$p_1 = 10\,333$, würde $p_2 = 10\,204$, mit einem Verhältnisse 1,012 64, welches von dem obigen genaueren Werthe nur sehr wenig abweicht. Diese Übereinstimmung hängt auch damit zusammen, dass in der Reihe

$$\mathfrak{l}\,(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{3} - + \ldots$$

für kleine x einfach $\mathfrak{l}\,(1 + x) = x$, also, wenn $p_1 : p_2$ nur wenig von 1 verschieden,

$$\mathfrak{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{p_1}{p_2} - 1 = \frac{p_1 - p_2}{p_2}$$

gesetzt werden kann, womit dann, wenn man $p_1 = p_0$ setzt, Gl. 3 wird

$$h = \frac{p_0}{\gamma_0}\,\frac{p_0 - p_2}{p_2} = \frac{p_0 - p_2}{\gamma_2} \quad \text{(annähernd).}$$

c) Auftrieb der Luft. Luftballon.

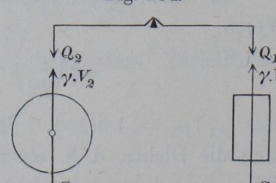
In genau derselben Weise wie bei einem von Wasser umgebenen Körper ergiebt sich auch für die von der Luft umhüllten Körper ein Auftrieb der Luft, gleich und entgegengesetzt dem Gewichte der verdrängten Luftmasse. Genau genommen, muss bei der Ermittelung des Gewichtes und des Schwerpunktes der verdrängten Luftmasse auf die Veränderlichkeit der Dichte Rücksicht genommen werden. Hat aber der verdrängende Körper keine sehr grosse Höhenausdehnung, so kann man nach S. 205 für seinen Bereich die Dichte γ der Luft meist als überall gleich ansehen und den Auftrieb

1) $$A = \gamma V$$

setzen, wenn V der Rauminhalt ist.

Wägt man also von Luft umgebene Körper (Fig. 234), so wird, wenn der Zeiger der Waage auf Null steht, dadurch nicht die Gleicheit der wahren Gewichte und somit der Massen beider Körper, sondern die Gleichheit der scheinbaren Gewichte (s. S. 185) bewiesen. Auf der rechten Seite wirkt auf die Waage $Q_1 = G_1 - \gamma V_1$, auf der linken Seite $Q_2 = G_2 - \gamma V_2$. Ist $V_2 > V_1$, so muss $G_2 > G_1$ sein, wenn $Q_1 = Q_2$ ist. Bringt man die Waage unter die Glocke einer Luftpumpe und vermindert durch allmähliches Auspumpen der Luft die Dichte γ, so wird Q_2 schneller zunehmen

Fig. 234.



als Q_1, der Körper von grösserem Rauminhalt und geringerer Dichte also sinken.

Beispiel: Ein Körper von Holz ($\gamma_2 = 750$ kg/cbm) werde in der Luft mit einem Gewichtstücke von Eisen ($\gamma_1 = 7500$) so abgewogen, dass der Zeiger der Waage auf Null zeigt. Welches ist das Verhältnis der beiden Massen? Die Waage beweist

$$V_1 (7500 - 1{,}3) = V_2 (750 - 1{,}3),$$

wenn man die Luftdichte $\gamma = 1{,}3$ setzt. Daher ist

$$\frac{V_2 750}{V_1 7500} = \frac{7500 - 1{,}3}{(750 - 1{,}3)\, 10} = 1{,}00156 .$$

In diesem Verhältnis ist die Masse des Holzkörpers grösser als die des Gewichtstückes. Bei feinen Wägungen muss daher, besonders bei sehr leichten Körpern, die augenblickliche Dichte der Luft berücksichtigt werden.

