Beträgt der Luftdruck am Boden p_1, in einer Höhe h aber p_2, so wird in dieser Höhe die Steigkraft noch sein:

$$K = V(\gamma - \gamma')\frac{p_2}{p_1} - Q. \tag{3}$$

Die Steigkraft hört auf, wenn

$$V(\gamma - \gamma')\frac{p_2}{p_1} = Q \quad \text{oder}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V(\gamma - \gamma')}{Q}$$

geworden ist. Dem entspricht bei einer überall gleichen Temperatur von 0^0 C. eine Steighöhe (Gl. 4, S. 205)

$$h = 18\,400 \log\left(\frac{V(\gamma - \gamma')}{Q}\right).$$

Beispiel: Ein Ballon von 700 ^{cbm} Rauminhalt werde mit Leuchtgas von der Dichte $\gamma' = 0{,}45$ gefüllt. Das Gewicht der Hülle, des Tauwerks, der Gondel, der Ausrüstung, des Ballastes und der Besatzung betrage $Q = 500^{kg}$, dann ergiebt sich die Steigkraft über dem Erdboden zu

$$K_0 = 700\,(1{,}29 - 0{,}45) - 500 = 88^{kg}.$$

Diese Grösse hat die Spannkraft des Haltetaues, welches den Ballon am Boden festhält. Die Steighöhe des Ballons wird

$$h = 18\,400 \log \frac{V(\gamma - \gamma')}{Q}$$

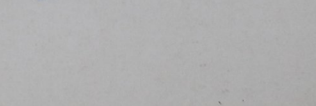
$$= 18\,400 \log 1{,}176 = 1295^{m}.$$

Bei Füllung mit Wasserstoff ($\gamma' = 0{,}09$) wird $K_0 = 340^{kg}$, $h = 4146^{m}$. (Vgl. a. S. 215.)

d) Satz von Gay-Lussac. Zustandsgleichung der vollkommenen Gase.

Der Satz des französischen Physikers Gay-Lussac (geb. 1778 zu Leonard, gest. 1850 zu Paris), aufgestellt im Jahre 1802, bezieht sich auf die Ausdehnung der Gase durch Temperatur-Erhöhung bei gleichbleibendem Drucke.

Fig. 235.



Wird 1 ^{kg} Gas von 0^0 C. Temperatur, vom Rauminhalte v_0 und dem Drucke p_0 (Fig. 235) auf t^0 C. unter gleichbleibender Kolbenbelastung, d. h. gleichbleibendem Drucke p_0 erwärmt, so erfolgt eine

Ausdehnung auf den Einheitsraum v_1, und es ist das Ausdehnungs-Verhältnis

$$1)\qquad \frac{v_1 - v_0}{v_0} = \alpha t \quad \text{oder} \quad v_1 = v_0(1 + \alpha t),$$

worin α, die Ausdehnungsziffer, nicht allein für ein bestimmtes Gas unveränderlich ist, sondern sogar für alle Gase denselben Zahlenwerth

$$\alpha = 0{,}003\,665 = 1 : 273$$

hat. In der Gleichung 1 liegt der Satz von Gay-Lussac, dass die Ausdehnung eines Gases verhältnisgleich der Temperatur-Erhöhung ist. Verstärkt man nun den Druck des Gases durch Erhöhung der Kolbenbelastung auf p, so wird der Einheitsraum sich auf v vermindern, und wenn man diese Änderung künstlich so regelt, dass bei ihr keine Änderung der Temperatur des Gases erfolgt, so gilt für sie der Boyle'sche Satz

$$2)\qquad v : v_1 = p_0 : p.$$

Verbindet man die Gl. 1 und 2, so entsteht

$$p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t) = p_0 v_0 \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t\right),$$

oder mit Einführung des Zahlenwerthes für α

$$p v = \frac{p_0 v_0}{273}(273 + t).$$

Bei einem bestimmten Drucke p_0 und einer Temperatur von 0^0 C. hat nun 1^{kg} eines Gases einen bestimmten Raum v_0, daher ist $p_0 v_0 : 273$ für ein bestimmtes Gas eine gegebene Grösse, die mit R bezeichnet wird, so dass

$$3)\qquad p v = R(273 + t).$$

Für $t = -273$ wird die rechte Seite und somit $p v = 0$, also, da der Raum von 1^{kg} Gas nicht wohl Null werden kann, $p = 0$; d. h. bei einer Temperatur von -273^0 C. würde der Druck p und somit das Ausdehnungs-Bestreben des Gases aufhören, wenn die Erfahrungssätze von Boyle und Gay-Lussac noch für Wärmegrade, die von den Temperaturen der Versuche so weit entfernt liegen, gültig wären. Diese Temperatur -273^0 C. nennt man den absoluten

Nullpunkt und bezeichnet die nach Celsius-Graden von diesem Nullpunkt aus gezählte Temperatur

4) $$273 + t = T$$

als die absolute Temperatur. Man erhält die absolute Temperatur eines Körpers in Celsius-Graden, indem man zu seiner vom Gefrierpunkte des Wassers aus gezählten Temperatur t in Celsius-Graden 273 hinzuzählt. Dem Gefrierpunkte des Wassers $t = 0^0$ entspricht die absolute Temperatur $T = 273^0$.

