

keitshöhe des Ausflusses ist gleich der wirksamen Druckhöhe h .

Die vorstehenden Formeln gelten auch noch für den Fall der Fig. 254, wo der Strahl lothrecht aufwärts austritt. Hierin liegt auch eine einfache Prüfung der Rechnung; denn der mit der Geschwindigkeit w austretende Strahl muss ohne Widerstände die Höhe $\frac{w^2}{2g} = h$ erreichen, d. h. zur Höhe des Wasserspiegels AB ansteigen. Reibung des Wassers im Gefäss und Luftwiderstand ausserhalb desselben vermindern die Steighöhe (s. S. 289).

Taucht das Gefäss nach Fig. 255 in ein Unterwasser ein, so ist die Eintauchungstiefe als eine Gegendruckhöhe aufzufassen, so dass als wirksame Druckhöhe nur der Höhenunterschied h der beiden Wasserspiegel gilt.

Da in jedem Zeittheilchen dt eine Raummengung $F \cdot w \cdot dt$ austritt, so ist die ideelle sekundliche Ausflussmenge in Raumeinheiten (cbm)

$$7) \quad Q = F \cdot w = F \sqrt{2gh}.$$

b) Ideelle Ausflussmenge einer Seitenöffnung.

Befindet sich die Öffnung in lothrechter Ebene, so gelten die vorstehenden Gleichungen auch für diesen Fall, wenn die Öffnung so geringe Höherstreckung hat (Fig. 256), dass man für alle Punkte der Öffnung die gleiche Ausflussgeschwindigkeit w annehmen darf, so dass der ausfliessende Wasserkörper wiederum ein Prisma bildet. Es passt für diesen Fall die Entwicklung der Gl. I (S. 231) vollständig, wenn man dabei die Höhe h vom Wasserspiegel bis zum Schwerpunkte der Öffnung rechnet.

Hat die Öffnung aber eine grössere Höherstreckung, so ist die Annahme einer überall gleichen Geschwindigkeit nicht mehr

Fig. 255.

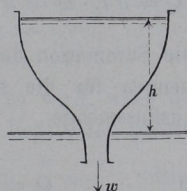
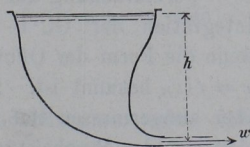


Fig. 256.



zulässig. Man denkt sich nun (Fig 257) aus der Öffnung F einen wagerechten Streifen von der Höhe dz , der Breite x und der Fläche $dF = x \cdot dz$, welcher um z unter dem Wasserspiegel liegt, herausgenommen, berechnet für diesen Streifen die Ausflussgeschwindigkeit $w = \sqrt{2gz}$ und die sekundliche Ausflussmenge in Raumeinheiten (cbm)

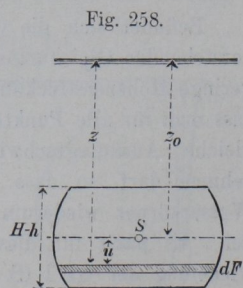
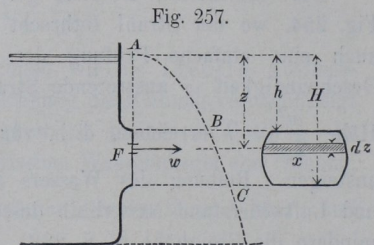
$$dQ = dF \cdot w = dF \cdot \sqrt{2gz}.$$

Die Summation der Ausflussmengen für die sämtlichen Streifen giebt dann die gesammte Ausflussmenge

$$1) \quad Q = \sqrt{2g} \int_{z=h}^{z=H} dF \sqrt{z} = \sqrt{2g} \int_{z=h}^{z=H} x \sqrt{z} dz,$$

wenn Ober- und Unterkante der Öffnung um h bzw. H unter dem Wasserspiegel liegen. Die Geschwindigkeit $w = \sqrt{2gz}$ lässt sich durch eine Parabel ABC mit lothrechter Achse und vom Parameter g darstellen. Die sekundliche Wassermenge ist offenbar ein prismatischer Wasserkörper, dessen Querschnitt die Ausflussöffnung, der aber aussen nicht rechtwinklig, sondern durch eine parabolische Cylinderfläche BC , rechtwinklig zur Bildebene, begrenzt ist.

