$$\gamma_2 = \frac{p_2}{R\,T_2}, \quad \gamma_2' = \frac{p_2}{R'\,T_2}, \quad \text{daher}$$

$$\gamma_2 - \gamma_2' = (\gamma_1 - \gamma_1')\,\frac{p_2}{p_1}\,\frac{T_1}{T_2}, \quad \text{und}$$

$$V(\gamma_2 - \gamma_2') = V(\gamma_1 - \gamma_1')\,\frac{p_2}{p_1}\,\frac{T_1}{T_2} = Q\,;$$

daraus
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V(\gamma_1 - \gamma_1')}{Q}\,\frac{T_1}{T_2}.$$

Setzt man diesen Werth in Gl. 4 (S. 212) ein, so entsteht

$$\mathrm{l}\left(\frac{V(\gamma_1 - \gamma_1')}{Q}\,\frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{1}{R\,\tau}\,\mathrm{l}\left(\frac{T_1}{T_2}\right).$$

Daraus folgt
$$\log\frac{V(\gamma_1 - \gamma_1')}{Q} = \log\left(\frac{T_1}{T_2}\right)\left(\frac{1}{R\,\tau} - 1\right) \quad \text{oder}$$

10)
$$\log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{1}{\dfrac{1}{R\,\tau} - 1}\,\log\left(\frac{V(\gamma_1 - \gamma_1')}{Q}\right).$$

Hierdurch ist das Verhältnis der Temperaturen unten und an der Grenze der Steighöhe bestimmt. Kennt man nun die Temperaturabnahme τ auf 1 m Höhe, so ist

11)
$$h = \frac{T_1 - T_2}{\tau}$$

Ist nach S. 208 $V = 700$, $\gamma_1 = 1{,}29$, $\gamma_1' = 0{,}45$, $V(\gamma_1 - \gamma_1') = 588$, $Q = 500$ und nimmt man auf 100 m eine Abnahme der Temperatur um 0,5°, d. h. $\tau = 0{,}005$, $R = 29{,}37$ an, so wird

$$\log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{1}{\dfrac{200}{29{,}37} - 1}\,\log 1{,}176 \quad \text{und} \quad T_2 = 0{,}972\;T_1\,.$$

Beträgt nun die Temperatur unten $T_1 = 283$, so wird hiernach $T_2 = 275{,}1$, $T_1 - T_2 = 7{,}9^0$, mithin

$$h = 7{,}9 \cdot 200 = 1580\,\mathrm{m}\,.$$

Eine etwas unrichtige Schätzung von τ beeinflusst das Ergebuis nicht sehr, weil τ sowohl in Gl. 10, als auch in Gl. 11 vorkommt. Mit $\tau = 0{,}006$ wird z. B. $h = 1608$ m, also wenig verschieden. — Zur Erleichterung derartiger Rechnungen dienen Jordan's Barometrische Höhentafeln. (Hannover 1896. Helwing).

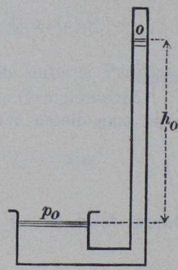
4. Gleichgewicht zwischen tropfbaren und gasförmigen Flüssigkeiten.

a) Barometer. Druckmesser.

Die Atmosphäre übt in der Höhe des Meeresspiegels einen Druck $p_0 = 10\,333$ kg/qm aus, also auch auf die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit. Dieser Druck p_0 kann durch das Gewicht einer Flüssigkeitssäule von der Höhe $h_0 = p_0 : \gamma$ ersetzt werden, worin γ die Dichte der Flüssigkeit ist. Für Wasser ist $\gamma = 1000$, daher

$$h_0 = 10{,}333^{\mathrm{m}};$$

Fig. 238.



d. h. eine Wassersäule von $10{,}333^{\mathrm{m}}$ Höhe drückt durch ihr Gewicht ebenso stark wie die Atmosphäre.

Wird in dem rechtsseitigen, oben geschlossenen Rohre (Fig. 238) der Wasserspiegel um h_0 erhöht und die darüber befindliche Luft entfernt, so wird Gleichgewicht in der Flüssigkeit herrschen, dem Atmosphärendrucke p_0 links wird durch die Flüssigkeitssäule h_0 das Gleichgewicht gehalten. Besteht die Flüssigkeit aus Quecksilber mit $\gamma = 13\,600$, so wird

$$h_0 = \frac{10\,333}{13\,600} = 0{,}76^{\mathrm{m}} \text{ bei } 0^0 \text{ C.}$$

Der mittlere Atmosphärendruck am Meeresspiegel entspricht also einer Quecksilbersäule von 760^{mm}. Jede Änderung des Luftdruckes giebt sich durch Änderung von h_0 zu erkennen. Darauf beruht das **Barometer** (von *βαρύς*, schwer).

