$p_4 = p_3 + 2\gamma_1 z$, im oberen, linksseitigen Gefässe der Druck $p = p_4 - \gamma(a + 2z) = p_0 + 4(\gamma_1 - \gamma)z$; mithin ist der Überdruck in $^{\text{at}}$:

$$\frac{p - p_0}{p_0} = \frac{4(\gamma_1 - \gamma)z}{\gamma_1 h_0} = 4\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)\frac{z}{h_0},$$

wenn h_0 die Atmosphärenhöhe für die Flüssigkeit der grösseren Dichte γ_1 ist. Man erkennt leicht, dass, wenn $2n$ Röhren statt 4 in entsprechender Weise hinter einander geschaltet sind,

$$\frac{p - p_0}{p_0} = 2n\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)\frac{z}{h_0} \quad \text{wird.}$$

Für $\gamma_1 = 13600$ (Quecksilber), $\gamma = 1000$ (Wasser), $h_0 = 735^{\text{mm}}$ wird

$$\frac{p - p_0}{p_0} = 2n\left(1 - \frac{1}{13{,}6}\right)\frac{z}{735} = 2n\frac{z}{793}.$$

Mit $2n = 8$ wird dann

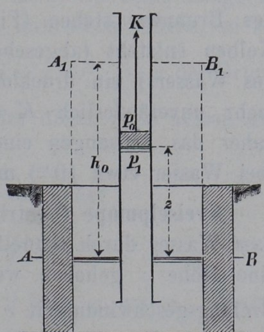
$$z = \frac{p - p_0}{p_0} \cdot 99^{\text{mm}};$$

hier erfordert also 1^{at} nur 99^{mm} Theilungshöhe gegen 735^{mm} beim einfachen Druckmesser.

b) Saugpumpe. Kreiselpumpe. Heber.

AB (Fig. 243) sei der Wasserspiegel eines Brunnens. In einem cylindrischen Rohre, dessen unteres Ende ins Wasser taucht, befindet sich ein beweglicher dicht schliessender Kolben. Der Druck des Wassers im Brunnen und in dem unterhalb des Kolbens befindlichen Theile des Rohres ist am einfachsten zu berechnen, wenn man sich in der Höhe h_0 über dem wahren Wasserspiegel einen Wasserspiegel $A_1 B_1$ denkt, auf den kein Atmosphärendruck wirkt. Ist durch das Spiel der in der Figur nicht gezeichneten Ventile nach einer gewissen Zahl von Kolbenhüben die Luft unter dem Kolben entfernt, so herrscht hier,

Fig. 243.



in der Höhe z über AB, in der Tiefe $h_0 - z$ unter $A_1 B_1$ ein Druck

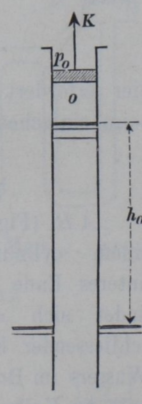
1) $$p_1 = \gamma (h_0 - z).$$

Befindet sich oberhalb des Kolbens noch kein Wasser, so wirkt dort der Druck p_0. Ist F der Querschnitt der Röhre, so ist an dem Kolben eine aufwärts gerichtete Kraft

2) $$K = (p_0 - p_1) F = \gamma F z$$

für den Ruhezustand, sowie für langsame gleichmässige Aufwärts-Bewegung erforderlich, gerade so, als ob die Wassersäule von der Höhe z nicht unterhalb des Kolbens von dem Atmosphärendrucke in der Schwebe erhalten würde, sondern auf dem Kolben lastete. Die Gl. 2 für K gilt aber nur so lange, wie Gl. 1 für p_1 einen positiven Werth ergiebt, d. h. für $z \leqq h_0$, oder so lange sich die untere Kolbenfläche höchstens um h_0 über dem Wasserspiegel AB befindet. Für $z > h_0$ würde nach Gl. 1 der Druck p_1 negativ. Negative Flüssigkeitsdrücke giebt es aber nicht, da Flüssigkeiten keine nennenswerthe Zugfestigkeit haben. Mithin hört bei wachsendem z die Gültigkeit der Gl. 1 mit $z = h_0$ auf. Für $z > h_0$ bleibt der Druck unter dem Kolben Null, das Wasser drückt nicht mehr gegen den Kolben, folgt ihm nicht mehr bei seiner Aufwärts-Bewegung, sondern verbleibt in der Höhe h_0 über dem Wasserspiegel des Brunnens stehen (Fig. 244), und unter dem Kolben entsteht (abgesehen von der Verdampfung des Wassers) ein druckloser Raum, so dass nunmehr unveränderlich $K = \gamma F h_0$ bleibt. Es ist daher das Aufsaugen einer Flüssigkeit nur bis zu einer Höhe h_0 (bei Wasser etwa 10^{m}) möglich.

