

Sogar beim freien Überfalle, wo die Anwendung der Gl. 2 gar keine Berechtigung mehr hat, liefert letztere

$$Q = bH\sqrt{2g \cdot 0,5H} = 0,707 bH\sqrt{2gH}, \text{ w\"ahrend Gleichung 4 ergibt:} \\ 0,667 bH\sqrt{2gH}.$$

Also auch in diesem äussersten Falle beträgt der Unterschied nur 6%.

**Trapezförmige Öffnung.** Nach Fig. 261 ist

$$\frac{x-b}{a-b} = \frac{z-h}{H-h}, \text{ oder}$$

$$x = b + \frac{a-b}{H-h}(z-h),$$

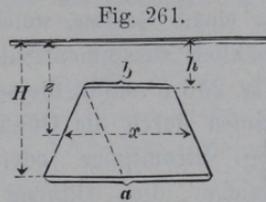


Fig. 261.

daher nach Gl. 1, S. 234

$$Q = \sqrt{2g} \int_h^H \left\{ b + \frac{a-b}{H-h}(z-h) \right\} z^{1/2} dz$$

$$= \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} \frac{bH - ah}{H-h} (H^{3/2} - h^{3/2}) + \frac{2}{5} \frac{a-b}{H-h} (H^{5/2} - h^{5/2}) \right\} \text{ oder}$$

$$5) Q = \frac{2\sqrt{2g}}{H-h} \left\{ \frac{bH - ah}{3} (H^{3/2} - h^{3/2}) + \frac{a-b}{5} (H^{5/2} - h^{5/2}) \right\}.$$

Diese Formel ist so verwickelt, dass man meist Gl. 2, S. 235 vorziehen wird.

### e) Wirkliche Ausflussgeschwindigkeit und Ausflussmenge.

**Geschwindigkeits-Ziffer** (Geschwindigkeits-Koeffizient). Die bisherigen Formeln wurden entwickelt unter der Annahme reibungsloser Flüssigkeit. Für eine kleine Öffnung ergab sich

$$w = \sqrt{2gh}.$$

Die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit ist wegen der Reibungswiderstände, die im Gefäss auftreten, kleiner und wird erhalten, indem man den ideellen Werth noch mit einer Berichtigungsziffer  $\varphi$  multiplicirt. Dann ist in Wirklichkeit

$$1) w = \varphi \sqrt{2gh}.$$

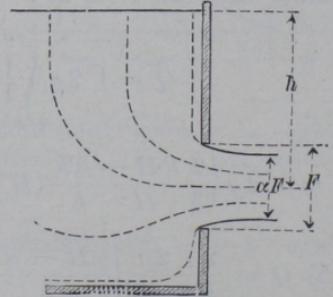
Die Geschwindigkeitsziffer  $\varphi$  weicht nur wenig von der Einheit ab, beträgt bei kleiner Druckhöhe  $\varphi = 0,96$ , wächst aber nach Versuchen von Weisbach (Freiberg i. S.) mit zunehmender Druckhöhe bis auf 0,99 an. Wir werden in den weiteren Beispielen stets mit

2)  $\varphi = 0,96$  rechnen.

**Einschnürung** (Kontraktion). **Ausflussziffer** (Ausflusskoeffizient).

In einem Gefässe, welches sich nach der Ausflussöffnung hin allmählich zusammenzieht, wie Fig. 252 (S. 229), Fig. 254 (S. 232), Fig. 256 (S. 233), fliessen die einzelnen Wassertheilchen in parallelen Linien durch die Öffnung und bilden sog. Stromlinien oder Wasserfäden, welche die Öffnung rechtwinklig schneiden, so dass die sekundliche Ausflussmenge  $Q = F \cdot w$  als ein Prisma vom Querschnitte  $F$  angesehen werden kann. Befindet sich aber die Öffnung in einer ebenen Wand (Fig. 262), so fliessen die Wassertheilchen in ganz verschiedenen Richtungen der Öffnung zu, wie in der Figur durch Stromlinien angedeutet ist. Diejenigen Theilchen, welche an der Wand entlang strömen, können ihre Bewegungsrichtung nicht plötzlich um  $90^\circ$  ändern (weil jeder Knick in der Bahnlinie eine unendliche grosse Normalbeschleunigung, d. h. unendlich grosse Kräfte erfordern würde), sondern gehen in gekrümmten Bahnlinien um die Innenkante der Öffnung herum. Erst ausserhalb des Gefässes in einer gewissen Entfernung von dem Öffnungs-Querschnitte  $F$  haben sich die Wasserfäden wieder parallel gelagert und bilden einen Strahlquerschnitt  $\alpha F$  von der Geschwindigkeit  $w = \varphi \sqrt{2gh}$ , dessen sek. Wassermenge zu  $Q = \alpha F w = \alpha \varphi F \sqrt{2gh}$  berechnet werden kann.

