gesammte Druckkraft gegen die eine Hälfte ist die Fläche $F_x = 2rl$ massgebend mit $D = 2prl$. Unter der auch hier gemachten Voraussetzung überall gleicher Spannung σ (vgl. weiter unten) ergiebt sich an jeder der beiden Schnittflächen die Spannkraft $\sigma\delta l$, daher wird

$$2\sigma \cdot \delta \cdot l = 2p \cdot r \cdot l, \quad \text{mithin}$$

$$\delta = r\frac{p}{\sigma}, \tag{2}$$

d. h. doppelt so gross wie beim kugelförmigen Gefässe. Gl. 2 ist wahrscheinlich zuerst von Mariotte angegeben worden.

Die Formeln 1 und 2 geben für kleine Werthe von p so geringe Wandstärken, wie sie aus Gründen der Herstellung und Handhabung nicht zulässig sind. Daher fügt man jenen noch einen Zusatzwerth $+ c$ bei, der sich nur nach Ausführungs-Rücksichten bestimmt. Bei Gefässen und Röhren aus Gusseisen beträgt etwa

$$c = 0{,}7^{\text{cm}}. \tag{3}$$

Beispiel: Soll ein gusseisernes Wasserleitungsrohr von $r = 20^{\text{cm}}$ Halbmesser auf einen inneren Druck von $p = 10^{\text{at}}$ berechnet werden und wählt man wegen der in einer Wasserleitung unvermeidlichen Stösse die Spannung nur zu $\sigma = 250^{\text{at}}$, so wird nach Gl. 2 und 3

$$\delta = 20\frac{10}{250} + 0{,}7 = 1{,}5^{\text{cm}}.$$

Diese Formeln gelten nur für kleine Werthe von $p : \sigma$. Für grössere Drücke, wie sie bei den Cylindern von Wasserdruckpressen und besonders bei Kanonenrohren vorkommen, ist die Voraussetzung überall gleicher Spannung selbst annäherungsweise nicht mehr zutreffend, vielmehr ergeben genauere Rechnungen, dass die Spannung an der Innenseite des Rohres stets grösser ist als an den übrigen Stellen. Kanonenrohre erleiden denn auch die ersten Risse stets an der Innenwandung, und man untersucht sie darauf hin mittels eines Spiegels, um sie rechtzeitig ausser Gebrauch setzen zu können.

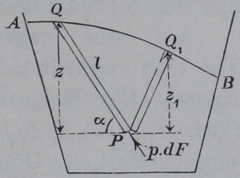
2. Gleichgewicht tropfbar flüssiger Körper unter Einwirkung der Schwere.

a) Wasserspiegel. Druck in der Flüssigkeit.

Die bisherigen Entwicklungen galten vereint für tropfbare und gasförmige Körper. Wenn wir nun aber die Schwere berücksichtigen, so besteht zwischen beiden der wesentliche Unterschied, dass erstere eine unveränderliche, letztere aber eine sehr veränderliche Dichte haben, so dass die tropfbaren Körper hier erst besonders behandelt werden sollen.

Soll die in einem oben offenen Gefässe befindliche Flüssigkeit unter Einwirkung der Schwere als einziger Massenkraft im Gleichgewichte sein, so muss die obere freie Fläche, der Wasserspiegel, eine wagerechte Ebene bilden, d. h. rechtwinklig zu der herrschenden Massenkraft stehen. Um dies zu beweisen, nehmen wir (Fig. 181) den Gleichgewichtszustand bei beliebiger, noch unbestimmter Oberfläche AB an und erhalten Beziehungen, die eine ebene Oberfläche bedingen.

Fig. 181.



Von einem beliebigen Punkte P im Innern ausgehend, umgrenzen wir ein Wasserprisma PQ, dessen Länge l eine Neigung α gegen die Wagerechte bildet. Der Querschnitt des Prismas sei dF, sein Gewicht $\gamma \cdot dF \cdot l$. Ist p der Druck im Punkte P, so wirkt hier eine Längskraft $p \cdot dF$ auf das Prisma. Denkt man sich das Prisma erstarrt, und die umgebende Flüssigkeit ihrerseits auch, wobei aber an den Langflächen, entsprechend der Natur der flüssigen Körper, nur Normaldrücke auftreten können, so liefert das Gewicht $\gamma \cdot dF \cdot l$ in der Längsrichtung eine Seitenkraft $\gamma \cdot dF \cdot l \cdot \sin \alpha$, und wenn die Oberfläche keinen Druck erfährt, so muss

$$p \cdot dF = \gamma \cdot dF \cdot l \cdot \sin \alpha$$

sein. Wird der Höhenunterschied der beiden Punkte P und Q, d. h. $l \sin \alpha = z$ gesetzt, so folgt

1) $$p = \gamma z.$$

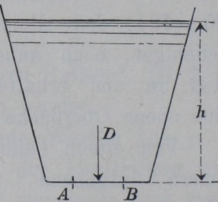
Wird von P aus ebenso nach einem anderen Punkte Q_1 der Oberfläche ein Prisma PQ_1 abgetrennt, so erhält man für dessen Gleichgewicht ebenso $p = \gamma z_1$. Da nun nach S. 157 der Druck im Punkte P nach allen Richtungen PQ, PQ_1 . . . der gleiche ist, so muss auch $z = z_1$ sein; d. h. die Höhe der verschiedenen Punkte der Oberfläche über irgend einem Punkte im Innern der Flüssigkeit muss die gleiche sein, d. h. der Wasserspiegel muss eine wagerechte Ebene bilden.