Fig. 244.

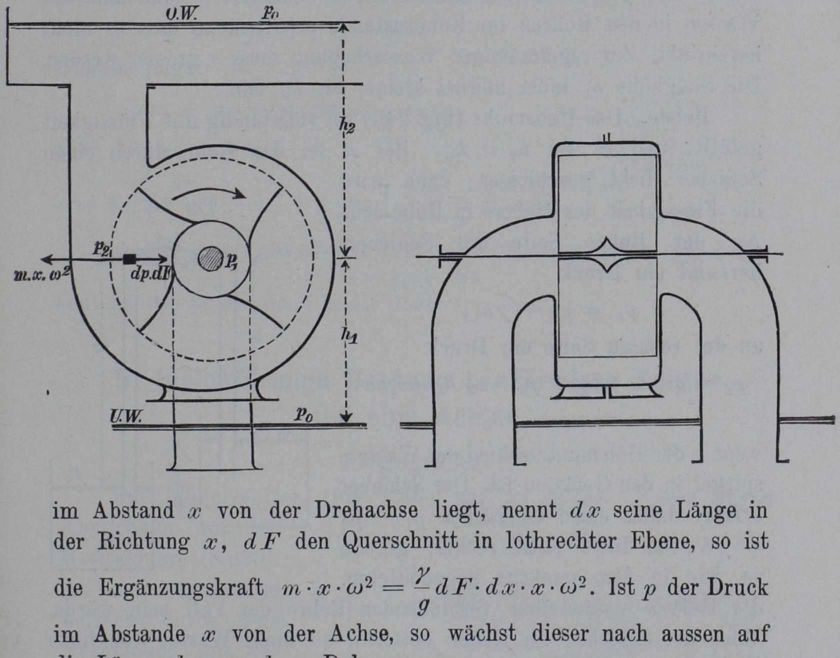


Kreiselpumpe (Centrifugalpumpe) Auf S. 200 wurde gezeigt, dass Wasser durch schnelle Drehung um eine lothrechte Achse auf eine Höhe z gehoben werden konnte und dass die erforderliche Umfangsgeschwindigkeit $v = \sqrt{2 g z}$ sein müsse. Bei den zum Wasserfördern bestimmten Kreiselpumpen erfolgt die Drehung meist um eine wagerechte Achse, die oberhalb des Unterwassers liegt, so dass das Wasser auf eine gewisse Höhe angesogen und dann weiter emporgedrückt wird. Es lässt sich zeigen, dass die Beziehung $v = \sqrt{2gz}$ auch bei dieser Anordnung (Fig. 245) gültig bleibt.

Die wagerechte Drehachse liege um h_1 über dem Unterwasser, um h_2 unter dem Oberwasser.

Betrachtet man ein Theilchen m der in gleichmässiger Drehung begriffenen Wassermasse, welches auf dem wagerechten Halbmesser

Fig. 245.



im Abstand x von der Drehachse liegt, nennt dx seine Länge in der Richtung x, dF den Querschnitt in lothrechter Ebene, so ist die Ergänzungskraft $m \cdot x \cdot \omega^2 = \frac{\gamma}{g} dF \cdot dx \cdot x \cdot \omega^2$. Ist p der Druck im Abstande x von der Achse, so wächst dieser nach aussen auf die Länge dx um dp. Daher muss

$$dp \cdot dF = \frac{\gamma}{g} \cdot dF \cdot dx \cdot x \cdot \omega^2 \quad \text{oder}$$

$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot x \cdot dx$$

sein. Sind die Drücke für $x = r$ und $x = 0$ bezw. p_2 und p_1, so wird

$$p_2 - p_1 = \frac{\gamma}{2g} r^2 \omega^2.$$

Nun ist

$$p_1 = p_0 - \gamma h_1, \quad p_2 = p_0 + \gamma h_2,$$

daher (mit $r\omega = v$)

$$h_1 + h_2 = \frac{v^2}{2g},$$

oder wenn man den Höhenunterschied zwischen Unter- und Oberwasser $h_1 + h_2 = h$ setzt,

$$v^2 = 2gh; \quad v = \sqrt{2gh},$$

wie S. 200 gefunden. Mit dieser Geschwindigkeit v kann man das Wasser in den Röhren im Ruhezustande erhalten, so dass es nicht herabsinkt. Zur regelmässigen Wasserhebung muss v grösser werden. Die Saughöhe h_1 muss hierbei kleiner als h_0 sein.

