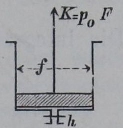
Dies Verhalten der Gase ist vom Engländer Boyle (geb. 1626 zu Lismore (Irland), gest. 1691 zu London) im Jahre 1662 entdeckt, 1679 von dem Franzosen Mariotte (geb. 1620 zu Bourgogne, gest. zu Paris 1684) durch viele Versuche bestätigt worden und wird meist nach Letzterem benannt.

Wird also ein Gas auf $^1/_5$ seines ursprünglichen Raumes zusammengedrückt, mithin seine Dichte um das Fünffache vergrössert, so erhöht sich sein Druck ebenfalls auf das Fünffache — jedoch nur unter der Voraussetzung, dass das Gas nachher dieselbe Temperatur zeigt wie vorher. In den meisten Fällen findet beim Zusammendrücken eine Temperatur-Erhöhung statt, in Folge dessen der Satz dann nicht gültig ist. Nur wenn man durch besondere Vorkehrungen die Temperatur-Änderung verhindert, darf der Satz zur Anwendung gebracht werden.

b) Druckverhältnisse der Atmosphäre bei überall gleicher Temperatur.

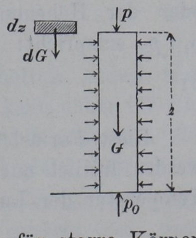
Die Atmosphäre übt auf alle mit ihr in Berührung befindlichen Körper einen Druck aus, der in der Höhe des Meeresspiegels im Mittel $p_0 = 10\,333\,{}^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$ beträgt. Man kann sich hiervon überzeugen, wenn man (Fig. 231) einen Kolben in einem Cylinder vom Querschnitt F bei geöffnetem Hahne h abwärts schiebt, bis sämmtliche Luft unter dem Kolben entfernt ist und dann nach Schliessung des Hahnes den Kolben in die Höhe zu ziehen versucht. Es setzt sich dem, abgesehen von Reibungswiderständen, ein Widerstand $K = p_0 F$ entgegen, der nur von der Wirkung der Luft auf die obere Kolbenfläche herrühren kann.

Fig. 231.



1 $^{\text{cbm}}$ Luft hat bei diesem Drucke p_0 und bei 0° C. ein Gewicht $\gamma_0 = 1{,}293\,^{\text{kg}}$.

Fig. 232.



Ebenso wie im Wasser muss auch in der Luft der Druck nach oben hin abnehmen, allerdings nach einem anderen Verhältnisse, weil die Dichte der Luft veränderlich ist. Betrachten wir eine Luftsäule von 1 $^{\text{qm}}$ Querschnitt, die vom Meeresspiegel lothrecht in die Höhe sich erstreckt, so kann man nach S. 159 auch auf diese (Fig. 232) die Gleichgewichts-Bedingungen für starre Körper anwenden. Ist p der Luftdruck in einer Höhe z über dem Meeresspiegel, so wirken an der Luftsäule von der Höhe z die lothrechten Kräfte p_0, p und das Gewicht G; die Seitendrücke kommen nicht in Frage, wenn wir p berechnen wollen. Es ist demnach

1) $$p = p_0 - G.$$

Wäre die Dichte überall γ_0, so könnte man $G = \gamma_0 z$ setzen; dies ist aber hier nicht zulässig, weil mit p auch γ nach oben hin abnimmt. Die Differentiation der Gl. 1 nach z giebt

$$\frac{dp}{dz} = 0 - \frac{dG}{dz}.$$

Nennt man γ die Dichte der Luft in der Höhe z, so ist dG das Gewicht eines Höhentheilchens dz der Säule, daher $dG = \gamma dz$. Hiernach wird

2) $$dp = -\gamma dz.$$

Weil nun nach dem Boyle'schen Satze $\gamma : \gamma_0 = p : p_0$, so folgt

$$dp = -\frac{\gamma_0}{p_0} p\, dz, \quad \text{oder}$$

wenn man behufs der Integration p mit dp auf dieselbe Seite der Gleichung bringt,

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\gamma_0}{p_0} dz.$$

Die Integration dieser Gleichung ergiebt:

$$\mathfrak{l}(p) = -\frac{\gamma_0}{p_0} z + C.$$

Nennt man p_1 und p_2 die Atmosphärendrücke in den Höhen z_1 und z_2 über dem Meeresspiegel, so wird

$$\mathfrak{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = -\frac{\gamma_0}{p_0}(z_1 - z_2) = \frac{\gamma_0}{p_0}(z_2 - z_1),$$

oder der Höhenunterschied $h = z_2 - z_1$, der dem Verhältnisse $p_1 : p_2$ entspricht:

3) $$\boldsymbol{h = \frac{p_0}{\gamma_0} \mathfrak{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}.$$

Diese Formel kann zum barometrischen Höhenmessen benutzt werden, freilich nur als erste Annäherung, weil darin überall gleiche Temperatur der Luftsäule angenommen ist. Für 0^0 C. ist

