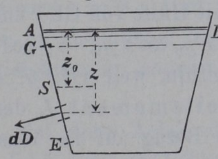
oder durch das Gewicht einer Wassermasse erzeugt wird, die Wirkung des Kolbens auch ersetzen durch Höherlegung des Wasserspiegels um die Grösse h_0. Man denkt sich also die wahre Oberfläche AB mit dem darauf lastenden Kolben ersetzt durch die ideelle freie Oberfläche $A_0 B_0$ und kann alle Druckverhältnisse im Gefäss auf diese beziehen. In einer Tiefe z unter AB herrscht dann ein Druck $p = \gamma(z + h_0)$.

b) Druckkraft gegen eine ebene Seitenwand. Druckmittelpunkt.

Das ebene Wandstück GE (Fig. 185) erfährt über seine ganze Fläche F stetig, aber ungleichmässig vertheilte, parallele Druckkräfte. Auf ein Flächentheilchen dF in der Tiefe z unter dem Wasserspiegel kommt die Kraft

Fig. 185.



1) $$dD = \gamma \cdot dF \cdot z,$$

mithin wird die gesammte Druckkraft

$$D = \gamma \Sigma dF \cdot z,$$

wofür man nach der Lehre vom Schwerpunkte (Theil 1, S. 128, Gl. 6) schreiben kann

2) $$D = \gamma F z_0,$$

wenn z_0 die Tiefe des Schwerpunktes S von F unter dem Wasserspiegel bedeutet. Die Druckhöhe z_0 des Schwerpunktes von F ist also die mittlere Druckhöhe für die ganze Fläche, nach welcher die Grösse der gesammten Druckkraft D berechnet werden kann.

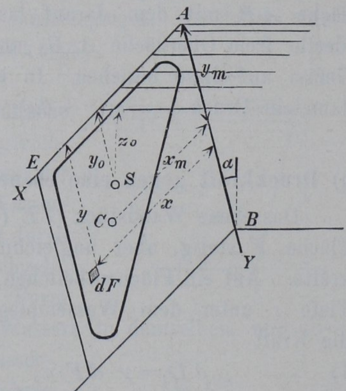
Vertheilten sich die Kräfte gleichmässig über F, so ginge D durch den Schwerpunkt S der Fläche, da aber der Druck p nach unten hin zunimmt, so muss die Mittelkraft D tiefer liegen als der Schwerpunkt; derjenige Punkt C, in welchem die Druckkraft D die Fläche F schneidet, heisst der **Druckmittelpunkt.**

Um ihn zu finden, benutzen wir Fig. 186. In der Seitenwand ABE ist ein Flächenstück F abgegrenzt. Der Wasserspiegel schneide die Wand in der wagerechten Geraden AX; rechtwinklig dazu liegt in der Fläche die Achse AY, welche mit der Lothrechten den Winkel α bilde. Ein Flächentheilchen dF habe die Koordinaten x und y, dann ist seine lothrechte Tiefe unter Wasser

$z = y \cos \alpha$. Ebenso gilt für die lothrechte Tiefe z_0 des Schwerpunktes S unter Wasser, wenn y_0 seine parallel mit AY gemessene Ordinate ist,

$$z_0 = y_0 \cos \alpha .$$

Fig. 186.



Der gesuchte Druckmittelpunkt C habe die Koordinaten x_m und y_m. Es muss nun nach Theil 1, S. 122 in Bezug auf irgend eine Achse das Moment der Mittelkraft D gleich der Momentensumme der Einzelkräfte dD sein. Dies giebt für die Achse AX: $D y_m = \int dD \cdot y$ oder mit Hülfe von Gl. 1 und 2, S. 169: $\gamma F y_0 \cos \alpha \, y_m = \gamma \cos \alpha \int dF \cdot y^2$, mithin, weil $\int dF y^2$ das Trägheitsmoment J_x der Fläche F in Bezug auf die Wasserspiegelachse AX bedeutet, $F y_0$ aber das statische Moment S_x derselben Fläche auf dieselbe Achse:

3) $$y_m = \frac{J_x}{S_x} = \frac{\int dF \cdot y^2}{F y_0}.$$

Dies ist (1. Theil, S. 279) die Schwingungslänge der Fläche F, falls sie als eine materielle Fläche um die Achse AX als Pendel schwingend gedacht wird. Für die Achse AY ergiebt sich

$$D x_m = \int dD \cdot x \quad \text{oder}$$

$$\gamma F y_0 \cos \alpha \, x_m = \gamma \cos \alpha \int dF \cdot xy ,$$

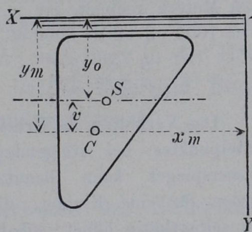
mithin, wenn man bedenkt, das $\int dF \cdot xy$ das Centrifugalmoment C der Fläche F ist (1. Theil, S. 288)

4) $$x_m = \frac{C}{S} = \frac{\int dF \cdot xy}{F y_0}.$$

In den Gl. 3 und 4 kommt der Winkel α nicht vor; wenn sich daher die Seitenwand um die Wasserspiegelachse AX dreht, so behält der Druckmittelpunkt C in ihr seine Lage bei. Wir nehmen daher im Folgenden den Winkel $\alpha = 0$ an, betrachten also die Seitenwand als lothrecht.

Legt man durch den Schwerpunkt S eine wagerechte Achse (Fig. 187) und nennt v den rechtwinkligen Abstand des Druckmittelpunktes von der Schwerpunktsachse, so ergiebt sich aus Gl. 3, weil $J_x = J_S + F y_0^2$ (1. Theil, S. 268)

Fig. 187.



$$y_0 + v = \frac{J_S + F y_0^2}{F y_0} = \frac{J_S}{F y_0} + y_0 ,$$

5) also $$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{J_S}}{\boldsymbol{F y_0}}.$$

Erleidet nun der Wasserspiegel eine Parallelverschiebung nach oben, so bleibt J_S unverändert; mit zunehmendem y_0 wird aber v kleiner und kleiner; für $y_0 = \infty$ wird $v = 0$. Dies ist auch selbstverständlich, da, wenn die Fläche in unendlicher Tiefe liegt, die Druckvertheilung an ihr als gleichmässig angesehen werden kann.

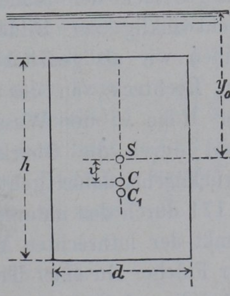
Die Lage der AY war bisher beliebig. Ist diese Achse eine Symmetrieachse für die Figur F, so wird $C = \int dF \cdot xy = 0$ (1. Theil, S. 290) und damit auch $x_m = 0$. Es liegt dann der Druckmittelpunkt auf dieser Symmetrie-Achse.

c) Druckkraft gegen eine rechteckige Seitenwand.

Für das Rechteck (Fig. 188) ist (Theil 1, S. 273) $J_S = {}^1\!/_{12} F h^2$, daher nach Gl. 5

1) $$v = \frac{h^2}{12 y_0}.$$

Fig. 188.



Der Druckmittelpunkt liegt auf der lothrechten Mittellinie des Rechtecks. Wird $y_0 = \infty$, so wird $v = 0$; rückt der Wasserspiegel aber abwärts, und zwar so weit, dass er die Oberkante des Rechtecks trifft, so ist $y_{0\,min} = {}^1\!/_2 h$, dafür wird $v_{max} = {}^1\!/_6 h$, d. h. der Druckmittelpunkt liegt dann bei C_1 im unteren Drittelpunkte der lothrechten Mittellinie. Wasserspiegel und Druckmittelpunkt bewegen sich hiernach stets in demselben Sinne; beide nach oben oder beide nach unten. Während