Heber. Das Heberrohr (Fig. 246) sei vollständig mit Flüssigkeit gefüllt, und es sei $h_2 < h_0$. Bei A sei das Rohr durch einen Schieber dicht geschlossen; dann wird die Flüssigkeit des Hebers in Ruhe sein. An der linken Seite des Schiebers herrscht ein Druck

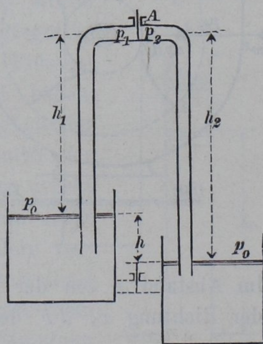
$$p_1 = p_0 - \gamma h_1,$$

an der rechten Seite ein Druck

$$p_2 = p_0 - \gamma h_2 = p_0 - \gamma h_1 - \gamma h,$$
$$= p_1 - \gamma h,$$

wenn h der Höhenunterschied der Wasserspiegel in den Gefässen ist. Der Schieber erfährt daher einen Überdruck $p_1 - p_2 = \gamma h$ von links nach rechts, gerade so, wie in dem punktirt angedeuteten, die Gefässe unmittelbar verbindenden Rohre der Fall sein würde.

Fig. 246.



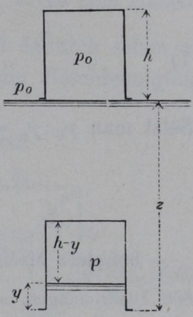
Wird der Schieber im Heber entfernt, so muss Wasser von links nach rechts hinüberfliessen. Ist $h_1 < h_0$, h_2 aber $> h_0$, so wird $p_2 = 0$, der Überdruck $p_1 - p_2 = p_0 - \gamma h_1 = \gamma(h_0 - h_1) < \gamma h$; auch in diesem Falle wird noch das Wasser hindurchfliessen; erst für $h_1 \geqq h_0$ wird dies nicht mehr stattfinden.

c) Taucherglocke.

Ein oben geschlossenes, unten offenes Gefäss (Fig. 247), welches mit Luft gefüllt ist, werde um die Tiefe z im Wasser niedergesenkt;

dann wird Wasser von unten auf eine Höhe y in dem Gefässe, der Glocke, emporsteigen, und man wird aus der Höhe y auf die Tiefe z schliessen können. Die Luft wird durch das eintretende Wasser von dem Drucke p_0 auf p zusammengedrückt, und wenn man annimmt, dass die Temperatur der Luft sich nicht ändert, so gilt nach dem Boyle'schen Satze

Fig. 247.



$$p : p_0 = h : (h - y).$$

Ausserdem ist aber (wegen der Tiefe z unter Wasser)

$$p = p_0 + \gamma (z - y).$$

Hieraus folgt:

$$p_0 + \gamma z - \gamma y = p_0 \frac{h}{h - y},$$

oder, mit $p_0 = \gamma h_0$:

$$z = h_0 \left(\frac{h}{h - y} - 1 \right) + y = y \left(\frac{h_0}{h - y} + 1 \right).$$

Beispiel: Steigt das Wasser bis zur Mitte der Glocke, ist also $y = {}^1/_2 h$, so muss

$$z = h_0 + {}^1/_2 h$$

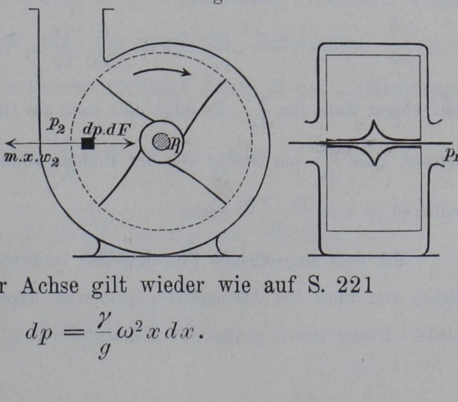
sein; zugleich ist der Druck in der Glocke $p = 2 p_0$.

5. Gleichförmige Drehung gasförmiger Körper um eine Achse.

Flügelgebläse.

Ein Flügelgebläse (Fig. 248) hat in seinem Wesen grosse Ähnlichkeit mit der Kreiselpumpe (S. 220). An der Drehachse herrsche durch freie Verbindung mit der Aussenluft der Druck p_1, am äusseren Umfange betrage der Druck p_2. Für ein Massentheilchen m im Abstande x von der Achse gilt wieder wie auf S. 221

Fig. 348.



$$dp = \frac{\gamma}{g} \omega^2 x \, dx.$$