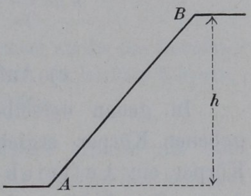
$$p_0 : \gamma_0 = 10\,333 : 1{,}293 = 7992^{\text{m}},$$

wofür man mit genügender Annäherung 8000 m schreiben darf. Will man sich Briggischer Logarithmen bedienen, so hat man, weil der natürliche Log. grösser ist als der Briggische, auf der rechten Seite noch den Faktor $2{,}30259 = l\,10$ hinzuzufügen und erhält rund

$$4) \qquad h = 18400\,(\log p_1 - \log p_2)\,.$$

Es ist für die Anwendung der Gleichung nicht erforderlich, dass die beiden Punkte, deren Höhenunterschied man ermitteln will, in einer Lothrechten liegen. Die Gleichung ist ebenso gut auf die Punkte A und B (Fig. 233) anwendbar, wenn nur zwischen beiden ein schräges Luftprisma gleicher Temperatur im Ruhezustande sich befindet. Der Luftdruck wird bekanntlich mittels Barometers durch eine Quecksilbersäule ausgedrückt. Da der Luftdruck mit jener Säule verhältnisgleich ist, so kann man in dem Verhältnisse $p_1 : p_2$ unmittelbar die Barometer-Ablesungen anstatt der Drücke benutzen.

Fig. 233.



Beispiel 1: Es sei $p_1 = 749{,}2$ mm, $p_2 = 692{,}7$ mm Quecksilbersäule, dann ist

$$h = 18400\,(\log 749{,}2 - \log 692{,}7) = 628\ \text{m}\,,$$

Später (S. 214) werden wir dasselbe Beispiel mit Rücksicht auf verschiedene Temperaturen in A und B behandeln.

Beispiel 2: Auf S. 8 wurde für die Atmosphäre der runde Werth $1\ \text{kg}/\text{qcm} = 10000\ \text{kg}/\text{qm}$ eingeführt. Es soll mittels der Gl. 4 berechnet werden, in welcher Höhe über dem Meere dieser Druck bei 0° C. etwa stattfindet.

$$h = 18400\,(\log 10333 - \log 10000) = 264\ \text{m}\,,$$

d. i. etwa die Höhe von Ilsenburg am Fusse des Brockens (s. 1. Theil, S. 94).

Zu einem Höhenunterschiede $h = 100$ m gehört nach Gl. 4 ein Werth

$$\log\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{100}{18400} = 0{,}0054348\,.$$

oder $p_1 : p_2 = 1{,}01259$. In dem gleichen Verhältnis ändert sich auch die Dichte, d. h. etwa nur um $1/80$. Man kann daher für alle Fälle, bei denen es nicht auf grosse Genauigkeit ankommt, für Luftsäulen bis zu 100 m die Dichte als überall gleich betrachten.

Mit überall gleicher Dichte $\gamma = 1{,}293$ gerechnet, würde auf 100 m Höhe ein Unterschied des Luftdrucks von $129{,}3\ \text{kg}/\text{qm}$ sich ergeben, also, wenn

$p_1 = 10\,333$, würde $p_2 = 10\,204$, mit einem Verhältnisse 1,012 64, welches von dem obigen genaueren Werthe nur sehr wenig abweicht. Diese Übereinstimmung hängt auch damit zusammen, dass in der Reihe

$$\mathfrak{l}\,(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{3} - + \ldots$$

für kleine x einfach $\mathfrak{l}\,(1+x) = x$, also, wenn $p_1 : p_2$ nur wenig von 1 verschieden,

$$\mathfrak{l}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{p_1}{p_2} - 1 = \frac{p_1 - p_2}{p_2}$$

gesetzt werden kann, womit dann, wenn man $p_1 = p_0$ setzt, Gl. 3 wird

$$h = \frac{p_0}{\gamma_0}\,\frac{p_0 - p_2}{p_2} = \frac{p_0 - p_2}{\gamma_2} \quad \text{(annähernd).}$$

c) Auftrieb der Luft. Luftballon.

In genau derselben Weise wie bei einem von Wasser umgebenen Körper ergiebt sich auch für die von der Luft umhüllten Körper ein Auftrieb der Luft, gleich und entgegengesetzt dem Gewichte der verdrängten Luftmasse. Genau genommen, muss bei der Ermittelung des Gewichtes und des Schwerpunktes der verdrängten Luftmasse auf die Veränderlichkeit der Dichte Rücksicht genommen werden. Hat aber der verdrängende Körper keine sehr grosse Höhenausdehnung, so kann man nach S. 205 für seinen Bereich die Dichte γ der Luft meist als überall gleich ansehen und den Auftrieb

1) $$A = \gamma V$$

setzen, wenn V der Rauminhalt ist.

Wägt man also von Luft umgebene Körper (Fig. 234), so wird, wenn der Zeiger der Waage auf Null steht, dadurch nicht die Gleicheit der wahren Gewichte und somit der Massen beider Körper, sondern die Gleichheit der scheinbaren Gewichte (s. S. 185) bewiesen. Auf der rechten Seite wirkt auf die Waage $Q_1 = G_1 - \gamma V_1$, auf der linken Seite $Q_2 = G_2 - \gamma V_2$. Ist $V_2 > V_1$, so muss $G_2 > G_1$ sein, wenn $Q_1 = Q_2$ ist. Bringt man die Waage unter die Glocke einer Luftpumpe und vermindert durch allmähliches Auspumpen der Luft die Dichte γ, so wird Q_2 schneller zunehmen

Fig. 234.