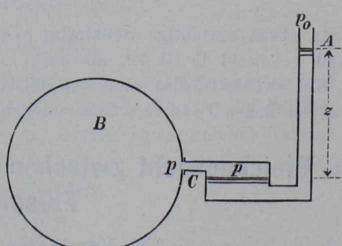
Die im Maschinenwesen eingeführte Atmosphäre von $10\,000\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qm}}$ entspricht $10\,000 : 13\,600 = 0{,}735^{\mathrm{m}} = 735^{\mathrm{mm}}$ Quecksilbersäule.

An der Wettersäule zu Hannover, welche 57^{m} über dem Meere liegt, ist bei überall gleicher Temperatur von 10^0 C. der Druck p_2 nach Gl. 7 (S. 212) zu berechnen. Setzt man darin $h = 57$, $T = 283$, $p_1 = 760$, so wird

$$\log p_2 = \log 760 - \frac{57}{67{,}63 \cdot 283}$$

und daraus $p_2 = 754{,}8^{\mathrm{mm}}$.

Fig. 239.



Druckmesser (Manometer, von *μανός*, dünn). Wie man den Atmosphärendruck durch eine Flüssigkeitssäule misst, so kann man auch die Pressungen anderer (tropfbarer oder gasförmiger) Flüssigkeiten durch im Gleichgewichte befindliche Flüssigkeitssäulen messen oder mit dem **Atmosphärendrucke** vergleichen.

Soll der Druck p des in dem Behälter B (Fig. 239) befindlichen Dampfes oder Gases gemessen werden, so verbindet man mit dem Behälter einen oben bei A offenen Druckmesser. Dann wirkt bei A der Atmosphärendruck p_0, und bei C, in einer Tiefe z unter dem Flüssigkeitsspiegel bei A, ist der Druck

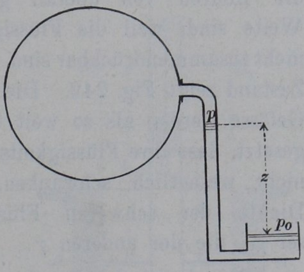
$$p = p_0 + \gamma z,$$

wenn γ die Dichte der Messflüssigkeit ist. Setzt man noch $p_0 = \gamma h_0$, so kommt

$$1) \qquad p - p_0 = \gamma z \quad \text{oder} \quad \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{z}{h_0}.$$

Nun ist $p - p_0$ der Überdruck im Behälter B gegen die Atmosphäre und $(p - p_0) : p_0$ der in Atmosphären ausgedrückte Überdruck. Jede Atmosphäre Überdruck ($10000\,^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qm}}$) entspricht einer Quecksilbersäule von 735^{mm}; zum Messen von 10 Atmosphären ist daher eine Säule von $7{,}35^{\mathrm{m}}$ erforderlich. Derartige Druckmesser eignen sich deshalb nicht für bewegliche, sondern nur für feststehende Dampfkessel. Bei ersteren benutzt man Federmanometer, die den Druck aus der elastischen Formänderung einer Gefässwand erkennen lassen. Die Theilung solcher Federmanometer lässt sich aber nicht berechnen, sondern muss vielmehr durch Vergleichung mit einem offenen Quecksilber-Druckmesser gefunden werden. Das Quecksilber befindet sich in einer Eisenröhre; ein auf ihm schwimmendes Eisenstück ist durch eine über eine Rolle laufende Schnur mit einem in bequemer Höhe befindlichen Zeiger verbunden, so dass man Hebung und Senkung des Quecksilberspiegels aus der Bewegung des Zeigers zu erkennen vermag.

Fig. 240.



Für geringen Überdruck, wie er z. B. in den Röhren für Leuchtgas herrscht, benutzt man Wasser als Messflüssigkeit und drückt auch den Überdruck nicht in $^{\mathrm{at}}$, sondern in $^{\mathrm{mm}}$ Wassersäule aus; 1^{mm} Wassersäule ist gleichbedeutend mit $\frac{1}{10000}$ Atmosphäre, da 1^{at} mit 10^{m} Wassersäule gleichbedeutend ist; 25^{mm} Wassersäule bedeutet daher $\frac{1}{400}{}^{\mathrm{at}}$.

Zum Messen von Drücken in Kondensatoren, Feuerzügen, Schornsteinen u. dgl., welche kleiner sind als der Atmosphärendruck, dienen **Minderdruck-Messer** (Vakuummeter) (Fig. 240). Es ist

$$p + \gamma z = p_0, \quad \text{oder}$$

$$p_0 - p = \gamma z \quad \text{und}$$

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{z}{h_0};$$

letzteres ist der Minderdruck in Atmosphären.