Vereinfachung der Berechnung. Die Integration der Gl. 1 ist nur möglich, wenn die Form der Öffnung gegeben, also $x = f(z)$, bekannt ist. Liegt die Öffnung aber einigermaßen tief unter Wasser, so lässt sich das Parabelstück BC annähernd mit einer Geraden vertauschen, eine mittlere Geschwindigkeit, eine mittlere Druckhöhe z_0 , nämlich diejenige des Schwerpunktes S der Öffnung einführen.



Liegt nämlich (Fig. 258) der Schwerpunkt S um z_0 unter dem Wasserspiegel, so entspricht dem Streifen dF in der Tiefe u unter dem Schwerpunkte eine Druckhöhe $z = z_0 + u$. Dann ist dessen Ausflussmenge

$$\begin{aligned} dQ &= dF\sqrt{2gz} = dF\sqrt{2g(z_0 + u)} \\ &= dF\sqrt{2gz_0}\left(1 + \frac{u}{z_0}\right)^{1/2} \end{aligned}$$

oder, nach der binomischen Reihe

$$dQ = dF\sqrt{2gz_0}\left\{1 + \frac{1}{2}\frac{u}{z_0} - \frac{1}{8}\frac{u^2}{z_0^2} + \dots\right\}.$$

Ist nun die Höhe der Öffnung $H - h \leq 1/2 z_0$, so wird, wenn der Schwerpunkt ziemlich in der Mitte der Höhe liegt, der grösste Werth von $u \leq 1/4 z_0$, daher im Allgemeinen $\frac{u}{z_0} \leq \frac{1}{4}$, mithin

$$\frac{1}{8}\frac{u^2}{z_0^2} \leq \frac{1}{128},$$

also so klein, dass man das dritte Glied der Reihe vernachlässigen kann. Benutzt man daher von der binomischen Reihe nur die beiden ersten Glieder, so wird

$$\begin{aligned} dQ &= \sqrt{2gz_0}\left\{dF + \frac{1}{2}\frac{dF \cdot u}{z_0}\right\} \quad \text{und} \\ Q &= \sqrt{2gz_0}\left\{F + \frac{1}{2z_0}\int dF \cdot u\right\}. \end{aligned}$$

Es ist aber in Bezug auf den Schwerpunkt $\int dF \cdot u = 0$, also

$$2) \quad Q = F\sqrt{2gz_0}.$$

Diese von der Form der Öffnung ganz unabhängige, daher sehr bequeme Gleichung ist also anwendbar, wenn

$$2(H - h) \leq z_0,$$

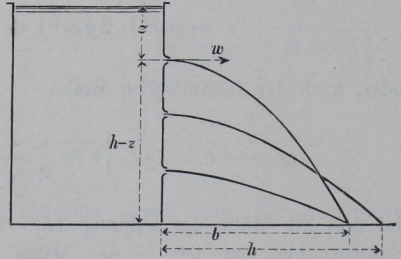
d. h. wenn die Tiefe des Schwerpunktes unter Wasser mindestens gleich der doppelten Höhe der Öffnung ist.

Beispiel: Ein prismatisches Gefäß stehe auf wagerechtem Boden und sei bis zu einer Höhe h mit Wasser gefüllt. In welcher Tiefe z unter Wasser muss eine kleine Öffnung angebracht werden, damit der Strahl möglichst grosse Sprungweite b habe? Je tiefer man die Öffnung legt, um so grösser wird w , um so kleiner aber die Höhenentwicklung der Parabel, und umgekehrt. Mit $w = \sqrt{2gz}$ wird Gl. 1, S. 228:

$$b = 2 \sqrt{(h-z)z}.$$

Hierin sind z und $h-z$ vertauschbar. Eine Öffnung in der Tiefe $z = 1/4 h$ giebt also dieselbe Sprungweite wie eine solche in $z = 3/4 h$. Seinen grössten Werth erreicht aber b für $z = 1/2 h$. Denn $(h-z)z$ ist der Inhalt eines Rechtecks vom Umfange $2h$. Ein Rechteck von gegebenem Umfange hat aber als Quadrat (von der Seite $1/2 h$) den grössten Inhalt, nämlich $1/4 h^2$, mithin ergiebt $z = 1/2 h$, $b_{max} = h$. Es entsteht dann die Wurfparabel grösster Wurfweite (1. Theil, S. 51), welche den Boden unter 45° schneidet.

