Setzt man hierin die Beziehung $v_1 - v = (c - c_1) k$ (Gl. 10) ein, so wird $2\mathfrak{A} = M(c - v)(c - c_1)(1 - k)$, und es entsteht schliesslich, wenn man noch nach Gl. 8 $c - v$ auf $c - c_1$ zurückführt:

$$\mathfrak{A} = \frac{M}{2} \frac{(c - c_1)^2}{1 + \frac{M}{M_1}} (1 - k^2) \text{ oder}$$

11) $$\mathfrak{A} = \frac{M M_1}{M + M_1} \frac{(c - c_1)^2}{2} (1 - k^2).$$

a) Festsetzung der Stossziffer k.

1) Verhalten sich die Körper beim Stosse vollkommen elastisch, so werden sie nach Beendigung des Stosses keine bleibende Formänderung zeigen. Die negative Arbeit der inneren Spannkräfte bei der Zusammendrückung wird dann durch die positive Arbeit bei der Rückkehr in den spannungslosen Zustand vollständig aufgehoben. Da nun, wenn man beide Massen als eine Gruppe auffasst, N eine innere Kraft ist und äussere Kräfte nicht vorhanden sind, so muss das Arbeitsvermögen nach dem Stosse dieselbe Grösse haben wie vor dem Stosse. Es bedingt dies, dass in Gl. 11) $1 - k^2 = 0$, mithin $k = 1$ werde. Beim vollkommen elastischen Stoss ist also die Stossziffer $k = 1$.

2) Der Gegensatz hierzu ist, dass die Körper beim Stosse sich gar nicht elastisch, sondern vielmehr vollkommen bildsam oder plastisch verhalten, dass sie nach dem Eintreten der stärksten Formänderung gar kein Bestreben haben, zur ursprünglichen Form zurückzukehren. In diesem Falle kommt der zweite Abschnitt des Stosses gar nicht zu Stande; es ist sonach $k = 0$; die Geschwindigkeiten v und v_1 werden beide $= u$, d. h. die beiden Körper gehen nach dem Stosse mit gleicher Geschwindigkeit u weiter. In diesem Falle besteht die Arbeitsverrichtung nur in der negativen Zusammendrückungs-Arbeit, die den Verlust an Arbeitsvermögen hervorruft

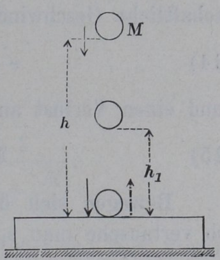
12) $$\mathfrak{A} = \frac{M M_1}{M + M_1} \frac{(c - c_1)^2}{2};$$

man erhält diesen Werth, indem man in Gl. 11 $k = 0$ setzt. Also: beim vollkommen unelastischen Stosse ist die Stossziffer $k = 0$.

3) Streng genommen giebt es weder einen vollkommen elastischen, noch vollkommen unelastischen Stoss; vielmehr sind die wirklichen Stösse unvollkommen elastisch, und es liegt k zwischen 0 und 1. Ob ein Stoss mehr oder weniger elastisch ausfällt, hängt nicht allein von der Beschaffenheit der Körper ab, sondern auch von der Heftigkeit des Stosses, von der Stossgeschwindigkeit $c - c_1$. Die Stossziffer nähert sich um so mehr der Einheit, je elastischer die Körper sind (Elfenbein, Glas, Kautschuk) und je geringer die Heftigkeit des Stosses ist; sie nähert sich um so mehr der Null, je bildsamer die Körper sind (Wachs, Blei, ungebrannter Thon) und je heftiger der Stoss erfolgt.

