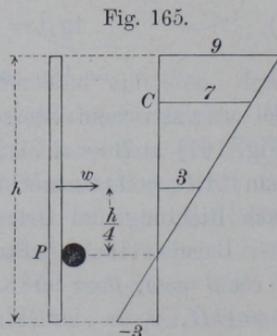


Für elastischen Stoss wird (mit  $k = 1$ ):  $v \cos \beta - c \cos \alpha$ ,  $v = c$ ,  
 $-\beta = \alpha$ , d. h. die Kugel wird von der festen Wand ohne Verlust  
 an Geschwindigkeit so zurückgeworfen wie ein Lichtstrahl von einem  
 Spiegel (Fig. 164); Ausfall- und Einfallwinkel sind einander gleich.

## 5. Einige besondere Fälle des Stosses.

Es mögen hier noch einige Fälle des Stosses betrachtet werden,  
 auf welche die entwickelten Formeln scheinbar nicht, oder nicht  
 unmittelbar passen, die aber doch durch ähnliche Betrachtungen,  
 wie sie im Vorstehenden zur Anwendung  
 gelangten, zur Lösung geführt werden  
 können.

1. Ein fortschreitender Stab  
 stösst gegen ein festes Hindernis.  
 Ein Stab von der Länge  $h$  bewege sich  
 mit der überall gleichen Geschwindig-  
 keit  $w$  und treffe im unteren Viertel-  
 punkte  $P$  auf eine unwandelbar befestigte  
 Querstange (Fig. 165). Es soll die  
 Bewegung des Stabes nach dem Stoss  
 untersucht werden.



Die Querstange ist wegen ihrer Unbeweglichkeit als eine un-  
 endlich grosse Masse aufzufassen. Die Gleichungen 11 und 12,  
 S. 147, sind auf diesen Fall anwendbar; man hat darin

$$c = 0, \quad c_1 = w, \quad c_1 = w,$$

$$\omega_1 = 0, \quad M = \infty, \quad \mu_1 = 4/3 M_1$$

zu setzen und erhält

$$v_1 - w = \frac{-w}{1 + 3/4}, \quad v_1 = 3/7 w;$$

$$a_1 \psi_1 = \frac{-w}{1 + 4/3} = -3/7 w;$$

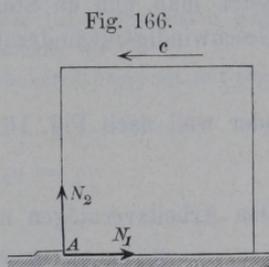
$$v_1 = v_1 + a_1 \psi_1 = 3/7 w - 3/7 w = 0.$$

Neben der Stange sind die Geschwindigkeiten als Vielfache von  
 $1/7 w$  dargestellt.

Man kann diese Aufgabe auch lösen, indem man die Bewegung  
 des Stabes auffasst als scheinbare Ruhe in Bezug auf einen mit

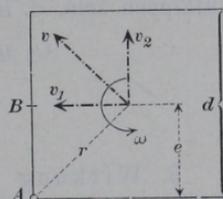
der Geschwindigkeit  $w$  fortschreitenden Raum. Die Masse  $M = \infty$  bewegt sich dann mit der Geschwindigkeit  $w$  gegen den ruhenden Stab. Mit den hiernach erhaltenen Geschwindigkeiten hat man dann die Geschwindigkeit  $w$  des Raumes in geeigneter Weise wieder zu verbinden.

2. Ein fortschreitend gleitender Würfel stösst mit seiner vorderen unteren Kante gegen ein Hindernis (Fig. 166). Der Körper muss dann eine Drehung um die Kante  $A$  ausführen; diese betrachten wir aber als das Ergebnis einer Verschiebung des Schwerpunktes mit der Geschwindigkeit  $v$  und einer Drehung um die zur Bildebene rechtwinklige Schwerpunktsachse  $S$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  (Fig. 167), wodurch mit  $r\omega = v$  der Punkt  $A$  die Geschwindigkeit Null bekommt. Wir zerlegen  $v$  in die Seitengeschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$ , die hier offenbar gleich sein müssen.



