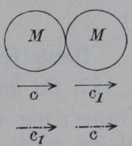
Sind die Massen einander gleich, wie es bei Billardkugeln annähernd zutrifft (Fig. 150), so wird

$$c - v = c - c_1, \quad \text{d. h.} \quad v = c_1.$$

$$v_1 - c_1 = c - c_1, \quad \text{d. h.} \; v_1 = c;$$

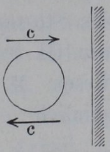
d. h. es vertauschen die Massen ihre Geschwindigkeiten. Sind die Kugeln im Aussehen nicht verschieden, so sieht man die Wirkung des Stosses kaum. Denn mit der Geschwindigkeit c, die vorher die eine Kugel hatte, bewegt sich auch nach dem Stoss eine Kugel weiter, ebenso mit der Geschwindigkeit c_1 die andere, gerade wie wenn sich die Kugeln durchdrungen hätten.

Fig. 150.



Dieser Fall findet auch Anwendung auf Eisenbahnwagen, wenn dieselben beim Verschieben mit geringer Stossgeschwindigkeit auf einander treffen; denn bei geringer Heftigkeit des Stosses verhalten sich die Bufferfedern ziemlich elastisch. Bei ungleichen Massen sind die Gl. 1) anzuwenden.

Fig 151.



Stösst ein Körper gegen eine ruhende und unbewegliche elastische Wand, so muss (wie S. 131) $M_1 : M = \infty$ gesetzt werden. Dann wird

$$c - v = \frac{2\,c}{1 + 0}, \quad \text{d. h.} \quad v = -c.$$

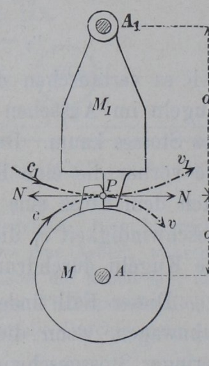
Der Körper wird also mit der gleichen Geschwindigkeit von der Wand zurückgeworfen, mit der er dieselbe traf.

2. Stoss sich drehender Körper.

Zwei Körper drehen sich um feste Parallelachsen A u. A_1 und treffen derartig zusammen, dass zwischen ihnen ein gegenseitiger Druck N auftritt, der rechtwinklig zu der Ebene beider Drehachsen steht und diese Ebene in P schneidet. Dann ist P der Stosspunkt; er sei von A u. A_1 um a bezw. a_1 entfernt. Die Umfangsgeschwindigkeiten beider Körper am Stosspunkte mögen c bezw. c_1 betragen. Diese Geschwindigkeiten sind der Unterscheidung wegen auf dem Drehungskreise angedeutet, ebenso die Geschwindigkeiten v und v_1 nach dem Stoss (an der rechten Seite der Figur). Der Druck N

ertheilt der stossenden Masse eine im Stosspunkte gemessene Umfangs-Verzögerung $p = \frac{N}{\mu}$ und der gestossenen Masse an derselben Stelle eine Umfangs-Beschleunigung $p_1 = \frac{N}{\mu_1}$, wenn μ und μ_1 die auf den Stosspunkt bezogenen Massen der beiden Körper sind (Theil 1, S. 268). Hiernach ist

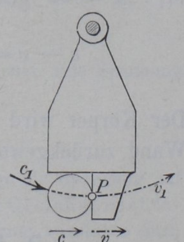
Fig. 152.



1) $$p : p_1 = \mu_1 : \mu.$$

Diese Gleichung entspricht der Gl. 1, S. 127, für den geraden centralen Stoss freier Körper; nur treten an die Stelle der wahren Massen M_1 und M hier die auf P bezogenen Massen μ_1 und μ, welche den Bedingungen $J = \mu a^2$, $J_1 = \mu_1 a_1{}^2$ genügen, wenn J und J_1 die Trägheitsmomente der Körper in Bezug auf die Drehachsen sind. Hiernach ergeben sich auch für die Geschwindigkeits-Änderungen während des Stosses die Gleichungen in derselben Weise wie Gl. 8 und 9, S. 129, wenn man auch in diesen M und M_1 mit μ und μ_1 vertauscht; nämlich

Fig. 153.



2) $$\boldsymbol{c - v} = \frac{\boldsymbol{c - c_1}}{\boldsymbol{1} + \frac{\mu}{\mu_1}} (\boldsymbol{1 + k})$$

3) $$\boldsymbol{v_1 - c_1} = \frac{\boldsymbol{c - c_1}}{\boldsymbol{1} + \frac{\mu_1}{\mu}} (\boldsymbol{1 + k}).$$

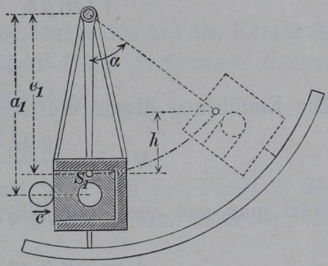
Ist der stossende Körper aber ein freier Körper, der sich in der Richtung der Stosslinie fortschreitend bewegt und dessen Schwerpunkt auf der Stosslinie liegt (Fig. 153), so gelten obige Gleichungen mit der Abänderung, dass für μ wieder die wahre Masse M eintritt.