Für einen gegebenen Fall kann man die Stossziffer k durch Versuche ermitteln. Auf einen festen Boden (Fig. 143) legt man eine Platte aus bestimmtem Stoffe, lässt eine Kugel M von ebenfalls bestimmtem Stoffe aus einer Höhe h herabfallen und beobachtet, bis zu welcher Höhe h_1 sie wieder emporspringt. Um auf diesen Fall die Gl. 8 und 9 anwenden zu können, muss man zunächst beachten, dass die in diese Gleichungen einzuführende Masse M_1 nicht gleich der Masse der Platte ist, dass vielmehr die Platte, weil sie auf dem unnachgiebigen Erdboden gelagert ist, für den Stoss gewissermassen mit der ganzen Erde zusammen eine Masse M_1 bildet, so dass $M_1 : M = \infty$ oder $M : M_1 = 0$ zu setzen ist. In allen Fällen, wo ein durch einen Stoss getroffener Körper in irgend einer Weise unbeweglich gemacht ist, kommt dieser Umstand dadurch zum Ausdrucke, dass man $M : M_1 = 0$ setzt, weil nur hierdurch in Gl. 9 die Geschwindigkeits-Änderung $v_1 - c_1$ zu Null gemacht wird.

Fig. 143.



Da die Platte die Geschwindigkeit $c_1 = 0$ hatte, so wird (Gl. 8)

$$c - v = c(1 + k) = c + ck,$$

also $v = -ck$. Nun ist $c = \sqrt{2gh}$; das negative Zeichen von ck bedeutet, dass die Geschwindigkeit nach dem Stosse aufwärts gerichtet ist. Es wird v gemessen durch die Steighöhe

$$h_1 = \frac{v^2}{2g} = k^2 \frac{c^2}{2g} = k^2 h,$$

mithin ist

13) $$k = \sqrt{\frac{h_1}{h}}.$$

Für vollkommen elastischen Stoss müsste $h_1 = h$ werden; für $k = 0$ wird $h_1 = 0$. Die Ergebnisse eines solchen Versuches können natürlich nur auf solche Fälle angewandt werden, wo dieselben Stoffe vorliegen wie beim Versuch und auch die Stossgeschwindigkeit $c - c_1$ etwa $= \sqrt{2gh}$ ist. Der Luftwiderstand ist für kleine c zu vernachlässigen.

Für Geschwindigkeiten, wie sie auf dem Billard vorkommen, ist bei Elfenbein $k = {}^8/_9$. Für geringe Geschwindigkeiten ist bei Glas $k = {}^{15}/_{16}$, für Stahl und Kork ${}^5/_9$. Für Holz ist bei etwa $0{,}4$ m Fallhöhe $k = {}^1/_2$.

b) Unelastischer Stoss.

Für $k = 0$ haben beide Körper nach dem Stosse die gemeinschaftliche Geschwindigkeit

14) $$v = v_1 = u = \frac{Mc + M_1 c_1}{M + M_1}$$

und einen Verlust an Arbeitsvermögen (Gl. 11, S. 130)

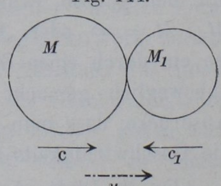
15) $$\mathfrak{A} = \frac{M M_1}{M + M_1} \frac{(c - c_1)^2}{2}.$$

Bewegen sich die beiden Körper gegen einander (Fig. 144), so vertausche man c_1 mit $-c_1$; dann wird

16) $$v = v_1 = u = \frac{Mc - M_1 c_1}{M + M_1} \quad \text{und}$$

17) $$\mathfrak{A} = \frac{M M_1}{M + M_1} \frac{(c + c_1)^2}{2}.$$

Fig. 144.



Sind noch beide Massen und deren Geschwindigkeiten einander gleich, so wird $v = v_1 = 0$ und

18) $$\mathfrak{A} = \frac{M}{2} \frac{4c^2}{2} = 2\frac{Mc^2}{2},$$

d. h. in diesem Falle geht das gesammte durch die Geschwindigkeiten der Körper bedingte Arbeitsvermögen für die äussere Bewegung verloren. Freilich verschwindet das Arbeitsvermögen nicht spurlos, vielmehr wird es zum grössten Theile, wie die Arbeitsverluste durch Reibung (Theil 1, S. 265) in Wärme, zum kleineren Theil in Schallschwingungen umgewandelt.