Fig. 262.

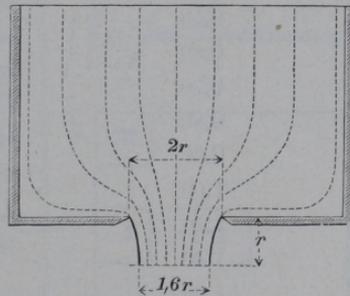


Diese Erscheinung heisst die **Einschnürung** (Kontraktion) des Strahles, und die Grösse  $\alpha$ , mit der die Öffnung  $F$  multiplicirt werden muss, um den Querschnitt  $\alpha F$  des zusammengezogenen Strahles zu liefern, heisst **Einschnürungs-Ziffer** (Kontraktionskoeffizient). Da aber in der letzten Gleichung für  $Q$  das Produkt

$\alpha\varphi$  zweier Berichtigungsziffern vorkommt, so kann man dieses Produkt zu einer Grösse  $\mu = \alpha\varphi$  vereinigen. Da nun die ideelle Ausflussmenge  $F\sqrt{2gh}$  (S. 233) noch mit  $\mu$  multiplicirt werden muss, um die wirkliche zu liefern, so nennt man  $\mu$  die **Ausfluss-Ziffer** (Ausfluss-Koeffizient).

Während die Geschwindigkeitsziffer nur wenig schwankt, auch nur wenig von der Einheit abweicht, ist die Einschnürungsziffer  $\alpha$  und somit auch die Ausflussziffer  $\mu = \alpha\varphi$  von vielen Umständen abhängig, z. B. auch von der Dicke und Beschaffenheit der Wandung, in welche die Öffnung eingeschnitten ist. Bestimmte Erscheinungen treten auf, wenn die Öffnung sich in dünner Wand befindet, oder wenn der Einfluss des Öffnungsrandes durch Zuschärfung nach Fig. 263 nahezu beseitigt ist. Befindet sich dann ausserdem die Öffnung verhältnismässig weit von anschliessenden Wänden entfernt, so kann man für diesen Grundfall der Einschnürung ziemlich bestimmt

Fig. 263.



$$\alpha = 0,64 \text{ und } \mu = 0,96 \cdot 0,64 = 0,61$$

setzen. Ist die Öffnung ein Kreis vom Halbmesser  $r$ , so erfolgt eine Einschnürung auf  $0,8r$ , u. zw. befindet sich dieselbe im Abstände  $r$  von der Mündung.

Über die **Ausflussziffern für rechteckige Seitenöffnungen** in dünner Wand haben die französischen Artillerie-Offiziere Poncelet und Lesbros 1828—1834 Versuche angestellt. Dabei wurde die Höhe des Wasserspiegels in einer solchen Entfernung von der Wand gemessen, wo der Spiegel noch wagerecht war, während er nach der Wand hin sich etwas senkte. Es kommt dabei wesentlich auf die Grösse der kleinsten Seite  $b$  der Öffnung an, gleichgültig, ob dieselbe lothrecht oder wagerecht gerichtet ist. Einige Ergebnisse der Versuche enthält folgende Tabelle.

Ausflussziffer  $\mu$  für rechtwinklige Seitenöffnungen in dünner Wand.