Fig. 259.



Rechteckige Öffnung. Mit unveränderlichem $x = b$ wird Gl. 1, S. 234:

$$3) \quad Q = b \sqrt{2g} \int_h^H z^{1/2} dz = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \{H^{3/2} - h^{3/2}\}.$$

Reicht die Öffnung bis zum Wasserspiegel, so hat man einen freien Überfall, und es wird mit $h = 0$

$$4) \quad Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} H^{3/2} = \frac{2}{3} b H \sqrt{2gH}.$$

Beispiel: Für die Schützenöffnung eines Gerinnes (Fig. 260) sei $b = 1$ m, $h = 1,4$ m, $H = 2$ m, dann ist nach Gl. 3:

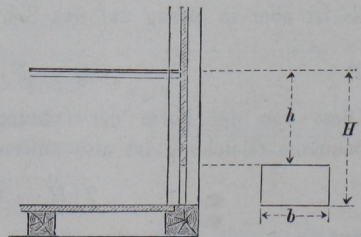
$$Q = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 4,43 \{2,83 - 1,66\} \\ = 3,455 \text{ cbm/s.}$$

Es ist in diesem Falle $2(H-h) = 1,2$ m, $z_0 = 1,7$ m, und die Annäherungsformel Gl. 2, S. 235 liefert:

$$Q = 0,6 \cdot 4,43 \cdot \sqrt{1,7} = 3,466 \text{ cbm/s.}$$

der Unterschied beider Rechnungen ist nur unerheblich.

Fig. 260.



Sogar beim freien Überfalle, wo die Anwendung der Gl. 2 gar keine Berechtigung mehr hat, liefert letztere

$$Q = bH\sqrt{2g \cdot 0,5H} = 0,707 bH\sqrt{2gH}, \text{ w\u00e4hrend Gleichung 4 ergibt:}$$

$$0,667 bH\sqrt{2gH}.$$

Also auch in diesem \u00e4ussersten Falle betr\u00e4gt der Unterschied nur 6%.

Trapezf\u00f6rmige \u00d6ffnung. Nach Fig. 261 ist

$$\frac{x - b}{a - b} = \frac{z - h}{H - h}, \text{ oder}$$

$$x = b + \frac{a - b}{H - h}(z - h),$$

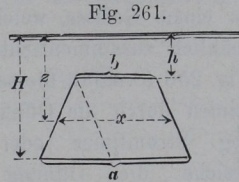


Fig. 261.

daher nach Gl. 1, S. 234

$$Q = \sqrt{2g} \int_h^H \left\{ b + \frac{a - b}{H - h}(z - h) \right\} z^{1/2} dz$$

$$= \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} \frac{bH - ah}{H - h} (H^{3/2} - h^{3/2}) + \frac{2}{5} \frac{a - b}{H - h} (H^{5/2} - h^{5/2}) \right\} \text{ oder}$$

$$5) Q = \frac{2\sqrt{2g}}{H - h} \left\{ \frac{bH - ah}{3} (H^{3/2} - h^{3/2}) + \frac{a - b}{5} (H^{5/2} - h^{5/2}) \right\}.$$

Diese Formel ist so verwickelt, dass man meist Gl. 2, S. 235 vorziehen wird.

e) Wirkliche Ausflussgeschwindigkeit und Ausflussmenge.

Geschwindigkeits-Ziffer (Geschwindigkeits-Koeffizient). Die bisherigen Formeln wurden entwickelt unter der Annahme reibungsloser Fl\u00fcssigkeit. F\u00fcr eine kleine \u00d6ffnung ergab sich

$$w = \sqrt{2gh}.$$

Die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit ist wegen der Reibungswiderst\u00e4nde, die im Gef\u00e4ss auftreten, kleiner und wird erhalten, indem man den ideellen Werth noch mit einer Berichtigungs-ziffer φ multiplicirt. Dann ist in Wirklichkeit

$$1) w = \varphi \sqrt{2gh}.$$