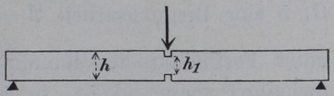
Der Einfluss einer Verschwächung ergiebt sich in ähnlicher Weise wie beim gezogenen Stabe, ist aber noch erheblicher als dort, wenn die Einkerbung an den Stellen der stärksten Spannung (oben und unten) erfolgt. Für einen Stab von rechteckigem Querschnitt ist $\mathfrak{A} = \frac{V}{18}\frac{\sigma^2}{E}$. Wird der Stab in der Mitte (Fig. 127) oben und unten eingekerbt, so dass von der Höhe h nur der Theil h_1 widerstandsfähig bleibt, das Widerstandsmoment also von $^1/_6\, d h^2$ auf $^1/_6\, d h_1^2$ abnimmt, so wird die stärkste Spannung an der Einkerbung $\sigma_1 = \sigma \frac{h^2}{h_1^2}$. Weil nun V und auch die Spannungsverhältnisse des Stabes, abgesehen von der Einkerbung, dieselben geblieben sind, so kann geschrieben werden

Fig. 127.



$$7)\qquad \mathfrak{A} = \frac{V}{18}\frac{\sigma_1^2}{E}\frac{h_1^4}{h^4}.$$

Wird also durch Einkerbung in der Mitte $h_1 = 0{,}8\, h$, so ist $h_1^4 = 0{,}41\, h^4$, und es vermindert sich die der Spannung σ_1 entsprechende Biegungsarbeit auf das 0,41 fache.

Von diesem Umstande wird z. B. in Eisenhütten vielfache Anwendung gemacht, wenn man Eisenstäbe durch das Arbeitsvermögen von Hammerschlägen zerbrechen will. Man kerbt den Stab an der gewünschten Bruchstelle mittels eines sog. Schrotmeissels ein, wonach dann der hohl gelegte Stab unter dem Hammerschlage verhältnismässig leicht zerbricht.

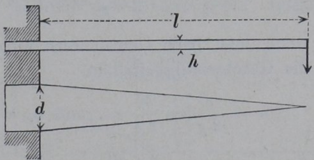
b) Stab überall gleicher Sicherheit und gleicher Höhe.

Ist der Stab im Grundrisse (rechtwinklig zur Richtung der biegenden Kraft) dreieckig zugeschärft (Fig. 128), so wird die Durchbiegung $f = \frac{Pl^3}{2EJ}$ (S. 48, Gl. 21), somit

$$\mathfrak{A} = \frac{Pf}{2} = \frac{P^2 l^3}{4EJ}, \quad Pl = \sigma\frac{J}{e}$$

und $$\mathfrak{A} = \frac{1}{4}\frac{Jl}{e^2}\frac{\sigma^2}{E} = \frac{1}{4} Fl \frac{i^2}{e^2}\frac{\sigma^2}{E}.$$

Fig. 128.



Jetzt ist aber, wegen der Zuschärfung, der Rauminhalt $V = {}^1/_2\, Fl$, oder $Fl = 2V$, und weil wieder $i^2 : e^2 = 1 : 3$, so erhält man

$$8)\qquad \mathfrak{A} = \frac{Pf}{2} = \frac{V}{6}\frac{\sigma^2}{E},$$

d. h. 3 Mal so gross wie bei überall gleichem Querschnitte, weil beim Stabe gleicher Sicherheit die stärkste Spannung σ nicht nur in zwei geraden Querlinien von der Länge d, sondern längs der ganzen oberen und unteren Fläche vorkommt.

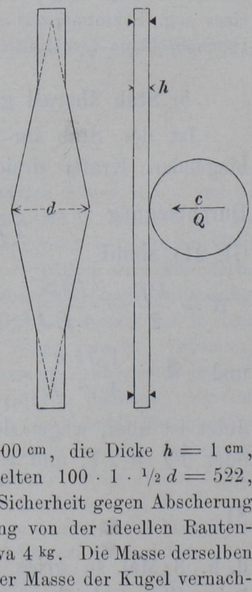
Ein prismatischer Stab vom Rauminhalte $V = ldh$ kann nach Gl. 5 eine Biegungsarbeit $\mathfrak{A} = \frac{ldh}{18}\frac{\sigma^2}{E}$ aufnehmen. Wird derselbe unter Fortnahme der Raummenge $\frac{1}{2} V$ zu einem Stabe gleicher Sicherheit umgewandelt, so ändert dies an seiner Tragfähigkeit im Gleichgewichtszustande nichts. Seine Arbeitsfähigkeit aber wird nun, weil sein Rauminhalt $\frac{1}{2} ldh$ ist,

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{ldh}{12}\frac{\sigma^2}{E} = \frac{3}{2}\mathfrak{A}.$$

Die Fortnahme der Raummenge $\frac{1}{2} V$ hat also die Widerstandsfähigkeit gegen Arbeit auf das $1\frac{1}{2}$fache vergrössert (vergl. den gesperrt gedruckten Satz auf S. 110).

