beharrungszustand bereits eingetreten sei. Findet der Zufluss nun nicht in richtiger Menge oder gar nicht statt, so ändert sich die Höhenlage des Wasserspiegels und damit die Druckhöhe. Annäherungsweise verwendet man für die nun veränderliche Ausflussgeschwindigkeit w dieselbe Gleichung wie für den Beharrungszustand, indem man mit veränderlicher Druckhöhe z einfach $w = \varphi\sqrt{2gz}$ setzt.

α) **Allmähliche Entleerung ohne Zufluss.** Zu Anfang, zur Zeit $t = 0$, sei F_0 der Wasserspiegel in der Höhe h über der Öffnung (Fig. 273); nach t Zeiteinheiten sei die Druckhöhe auf z vermindert, der Wasserspiegel von der Grösse F_z; dann ist die augenblickliche Ausflussgeschwindigkeit $w = \varphi\sqrt{2gz}$, und die Ausflussmenge während des nächsten Zeittheilchens dt beträgt

Fig. 273.



$$1)\qquad dQ = \mu F\sqrt{2gz}\cdot dt.$$

Um hieraus dt als Differentialfunktion von z finden zu können, bedenke man, dass in dem Zeittheilchen dt