Gl. 1 enthält das Gesetz des Druckes für eine im Gleichgewichte befindliche Flüssigkeit unter Einwirkung der Schwere. Eine Flüssigkeitssäule von der Grundfläche $= 1^{\text{qm}}$ und der Höhe $= z$ Meter hat ein Gewicht γz und bringt dadurch den Druck

$p = \gamma z$ hervor. Man nennt deshalb auch $z = p : \gamma$ die auf eine Flüssigkeit von der Dichte γ bezogene Druckhöhe.

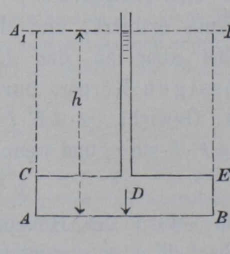
Eine wagerechte Ebene im Innern der Flüssigkeit hat an allen Stellen dieselbe Tiefe unter dem Wasserspiegel, ist daher eine Fläche überall gleichen Druckes, eine sog. Niveau-Fläche.

Fig. 182.



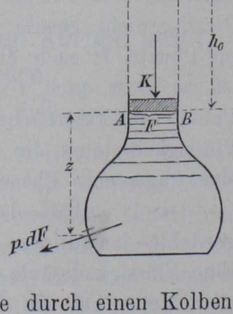
Auf eine wagerechte Bodenfläche (Fig 182) vertheilt sich der Druck gleichmässig. Ein Bodenstück AB von der Fläche F in der Tiefe h unter dem Wasserspiegel erfährt eine Druckkraft D, die durch den Schwerpunkt der Fläche F hindurchgeht. Diese Kraft ist unabhängig von der Form des Gefässes und der Menge des Wassers in demselben, nur abhängig von der Höhenlage des Wasserspiegels. Mittels eines engen Rohres (Fig. 183), welches sich an die Decke eines Gefässes anschliesst, kann man, wenn man Gefäss und Rohr mit Wasser füllt, gegen den Boden AB eine Druckkraft $D = \gamma \cdot F \cdot h$ ausüben, d. h. gleich dem Gewichte eines Wasserkörpers ABB_1A_1. Die Decke CD des Gefässes erfährt nämlich eine aufwärts gerichtete Druckkraft D_1 = dem Gewichte eines Wasserprismas, das, über der Decke stehend, bis zur Höhe A_1B_1 reicht.

Fig. 183.



Der Druck D_1 hat das Bestreben, Decke und Seitenwände des Gefässes von der Bodenwand nach oben hin abzureissen. Die Mittelkraft von D und D_1 ist dann das Gewicht der wirklich vorhandenen Wassermenge.

Fig. 184.

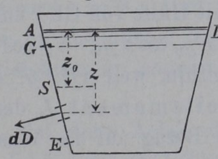


Ist (Fig. 184) der Wasserspiegel von dem Flächeninhalte F nicht frei, sondern wird auf ihn, vielleicht mittels eines Kolbens, eine Kraft K übertragen, entsprechend einem Drucke $p_0 = K : F$ und einer Druckhöhe $h_0 = p_0 : \gamma$, so kann man, weil es für die Wirkung einer Kraft gleichgültig ist, ob sie durch einen Kolben oder durch das Gewicht einer Wassermasse erzeugt wird, die Wirkung des Kolbens auch ersetzen durch Höherlegung des Wasserspiegels um die Grösse h_0. Man denkt sich also die wahre Oberfläche AB mit dem darauf lastenden Kolben ersetzt durch die ideelle freie Oberfläche $A_0 B_0$ und kann alle Druckverhältnisse im Gefäss auf diese beziehen. In einer Tiefe z unter AB herrscht dann ein Druck $p = \gamma(z + h_0)$.

b) Druckkraft gegen eine ebene Seitenwand. Druckmittelpunkt.

Das ebene Wandstück GE (Fig. 185) erfährt über seine ganze Fläche F stetig, aber ungleichmässig vertheilte, parallele Druckkräfte. Auf ein Flächentheilchen dF in der Tiefe z unter dem Wasserspiegel kommt die Kraft

Fig. 185.



1) $$dD = \gamma \cdot dF \cdot z,$$

mithin wird die gesammte Druckkraft

$$D = \gamma \Sigma dF \cdot z,$$

wofür man nach der Lehre vom Schwerpunkte (Theil 1, S. 128, Gl. 6) schreiben kann

2) $$D = \gamma F z_0,$$

wenn z_0 die Tiefe des Schwerpunktes S von F unter dem Wasserspiegel bedeutet. Die Druckhöhe z_0 des Schwerpunktes von F ist also die mittlere Druckhöhe für die ganze Fläche, nach welcher die Grösse der gesammten Druckkraft D berechnet werden kann.

Vertheilten sich die Kräfte gleichmässig über F, so ginge D durch den Schwerpunkt S der Fläche, da aber der Druck p nach unten hin zunimmt, so muss die Mittelkraft D tiefer liegen als der Schwerpunkt; derjenige Punkt C, in welchem die Druckkraft D die Fläche F schneidet, heisst der **Druckmittelpunkt.**

Um ihn zu finden, benutzen wir Fig. 186. In der Seitenwand ABE ist ein Flächenstück F abgegrenzt. Der Wasserspiegel schneide die Wand in der wagerechten Geraden AX; rechtwinklig dazu liegt in der Fläche die Achse AY, welche mit der Lothrechten den Winkel α bilde. Ein Flächentheilchen dF habe die Koordinaten x und y, dann ist seine lothrechte Tiefe unter Wasser