Beispiel: Eine Kugel von $Q = 10$ kg Gewicht, die sich mit $c = 4$ m/sek. Geschwindigkeit bewegt, soll durch eine Gussstahl-Feder überall gleicher Sicherheit aufgefangen werden. Welche Abmessungen muss die Feder erhalten, wenn sie bis zur Elasticitätsgrenze (4500 at) gespannt werden soll?

Fig. 159.



Es muss nach dem Satze der Arbeit

$$0 - \frac{Q}{g}\frac{c^2}{2} = -\frac{V}{6}\frac{\sigma^2}{E}, \quad \text{mithin}$$

$$V = \frac{6\,E}{\sigma^2} Q \frac{c^2}{2\,g} \quad \text{sein.}$$

Für Gussstahl ist nach der Tabelle (S. 103)

$$\frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E} = 4{,}6,$$

wenn man nach Centimetern rechnet. Nun ist die Geschwindigkeitshöhe

$$h = \frac{c^2}{2\,g} = \frac{4^2}{2\,g} = \text{rund } 0{,}8\text{ m} = 80\text{ cm},$$

daher $$V = \frac{3 \cdot 10}{4{,}6} 80 = 522\text{ ccm}.$$

Wählt man vielleicht die Spannweite $l = 100$ cm, die Dicke $h = 1$ cm, so muss für die grösste Breite d die Gleichung gelten $100 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} d = 522$, mithin $d = 10{,}44$ cm. An den Enden verlangt die Sicherheit gegen Abscherung und die sichere Auflagerung eine kleine Abweichung von der ideellen Rautenform. Das Gewicht der federnden Platte beträgt etwa 4 kg. Die Masse derselben wurde bei der bisherigen Betrachtung gegenüber der Masse der Kugel vernachlässigt. Der dabei begangene Fehler kann erst auf Grund der Lehre vom

Stosse (S. 139) beurtheilt werden. Ohne Rücksicht auf diesen Umstand würde man zu dem Schlusse kommen, dass die Federplatte beim Zurückschwingen die Kugel mit der Geschwindigkeit c wieder forttreiben werde; in Wirklichkeit fällt die Geschwindigkeit des Rücklaufs geringer aus.

c) Tragfedern der Fuhrwerke (Biegungsfedern).

Die Federn, welche die Wagenkasten der Fuhrwerke tragen, haben den Zweck, die Erschütterungen zu vermindern, welche durch Unregelmässigkeiten der Fahrbahn verursacht werden. Fällt ein Fuhrwerk ohne Federn, dessen Gewicht $= Q$, in eine Vertiefung h, so muss die Arbeit der Schwere Qh beim Aufschlagen auf den Boden der Vertiefung durch die Arbeit des Widerstandes der Fahrbahn, sowie der lothrechten Kräfte, mit denen die einzelnen Theile des Fuhrwerks auf einander drücken, aufgehoben werden. Ist nun der Boden wenig nachgiebig, sind die Räder und das ganze Fuhrwerk sehr steif gebaut, so dass nur geringe Formänderungen entstehen, so werden die Kräfte, deren Arbeit $= Qh$ sein muss, in Folge geringer Wegeslängen sehr gross. Daraus entsteht eine örtliche Zerstörung der Fahrbahn, eine starke Anspannung der tragenden Theile des Fuhrwerks; auch wird durch den harten Aufschlag, d. h. die starke Verzögerung, welche auf die Fallbeschleunigung folgt, die Lockerung der Verbindungen (Schrauben, Nägel) erleichtert.

Fig. 130.

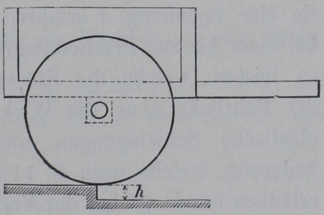
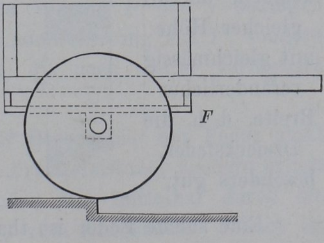


Fig. 131.



Wird zwischen Achse und Wagenkasten eine biegsame Feder F eingeschaltet (Figur 131), so wird beim Hinunterfallen nur noch die (geringere) Masse der Räder und der Achse hart aufschlagen. Der Wagenkasten mit der Last wird aber längs einer grösseren Wegeslänge aufgefangen, weil die Feder nach dem Aufschlagen der Räder sich durchbiegt und durch ihre Biegungsarbeit die Arbeit