Ballistisches Pendel.

Diese Vorrichtung hat Ähnlichkeit mit Fig. 154 und ist in früherer Zeit benutzt worden, um aus der Bewegung des Pendels nach dem Stosse die Geschwindigkeit c des dagegen abgefeuerten

Geschosses M zu berechnen. Diese Einrichtung ist ein so vorzügliches Beispiel zu den hier behandelten Vorgängen, dass sie hier besprochen werden soll, wiewohl sie jetzt in der Anwendung durch vollkommenere Vorrichtungen ersetzt ist.

Fig. 154.



Das Pendel hat an der Stelle, gegen die das Geschoss abgefeuert wird, einen vorn offenen, eisernen Kasten, der mit trockenem Thon, weichem Holz u. dgl. gefüllt ist, so dass das Geschoss darin stecken bleibt und der Stoss als unelastisch ($k = 0$) angesehen werden kann. Vor dem Stoss ist das Pendel in Ruhe. Daher wird nach Gl. 2 und 3, S. 142 oder nach Gl. 5, S. 128

$$4)\qquad v = v_1 = u = \frac{Mc}{M + \mu_1}.$$

Bei der Drehbewegung des Pendels nach dem Stosse möge dasselbe einen Winkel α beschreiben, bis es seine Geschwindigkeit verloren hat und zurückschwingt. Ist nun sein Schwerpunkt S_1 um e_1 von der Drehachse entfernt, so hebt sich dieser bei der Drehung um $h = e_1\,(1 - \cos\alpha)$. Dann ist nach dem Satze der Arbeit

$$5)\qquad (M + \mu_1)\frac{{v_1}^2}{2} = (Mg\,a_1 + M_1 g\,e_1)(1 - \cos\alpha);$$

die linke Seite ist das Arbeitsvermögen von Pendel und Geschoss nach dem Stosse, die rechte Seite der absolute Werth der Arbeit der Schwerkraft beim Ausschlage des Pendels.

Bei der Ausführung musste das Pendel stets sehr schwer sein im Verhältnisse zum Geschosse, so dass M gegen M_1 und μ_1 zu vernachlässigen ist. Zur Vereinfachung der Formeln empfiehlt es sich, schon jetzt diese Vernachlässigung vorzunehmen. Dann wird aus Gl. 4 und 5:

$$6)\qquad M^2 c^2 = 2\,M_1\,\mu_1\,g\,e_1\,(1 - \cos\alpha).$$

Die auf den Abstand a_1 bezogene Masse μ_1 kann nun ebenfalls durch einen Versuch ermittelt werden, indem man das Pendel schwingen lässt und seine Schwingungsdauer t beobachtet. Für diese gilt (nach Theil 1, S. 279)

$$t = \pi \sqrt{\frac{J_1}{M_1 g e_1}} = \pi \sqrt{\frac{\mu_1 a_1^2}{M_1 g e_1}}, \quad \text{so dass}$$

$$\mu_1 = \frac{M_1 g e_1 t^2}{a_1^2 \pi^2}.$$

Die Einführung dieses Werthes in Gl. 6 liefert

$$M^2 c^2 = \frac{2 M_1^2 g^2 e_1^2 t^2 (1 - \cos\alpha)}{a_1^2 \pi^2}.$$

Setzt man nun noch, um Wurzelausdrücke zu vermeiden,

$$1 - \cos\alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad \text{so wird}$$

7) $$c = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \frac{g t}{\pi} \frac{M_1}{M} \frac{e_1}{a_1}.$$

Beispiel: Es sei $M_1 = 500 M$, $t = 1{,}6$ sek.; $M_1 e_1$ kann nach Theil 1, S. 283, Fig. 352 gemessen werden; es sei $e_1 = 2{,}2$ m. Der untere Zeiger des Pendels bewegt sich in einem geschlitzten Gradbogen, der vor dem Versuche mit Talg ausgestrichen wurde, so dass man, wenn das Pendel wieder zur Ruhe gekommen ist, α bequem ablesen kann; es sei $\alpha = 18^0$. Die Stelle, wo das Geschoss eingedrungen, sei um $a_1 = 2{,}7$ m von der Drehachse entfernt. Dann wird

$$c = 2 \sin 9^0 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1{,}6}{\pi} 500 \cdot \frac{2{,}2}{2{,}7} = 637 \text{ m}.$$

3. Excentrischer Stoss.

Die Masse M stosse derartig gegen die Masse M_1, dass der Stossdruck N wohl durch den Schwerpunkt S von M, nicht aber durch den Schwerpunkt S_1 von M_1 gehe, sondern von diesem einen Abstand a_1 habe (Fig. 155). Dann wird M_1 durch N eine Winkelbeschleunigung erfahren; aus diesem Grunde wollen wir annehmen, dass M_1 vor dem Stosse schon eine Drehbewegung habe. Eine Achse durch S_1, rechtwinklig zur Bildebene, sei für M_1 eine freie Achse; um diese drehe sich der Körper vor dem Stosse mit einer Winkelgeschwindigkeit ω_1. Die Bildebene sei eine Ebene E, welche durch den Schwerpunkt S_1 rechtwinklig zu jener Achse S_1 gelegt ist; in

Fig. 155.