Luftballon. Ist das Gewicht eines Körpers kleiner als der Auftrieb der umgebenden Luft, so tritt an die Stelle des scheinbaren Gewichtes eine Steigkraft $K = \gamma V - G$. Bedeutet V den Rauminhalt eines mit leichtem Gase von der Dichte γ' (bei 0^0 C. und mittlerem Atmosphärendrucke $p_0 = 10\,333$ kg/qm) gefüllten Ballons, so wird, wenn das Gewicht der Gasfüllung $\gamma' V$ besonders eingeführt und Q das Gewicht aller übrigen Theile (Hülle, Tauwerk, Gondel, Ausrüstung, Besatzung, Ballast) ist, deren Rauminhalt gegenüber V vernachlässigt werden darf, die Steigkraft bei der Stellung dicht über dem Erdboden

$$K_0 = V(\gamma - \gamma') - Q .$$

Beim Steigen nimmt der Druck und die Dichte der Luft ab. Wäre der Ballon fest geschlossen und undehnbar, so würde die Dichte γ' des Gases unverändert erhalten. Es bliebe dann aber, wenn wir überall gleiche Temperatur in der Luft annehmen, der innere Druck so gross wie zu Anfang, d. h. grösser als der verminderte äussere Luftdruck. Einem solchen inneren Überdrucke darf man aber wegen der Gefahr des Zerreissens den Ballon nicht aussetzen. Deshalb wird an der Hülle des Ballons ein Sicherheits-Ventil angebracht, welches so eingerichtet ist, dass es den Druck im Inneren nicht erheblich über den Aussendruck steigen lässt. In Folge dessen wird dann auch die Dichte des Gases sich in gleichem Verhältnisse mit dem äusseren Druck ändern.

Beträgt der Luftdruck am Boden p_1, in einer Höhe h aber p_2, so wird in dieser Höhe die Steigkraft noch sein:

$$3)\qquad K = V(\gamma - \gamma')\frac{p_2}{p_1} - Q.$$

Die Steigkraft hört auf, wenn

$$V(\gamma - \gamma')\frac{p_2}{p_1} = Q \quad \text{oder}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V(\gamma - \gamma')}{Q}$$

geworden ist. Dem entspricht bei einer überall gleichen Temperatur von 0^0 C. eine Steighöhe (Gl. 4, S. 205)

$$h = 18\,400 \log\left(\frac{V(\gamma - \gamma')}{Q}\right).$$

Beispiel: Ein Ballon von 700 cbm Rauminhalt werde mit Leuchtgas von der Dichte $\gamma' = 0{,}45$ gefüllt. Das Gewicht der Hülle, des Tauwerks, der Gondel, der Ausrüstung, des Ballastes und der Besatzung betrage $Q = 500$ kg, dann ergiebt sich die Steigkraft über dem Erdboden zu

$$K_0 = 700\,(1{,}29 - 0{,}45) - 500 = 88 \text{ kg}.$$

Diese Grösse hat die Spannkraft des Haltetaues, welches den Ballon am Boden festhält. Die Steighöhe des Ballons wird

$$h = 18\,400 \log \frac{V(\gamma - \gamma')}{Q}$$

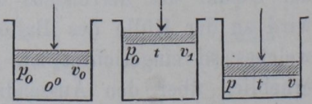
$$= 18\,400 \log 1{,}176 = 1295 \text{ m}.$$

Bei Füllung mit Wasserstoff ($\gamma' = 0{,}09$) wird $K_0 = 340$ kg, $h = 4146$ m. (Vgl. a. S. 215.)

d) Satz von Gay-Lussac. Zustandsgleichung der vollkommenen Gase.

Der Satz des französischen Physikers Gay-Lussac (geb. 1778 zu Leonard, gest. 1850 zu Paris), aufgestellt im Jahre 1802, bezieht sich auf die Ausdehnung der Gase durch Temperatur-Erhöhung bei gleichbleibendem Drucke.

Fig. 235.



Wird 1 kg Gas von 0^0 C. Temperatur, vom Rauminhalte v_0 und dem Drucke p_0 (Fig. 235) auf t^0 C. unter gleichbleibender Kolbenbelastung, d. h. gleichbleibendem Drucke p_0 erwärmt, so erfolgt eine