Zusammengesetzter Druckmesser geringerer Höhe. Die mehrfach auf und nieder gebogenen Röhren (Fig. 241) sind im unteren Theile (unter AB) mit Quecksilber, im oberen Theile mit einer leichteren Flüssigkeit, etwa Wasser oder Glycerin, gefüllt. Bei gleichen Drücken in beiden oberen Gefässen steht das Quecksilber in allen Röhren bis zu der Wagerechten AB. Wächst der Druck auf der linken Seite von p_0 auf p, während rechts der Atmosphärendruck p_0 wirksam bleibt, so senkt sich bei B das Quecksilber um z, steigt bei C und bei A, sinkt bei D um das gleiche Maſs z, wenn die Röhren von überall gleicher Weite sind, weil die Flüssigkeiten nicht zusammendrückbar sind. Diesen Zustand zeigt Fig. 242. Die oberen Gefässe werden als so weit vorausgesetzt, dass ihre Flüssigkeitsspiegel nicht wesentlich schwanken. Die Dichte der schweren Flüssigkeit sei γ_1, die der anderen γ.

Fig. 241.

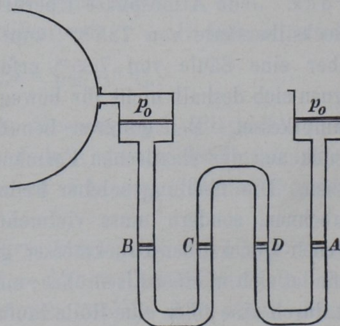
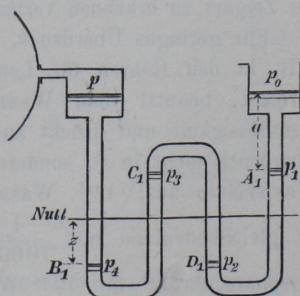


Fig. 242.



Bei A_1 ist der Druck $p_1 = p_0 + \gamma a$, bei D_1 der Druck $p_2 = p_0 + \gamma a + 2\gamma_1 z$, bei C_1 der Druck $p_3 = p_2 - 2\gamma z = p_0 + \gamma a + 2(\gamma_1 - \gamma)z$, bei B_1 der Druck

$p_4 = p_3 + 2\gamma_1 z$, im oberen, linksseitigen Gefässe der Druck $p = p_4 - \gamma(a + 2z) = p_0 + 4(\gamma_1 - \gamma)z$; mithin ist der Überdruck in ^{at}:

$$\frac{p - p_0}{p_0} = \frac{4(\gamma_1 - \gamma)z}{\gamma_1 h_0} = 4\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)\frac{z}{h_0},$$

wenn h_0 die Atmosphärenhöhe für die Flüssigkeit der grösseren Dichte γ_1 ist. Man erkennt leicht, dass, wenn $2n$ Röhren statt 4 in entsprechender Weise hinter einander geschaltet sind,

$$\frac{p - p_0}{p_0} = 2n\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)\frac{z}{h_0} \quad \text{wird.}$$

Für $\gamma_1 = 13600$ (Quecksilber), $\gamma = 1000$ (Wasser), $h_0 = 735^{\text{mm}}$ wird

$$\frac{p - p_0}{p_0} = 2n\left(1 - \frac{1}{13{,}6}\right)\frac{z}{735} = 2n\frac{z}{793}.$$

Mit $2n = 8$ wird dann

$$z = \frac{p - p_0}{p_0} \cdot 99^{\text{mm}};$$

hier erfordert also 1^{at} nur 99^{mm} Theilungshöhe gegen 735^{mm} beim einfachen Druckmesser.

b) Saugpumpe. Kreiselpumpe. Heber.

AB (Fig. 243) sei der Wasserspiegel eines Brunnens. In einem cylindrischen Rohre, dessen unteres Ende ins Wasser taucht, befindet sich ein beweglicher dicht schliessender Kolben. Der Druck des Wassers im Brunnen und in dem unterhalb des Kolbens befindlichen Theile des Rohres ist am einfachsten zu berechnen, wenn man sich in der Höhe h_0 über dem wahren Wasserspiegel einen Wasserspiegel $A_1 B_1$ denkt, auf den kein Atmosphärendruck wirkt. Ist durch das Spiel der in der Figur nicht gezeichneten Ventile nach einer gewissen Zahl von Kolbenhüben die Luft unter dem Kolben entfernt, so herrscht hier,

Fig. 243.