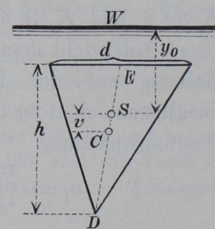
Die Spannungsvertheilung ist freilich eine sehr ungleichmässige. In demselben Querschnitte beträgt die stärkste Zugspannung (an der Unterwasser-Seite) nur

$$\sigma' = 3{,}6\,(12 - 6) = 21{,}6\ ^{\mathrm{at}}.$$

f) Druckmittelpunkt eines Dreiecks, eines Kreises, eines Viertelkreises.

1. Dreieck. α) Grundlinie oben und $\parallel$ dem Wasserspiegel. In diesem Falle giebt es im Allgemeinen keine Symmetrie-Achse, aber gleichwohl ist Gl. 4 (S. 170) entbehrlich, weil man leicht erkennt, dass der Druckmittelpunkt auf der Mittellinie DE (Fig. 198) liegen muss, da über jeden wagerechten Streifen des Dreiecks eine gleichmässige Kraftvertheilung stattfindet, so dass der Druckmittelpunkt jedes Streifens in seiner Mitte liegt. Es handelt sich also nur noch um die Grösse

Figi 198.



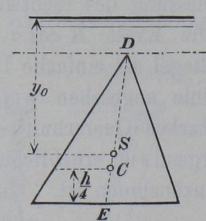
$$v = \frac{J_S}{F y_0} = \frac{F h^2}{18\, F y_0} = \frac{h^2}{18\, y_0}$$

(s. 1. Theil, S. 274). Sinkt der Wasserspiegel bis an die Oberkante des Dreiecks mit $y_{0\,min} = {}^1/_3\, h$, so wird

$$v_{max} = {}^1/_6\, h,$$

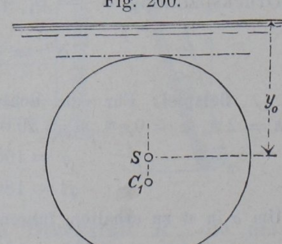
d. h. es liegt der Druckmittelpunkt dann in der Mitte der Mittellinie DE.

Fig. 199.



β) Liegt die Spitze des Dreiecks oben (Fig. 199), so wird in gleicher Weise $v = \dfrac{h^2}{18\, y_0}$. Rückt aber der Wasserspiegel bis zur Spitze herab, so ist $y_{0\,min} = {}^2/_3\, h$, daher $v_{max} = {}^1/_{12}\, h$ mit C im unteren Viertelpunkte von ED.

Fig. 200.



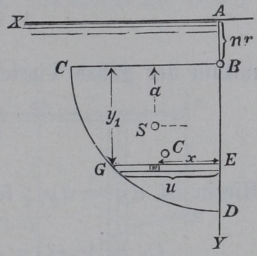
2. Kreis. Es ist (Fig. 200)

$$v = \frac{J_S}{F y_0} = \frac{r^2}{4\, y_0}.$$

Für $y_{0\,min} = r$ wird $v_{max} = {}^1/_4\, r$ (Punkt C_1).

3. Viertelkreis. Um auch die Anwendung der Gl. 4 (S. 170) zu zeigen, wählen wir nun den Viertelkreis, (Fig. 201), dessen Druckmittelpunkt etwas mehr Rechnung erfordert als die obigen einfachen Beispiele.

Fig. 201.



Der Wasserspiegel liege parallel mit dem oberen begrenzenden Halbmesser BC in einer Höhe nr darüber. Der Schwerpunkt der Halbkreisfläche liegt (nach 1. Theil, S. 132) um

$$\frac{4}{3\pi}r = a = 0{,}424\,r$$

vom Mittelpunkte entfernt. In dem gleichen Abstande von BC und BD muss auch der Schwerpunkt der Viertelkreisfläche liegen. Mithin ist

$$y_0 = a + nr = r\left(\frac{4}{3\pi} + n\right).$$

Das Trägheitsmoment einer Kreisfläche in Bezug auf einen Durchmesser ist $\frac{1}{4}F_1 r^2$, wenn F_1 die Fläche des Kreises bedeutet. Dazu liefern die 4 Viertelkreise je ein Viertel; sonach muss das Trägheitsmoment des Viertelkreises BCD in Bezug auf BC ebenfalls $\frac{1}{4}Fr^2$ sein, wenn F nun die Fläche BCD bedeutet. Das Trägheitsmoment J_S in Bezug auf die wagerechte Schwerpunktsachse ist sonach

$$J_S = F\left(\frac{r^2}{4} - a^2\right) = Fr^2\left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right).$$

Daher wird

1) $$v = r\,\frac{\dfrac{1}{4} - \dfrac{16}{9\pi^2}}{\dfrac{4}{3\pi} + n}.$$

Zur Ermittelung von x_m nach Gl. 4 (S. 170) wollen wir vorerst das Centrifugalmoment C berechnen. Es empfiehlt sich, dasselbe auszudrücken durch das etwas bequemere Centrifugalmoment C_B in Bezug auf BC und BD. Mit $y = y_1 + nr$ wird

$$C = \int dF\,xy = \int dF\,x(y_1 + nr)$$

$$= \int dF\,xy_1 + nr\int dF\,x, \quad \text{somit}$$

2) $$C = C_B + nrFx_0 = C_B + Fn\frac{4}{3\pi}r^2.$$

Ein Flächentheilchen $dF = dx\,dy$ liefert zu C_B den Beitrag $dx\,dy\,x\,y_1$. Sämmtliche Flächentheilchen des Streifens EG von der Breite u haben übereinstimmende y_1 und dy, liefern also zusammen den Beitrag

$$y_1\,dy\int_0^u x\,dx = {}^1\!/_2\,y_1\,dy\,u^2,$$

mithin der ganze Viertelkreis

$$C_B = {}^1\!/_2\int_0^r y_1\,dy\,u^2.$$

Hierin ist $dy = dy_1$; ferner $u^2 = r^2 - {y_1}^2$, wodurch

$$C_B = {}^1\!/_2\,r^2\int_0^r y_1\,dy_1 - {}^1\!/_2\int_0^r {y_1}^3\,dy_1 = {}^1\!/_8\,r^4, \quad \text{oder}$$

3) $$C_B = \frac{F\cdot r^2}{2\pi}. \quad \text{Also}$$

$$C = Fr^2\left(\frac{1}{2\pi} + \frac{4}{3}\frac{n}{\pi}\right). \quad \text{Hiermit wird}$$

4) $$x_m = \frac{C}{Fy_0} = r\,\frac{\frac{1}{2\pi} + \frac{4}{3}\frac{n}{\pi}}{\frac{4}{3\pi} + n} = r\,\frac{3+8n}{8+6n\pi}$$

oder, wenn in Zähler und Nenner durch n getheilt wird:

5) $$x_m = r\,\frac{\frac{3}{n} + 8}{\frac{8}{n} + 6\pi}.$$

Für $n = \infty$ wird $v = 0$ (Gl. 1)

$$x_m = \frac{4}{3\pi}r = 0{,}424\,r$$

(Gl. 5), d. h. Punkt C fällt mit S zusammen, wie es sein musste.

Für $n = 0$ wird

$$v = \left(\frac{3}{16}\pi - \frac{4}{3\pi}\right)r = 0{,}165\,r;$$

$$x_m = \frac{3}{8}r = 0{,}375\,r$$

(Gl. 4); (Punkt C in Fig. 201.)