Da nun die Geschwindigkeit  $v_2$  durch den Stoss neu entsteht, so muss neben der Kraft  $N_1$  auch noch eine Kraft  $N_2$  auftreten (Fig. 166). Das Gewicht des Würfels wird gegenüber den Kräften  $N_1$  und  $N_2$  vernachlässigt. Die Würfelseite werde  $d = 2e$  genannt. Das Trägheitsmoment des Würfels in Bezug auf die Achse  $S$  findet man nach Theil 1, S. 271 leicht zu

Fig. 167.



also ist die auf den Abstand  $e$  bezogene Masse  $\mu = \frac{2}{3} M$ . Während des Stosses erfährt der Schwerpunkt des Würfels eine Beschleunigung

$$p_1 = \frac{N_1}{M} \quad \text{und} \quad p_2 = \frac{N_2}{M}$$

im Sinne dieser Kräfte, eine Umfangsbeschleunigung im Abstand  $e$  von  $S$  in der Grösse

$$e\varepsilon = \frac{N_1 - N_2}{\mu} = \frac{3}{2} \frac{N_1 - N_2}{M}.$$

Diese Beschleunigungen stehen in den Verhältnissen

$$p_1 : p_2 = N_1 : N_2,$$

$$p_2 : e\varepsilon = 2N_2 : 3(N_1 - N_2).$$

Da der Punkt  $B$  aber in lothrechter Richtung die Beschleunigung  $p_2 - e\varepsilon$  erfährt, welche (annähernd)  $= 0$  sein muss, so ergibt sich  $2N_2 = 3(N_1 - N_2)$ , d. h.  $N_2 = \frac{3}{5}N_1$ . Hiernach wird

$$p_1 : p_2 = 5 : 3, \quad p_2 = e\varepsilon.$$

Setzt man nun an Stelle der Beschleunigungen die entsprechenden Geschwindigkeitsänderungen, so erhält man

$$c - v_1 : v_2 = 5 : 3,$$

oder weil nach Fig. 167  $v_2 = v_1$  sein muss,

$$v_1 = v_2 = \frac{3}{8}c = e\omega; \quad v = v_1\sqrt{2}.$$

Das Arbeitsvermögen nach dem Stosse beträgt

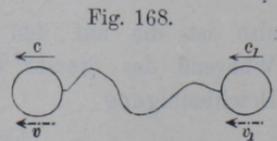
$$\begin{aligned} \mathfrak{A}_1 &= \frac{1}{2}(Mv^2 + \mu e^2\omega^2) = \frac{1}{2}M(2v_1^2 + \frac{2}{3}v_1^2) \\ &= \frac{1}{2}Mc^2 \cdot \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

Soll der Würfel nach dem Stosse sich überschlagen, nicht wieder zurückfallen, so muss  $\mathfrak{A}_1 \geq$  Arbeit der Schwere beim völligen Aufkippen sein, d. h.

$$\frac{1}{2}Mc^2 \cdot \frac{3}{8} \geq Mge(\sqrt{2} - 1) \quad \text{oder}$$

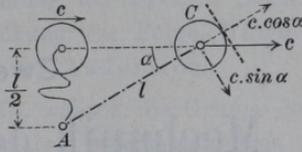
$$\frac{c^2}{2g} \geq 1,1e.$$

3. Wirkung von Fäden statt einer Berührung der Körper. Sind die Körper durch einen anfangs schlaffen Faden verbunden, so werden in dem Augenblicke, wo der Faden straff wird, durch seine Spannkraft ähnliche Wirkungen auf die Körper ausgeübt wie durch unmittelbare Berührung. Daher gelten in dem Falle der Fig. 168 für  $v$  und  $v_1$  die Gleichungen 8 und 9, S. 129. Ist der Faden mit einem Körper  $M$  in Verbindung, am anderen Ende aber unwandelbar befestigt, so wirkt die Befestigung wie eine feste Wand ( $M_1 = \infty$ ). Für unelastischen Faden ist  $k = 0$ , für vollkommen elastischen Faden  $k = 1$  zu setzen.



**Beispiel:** Ein Körper bewegt sich fortschreitend mit der Geschwindigkeit  $c$  auf einer Geraden (Fig. 169). Ein undehnbarer Faden von der Länge  $l$  sei mit dem Körper verbunden und bei  $A$  in einem Abstand  $\frac{1}{2}l$  von der Geraden befestigt. In dem Augenblicke, wo der Faden straff wird, vernichtet seine Spannkraft die Seitengeschwindigkeit  $c \cos \alpha$ , und mit der Geschwindigkeit  $c \sin \alpha = \frac{1}{2}c$  bewegt sich der Körper in einer Kreislinie mit dem Mittelpunkt  $A$  weiter. Der Faden wirkt im Augenblicke des Straffwerdens ebenso, als ob der Körper bei  $C$  unelastisch gegen eine feste Wand stiesse, welche zu  $l = AC$  rechtwinklig ist.

Fig. 169.



Jedes ruckweise Anziehen mittels eines undehnbaren Seiles ist mit einem Arbeitsverluste verbunden.