Höhe $h$ des Wasserspiegels über der Oberkante der Öffnung	Kleinste Seite der Öffnung		
	0,05 m	0,1 m	0,2 m
0,10	0,631	0,615	0,600
0,15	0,631	0,616	0,600
0,20	0,630	0,617	0,601
0,30	0,630	0,618	0,602
0,40	0,629	0,618	0,603
0,50	0,628	0,617	0,604
0,60	0,628	0,617	0,604
0,70	0,627	0,617	0,605
0,80	0,627	0,616	0,605
0,90	0,626	0,616	0,605
1,00	0,626	0,615	0,605
1,20	0,624	0,614	0,604
1,40	0,621	0,612	0,603
1,60	0,618	0,611	0,602
1,80	0,615	0,609	0,602
2,00	0,613	0,607	0,601
3,00	0,606	0,603	0,601

Mit diesen Ziffern ist  $\frac{2}{3} b \sqrt{2g} \{H^{3/2} - h^{3/2}\}$  (Gl. 3, S. 236) zu multipliciren. Ausführlichere Angaben findet man in Rühlmann's Hydromechanik.

**Schützenöffnungen.** Befindet sich die Öffnung nicht in dünner Wand, wird sie vielmehr, wie bei Schützen, durch rechtwinklig zugeschnittene Bretter gebildet, so kann man, wenn die Unterkante der Öffnung hoch über der Sohle liegt,  $\mu = 0,6$ , wenn sie mit dieser in gleicher Höhe liegt (Fig. 260),  $\mu = 0,68$  im Mittel setzen. Für das Beispiel auf S. 236 würde also mit  $\mu = 0,68$  die wirkliche sekundl. Ausflussmenge werden  $Q = 0,68 \cdot 3,455 = 2,35 \text{ cbm}$ .

**Unvollständige Einschnürung** (partielle Kontraktion) findet statt, wenn die Öffnung an einem Theil ihres Umfanges von Wänden eingeschlossen wird, so dass an diesen Stellen ein seitliches Zuströmen von Wasserfäden nicht vorkommt, also die Ursache

der Einschnürung theilweise fortfällt. Der Strahl bekommt in Folge dieser Ungleichmässigkeit eine abweichende Richtung, und die Ausflussmenge, also auch die Ausflussziffer wird grösser. In Figur 264 findet der Zufluss in der Querrichtung von der rechten Seite statt, nicht aber von der linken Seite. Ist  $u$  der ganze Umfang der Öffnung,  $m \cdot u$  der Theil des Umfanges, an welchem die Öffnung eingefasst ist, so ist nach Versuchen von Bidone (1831) und Weisbach die für solche Fälle anzuwendende Ausflussziffer  $\mu_p$  von der Grösse  $m$  abhängig. Ist  $\mu_0$  die Ausflussziffer unter sonst gleichen Verhältnissen für den Grundfall (dass die Wände nach allen Richtungen weit genug entfernt sind), d. h. für eine Öffnung I im Grundrisse (Fig. 264), so gilt

für rechteckige Öffnungen

$$3) \quad \mu_{pr} = \mu_0 (1 + 0,155 m),$$

für kreisförmige Öffnungen

$$4) \quad \mu_{pk} = \mu_0 (1 + 0,128 m).$$

Für die Öffnung II würde  $m = 1/4$ , daher

$$\mu_p = 1,039 \mu_0;$$

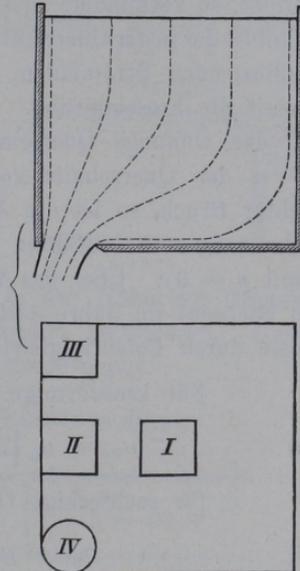
für die Öffnung III mit  $m = 1/2$

$$\mu_p = 1,078 \mu_0;$$

für die Öffnung IV mit  $m = 1/4$

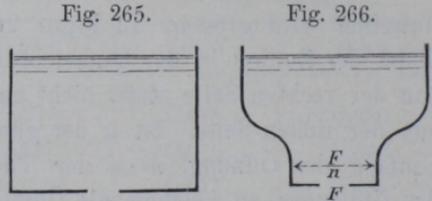
$$\mu_p = 1,032 \mu_0.$$

Fig. 264.



