also noch erheblich günstiger als bei der Verlängerung. Die Drehungsarbeit eines Hohlcylinders ist hiernach die günstigste Art, unter der ein Stab Arbeit aufzunehmen vermag.

Verdrehungs-Federn.

Gerade Verdrehungsfedern werden wohl als Thürschliesser an eisernen Pforten benutzt. Wählt man einen Stahlstab mit quadratischem Querschnitte von $d = 0{,}4^{\text{cm}}$ Seite und $l = 120^{\text{cm}}$ Länge, so erträgt derselbe bei einer zulässigen Schubspannung $\tau = 3600^{\text{at}}$ ein Drehmoment (nach S. 69, Gl. 13)

$$\mathfrak{M} = \frac{8}{3} \cdot 3600 \, \frac{0{,}4^3}{12} = 51^{\text{cmkg}},$$

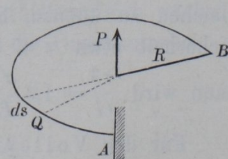
welches, wenn die Thürklinke 50^{cm} von der Drehachse entfernt ist, durch einen Kraftaufwand von $51 : 50 =$ rund 1^{kg} zum Öffnen der Pforte überwunden wird. Der entsprechende Verdrehungswinkel beträgt (nach Gl. 16, S. 71)

$$\vartheta = \frac{0{,}8 \cdot 3600}{880\,000} \cdot 300 \cdot 2 = \text{rund } 2, \text{ d. h. } \frac{2 \cdot 180}{\pi} = 115 \text{ Grad},$$

als Winkel, um den die Thür gedreht werden darf.

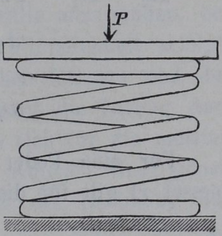
Gewundene Verdrehungsfedern dienen in feiner Ausführung als Federwaagen, in grösserem Maſsstabe als Tragfedern bei Strassenbahn-Fuhrwerken und als Bufferfedern bei Eisenbahn-Fuhrwerken. Ein nach einem Kreise vom Halbmesser R gekrümmter Stab (Fig. 139) sei bei A fest eingespannt (auch gegen Verdrehung), bei B mit einem nach dem Mittelpunkte führenden steifen Arme von der Länge R versehen, an dessen Ende eine rechtwinklig zur Ebene des Kreises stehende Kraft P wirkt. Die Kraft P übt dann auf alle Querschnitte des Stabes einen Verdrehungsmoment PR aus, erzeugt an einem Bogentheilchen ds einen Verdrehungswinkel, der aus Gl. 4, S. 65, bezw. Gl. 16, S. 71, folgt, wenn man l mit ds vertauscht. Bei einem Mittelpunktswinkel α des Ringes hat man l mit $R\alpha$ zu vertauschen, um den Verdrehungswinkel ϑ zu erhalten, und $R\vartheta$ ist dann angenähert die Verschiebung f des Angriffspunktes der Kraft P, solange es sich um kleine ϑ bandelt.

Fig. 139.



Bei einer **cylindrischen Schraubenfeder** von n frei liegenden Windungen (Fig. 140) hat man dann l mit $2 n \pi R$ zu vertauschen. Hiernach gilt für eine Feder, deren Querschnitt ein Kreis vom Halbmesser r, nach S. 65:

Fig. 140.



9) $$\mathfrak{M} = PR = \frac{\tau J_0}{r} = \frac{\tau r^3 \pi}{2};$$

10) $$\left\{\begin{aligned} f = R\vartheta &= \frac{P \cdot 2 n \pi R^3}{G J_0} = P \frac{4 n R^3}{G r^4} \\ &= \frac{\tau}{G} 2 n \pi \frac{R^2}{r}. \end{aligned}\right.$$

Bei der Benutzung solcher Federn zu Waagen und Kraftmessern bedingt die Verhältnis-Gleichheit von f und P eine gleichmässige Theilung.