Mit Gl. 4 erhält nun Gl. 3 die überraschend einfache Form

5) $$pv = RT.$$

Diese Gleichung heisst die Zustandsgleichung der Gase. Sie gilt für die Gase ziemlich genau, so lange sich dieselben weit vom Verflüssigungspunkte befinden, während in der Nähe desselben sich erhebliche Abweichungen zeigen. In den folgenden Anwendungen auf Luft und andere Gase setzen wir eine vollkommene Gültigkeit der Gl. 5 voraus und nennen die Gase in diesem Sinne vollkommene Gase, indem wir uns vorstellen, das Gas sei unendlich weit von der Verflüssigung entfernt.

Den Festwerth R findet man, indem man Gl. 5 auf einen bestimmten Zustand p, v, T anwendet. Da nun trockene atmosphärische Luft bei $t = 0^0$ C. oder $T = 273^0$ und bei einem Drucke $p_0 = 10\,333$ kg/qm eine Dichte $\gamma_0 = 1{,}293$, daher einen Einheitsraum $v_0 = 1 : 1{,}293$ hat, so wird für trockene Luft

$$R = \frac{10\,333}{1{,}293 \cdot 273} = 29{,}27\,.$$

Wird eine Luftmenge fest eingeschlossen, so dass sie sich nicht ausdehnen kann, so muss v unverändert bleiben. Erhöht man nun die Temperatur, so muss nach Gl. 5 der Druck p verhältnisgleich der absoluten Temperatur sich ändern.

$$\frac{p}{p_1} = \frac{T}{T_1}\,.$$

War zu Anfang $T_1 = 0 + 273$, nachher $T = 100 + 273 = 373$, so wird

$$\frac{p}{p_1} = \frac{373}{273} = 1{,}366\,.$$

Hatte die Luft ursprünglich den Atmosphärendruck, so wird sie nach Erhöhung der Temperatur um 100^0 einen Druck von 1,366 Atmosphären ausüben. Hierauf beruht die Heissluftmaschine.

Bleibt die Luftmenge aber demselben Druck unterworfen, so wird sie bei einer Temperaturerhöhung sich ausdehnen, u. zw. wird nach Gl. 5 der Einheitsraum mit der absoluten Temperatur verhältnisgleich sich ändern.

$$\frac{v}{v_1} = \frac{T}{T_1}.$$

Bei einer Temperatur-Erhöhung von $0 + 273$ auf $100 + 273$ wird also v auf das 1,366 fache wachsen. Betrug die Dichte ursprünglich $\gamma_1 = 1{,}293$, so wird sie abnehmen auf $\gamma = 1{,}293 : 1{,}366 = 0{,}9466$. Auf dieser Verdünnung der Luft durch Erwärmung beruht bekanntlich der Luftballon von Mongolfier (1783), sowie das Aufsteigen warmer Luft in kalter.

e) Barometrisches Höhenmessen.

Der Grundgedanke davon ist schon auf S. 205 behandelt worden. Die dort entwickelten Gleichungen setzen überall gleiche Temperatur von $0^0 C$ voraus. Hier soll nun auch der Einfluss einer veränderlichen Temperatur berücksichtigt werden.

Für ein Lufttheilchen von der Höhe dz galt die Gleichgewichts-Bedingung (S. 204, Gl. 2, Fig. 232)

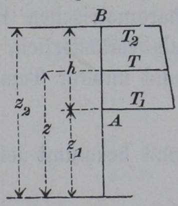
$$dp = -\gamma dz, \quad \text{oder, wegen}$$

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{p}{RT}$$

(Gl. 1, S. 202 und Gl. 5, S. 210)

1) $$dp = -\frac{p}{RT} dz.$$

Fig. 236.



Das Gesetz, nach welchem die Lufttemperatur T zwischen zwei Punkten A und B (Fig. 236) sich ändert, ist nicht genau bekannt; wir nehmen dafür als genügende Annäherung eine lineare Gleichung

2) $$T_1 - T = \tau(z - z_1)$$

an; darin bedeutet

3) $$\tau = \frac{T_1 - T_2}{z_2 - z_1}$$

die Temperaturabnahme nach oben auf 1^m Höhe. Es wird nach Gl. 2

$$dT = -\tau dz, \quad dz = -\frac{dT}{\tau}.$$