**Unvollkommene Einschnürung.** Auch wenn die Wandungen nicht ganz an den Rand der Öffnung herantreten, sondern sich von allen Seiten der Öffnung nur nähern, kann eine Verminderung der Einschnürung entstehen. Für den Grundfall war vorausgesetzt, dass die Öffnung von allen Wänden verhältnismässig weit entfernt sei, so dass binnenseits der Öffnung sich ein grosser Querschnitt,

daher eine geringe Geschwindigkeit fand (Fig. 265). Verengt sich aber das Gefäß nach der Mündung hin, so dass das Wasser der Öffnung mit nicht ganz geringer Geschwindigkeit zu-



strömt, so vermindert sich der Einfluss der in der Querrichtung zufließenden Stromfäden und damit die Einschnürung. Ist  $F$  der Öffnungs-Querschnitt,  $F/n$  der Querschnitt vor der Öffnung (Fig. 266), worin  $n$  ein echter Bruch, so ist die Ausflussziffer  $\mu_u$  bei unvollkommener Einschnürung zurückzuführen auf  $\mu_0$  in dem entsprechenden Grundfalle (mit  $n = 0$ ). Über das Verhältnis  $\mu_u : \mu_0$  hat Weisbach (Freiberg in Sachsen) im Jahre 1842 Versuche angestellt und deren Ergebnisse durch Potentialgleichungen dargestellt.

Für kreisförmige Öffnung ist nach Weisbach

$$5) \quad \mu_{uk} = \mu_0 \left[ 1 + 0,04564 (14,821^n - 1) \right],$$

für rechteckige Öffnung

$$6) \quad \mu_{ur} = \mu_0 \left[ 1 + 0,076 (9^n - 1) \right].$$

Dafür kann man annähernd setzen

bei kreisförmiger Öffnung

$$7) \quad \mu_{uk} = \mu_0 (1 + 0,126n + 0,06n^2 + 0,427n^3)$$

mit den Ergebnissen:

$$n = 0,1 \quad 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0$$

$$\frac{\mu_{uk}}{\mu_0} = 1,014 \quad 1,031 \quad 1,055 \quad 1,087 \quad 1,131 \quad 1,189 \quad 1,264 \quad 1,358 \quad 1,473 \quad 1,613;$$

bei rechteckiger Öffnung

$$8) \quad \mu_{ur} = \mu_0 (1 + 0,175n + 0,06n^2 + 0,373n^3)$$

mit den Ergebnissen:

$$n = 0,1 \quad 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0$$

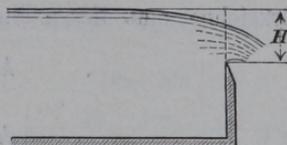
$$\frac{\mu_{ur}}{\mu_0} = 1,019 \quad 1,040 \quad 1,068 \quad 1,104 \quad 1,149 \quad 1,207 \quad 1,279 \quad 1,369 \quad 1,478 \quad 1,608.$$

**Ausflussziffer  $\mu$  für rechteckige Überfälle.** Aus Gl. 4, S. 236 wird

$$9) \quad Q = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH}.$$

Darin bedeutet  $b$  die Breite des Überfalles,  $H$  die Höhe des Wasserspiegels über der Unterkante der Öffnung. Für die Ziffer  $\mu$  gilt nach Versuchen der französischen Artillerie-Offiziere Poncelet und Lesbros folgende Tabelle, wobei zu bemerken ist, dass die Öffnung sich in dünner lothrechter Wand befand und dass die Höhe  $H$  in mindestens 1 m Abstand von der Öffnung gemessen wurde. Der Spiegel senkt sich nämlich (Fig. 267) in der Nähe der Öffnung; in Folge dessen wird der Strahlquerschnitt vermindert. Dieser Einfluss findet in der Zahl  $\mu$  seine Berücksichtigung.

Fig. 267.



**Ausflussziffer  $\mu$  für rechteckige Überfälle in dünner lothrechter Wand.**

$H$	$b = 0,2 \text{ m}$	$b = 0,6 \text{ m}$
0,02 m	0,626	
0,04	0,611	
0,06	0,602	0,618
0,08	0,596	
0,10	0,593	0,606
0,15	0,590	0,600
0,20	0,585	0,593
0,30		0,587
0,40		0,587
0,50		0,587
0,60		0,585

**d) Widerstandshöhen und Widerstandsziffern.**

Auf S. 237 wurde die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit  $w = \varphi \sqrt{2gh}$  aus der ideellen  $= \sqrt{2gh}$  abgeleitet durch Multiplikation der letzteren mit einer Geschwindigkeitsziffer  $\varphi < 1$ .