Für eine Feder von rechteckigem Querschnitte ist nach S. 69:

11) $$\mathfrak{M} = PR = \frac{8}{3} \tau \frac{J_2}{d} = \frac{2}{9} \tau h d^2;$$

12) $$f = 1{,}6 \frac{\tau}{G} \frac{n \pi R^2}{d} \left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) = 1{,}6 \frac{\tau}{G} \frac{n \pi R^2}{d} \left(1 + \frac{d^2}{h^2}\right).$$

Eine **kegelförmige Schraubenfeder** (Fig. 141) bildet im Grundrisse eine Spirale. Für einen Punkt Q im Abstande ϱ von der Achse ist das Moment $P\varrho$, wechselnd von PR_1 bis PR_2. Ein Bogentheilchen ds giebt einen Verdrehungswinkel

$$\frac{\vartheta}{l} ds = \frac{\vartheta}{l} \varrho \, d\varphi$$

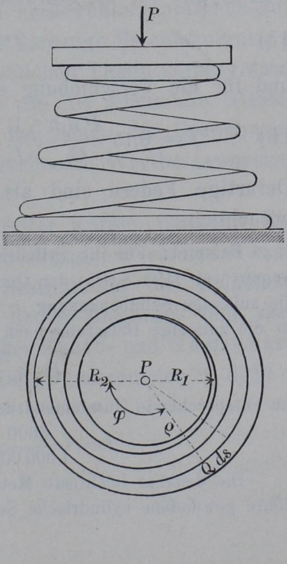
(wenn ϑ der Verdrehungswinkel für eine Länge l ist) und eine Verschiebung des Angriffspunktes von P um

$$df = \varrho \frac{\vartheta}{l} \varrho \, d\varphi.$$

Die Gesammtverschiebung ist also

$$f = \frac{1}{l} \int_0^{2 n \pi} \vartheta \varrho^2 d\varphi.$$

Fig. 141.



Man kann annehmen, dass ϱ sich nach einem Geradlinien-Gesetze ändert, d. h.

$$\frac{R_2 - \varrho}{R_2 - R_1} = \frac{\varphi}{2\,n\,\pi} \quad \text{also} \quad \varrho = R_2 - \frac{R_2 - R_1}{2\,n\,\pi}\,\varphi, \quad \text{mit}$$

$$d\varrho = -\frac{R_2 - R_1}{2\,n\,\pi}\,d\varphi \quad \text{oder}$$

$$d\varphi = -\frac{2\,n\,\pi}{R_2 - R_1}\,d\varrho\,.$$

Für eine Feder von **kreisförmigem** Querschnitte (Halbmesser r) gilt für die stärkste Spannung τ die Gleichung

13) $$P R_2 = \frac{\tau J_0}{r} = \frac{\tau r^3 \pi}{2}\,.$$

Ferner ist $$\vartheta = \frac{P\varrho}{G J_0}\,l, \quad \text{daher}$$

$$f = -\frac{P}{G J_0}\,\frac{2\,n\,\pi}{R_2 - R_1}\int_{R_2}^{R_1}\varrho^3 d\varrho = \frac{P n \pi (R_2{}^4 - R_1{}^4)}{2\,G J_0 (R_2 - R_1)}$$

14) $$f = \frac{P n \pi}{2\,G J_0}(R_2{}^2 + R_1{}^2)(R_2 + R_1)\,.$$

Für eine Feder von **rechteckigem** Querschnitte ($d \cdot h$ mit $d \leqq h$) gilt für die stärkste Spannung τ die Gleichung:

15) $$P R_2 = \frac{8}{3}\,\tau\,\frac{J_2}{d}\,,$$

und für die Verschiebung erhält man leicht

16) $$f = 0{,}15\,\frac{P n \pi}{G}\left(\frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_1}\right)\left(R_2{}^2 + R_1{}^2\right)\left(R_2 + R_1\right).$$

Derartige Federn sind als Bufferfedern der Eisenbahnwagen gebräuchlich.

Beispiel: Für die cylindrische Schrauben-Tragfeder eines Strassenbahnwagens sei $R = 8^{\text{cm}}$, der Querschnitt ein Kreis vom Halbmesser $r = 1^{\text{cm}}$, die zulässige Schubspannung $\tau = 3600^{\text{at}}$; $G = 1\,000\,000^{\text{at}}$; $n = 8$. Dann ist die zulässige Belastung nach Gl. 9

$$P = \frac{3600 \cdot 1 \cdot \pi}{2 \cdot 8} = 707^{\text{kg}},$$

die entsprechende Zusammendrückung nach Gl. 10

$$f = \frac{3600}{1\,000\,000}\;2 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 64 = 11{,}6^{\text{cm}}\,.$$

Die denkbar leichteste Metallfeder würde eine aus einer dünnwandigen Röhre gewundene cylindrische Schraubenfeder sein.