während für den gleichmässig auf den Querschnitt F_1 und den Inhalt $V:n$ gebrachten Stab

18) $$\mathfrak{A}_1 = \frac{\sigma_1^2}{2E}\frac{V}{n}$$

wird, so dass wird $\mathfrak{A}_1 : \mathfrak{A} = n$.

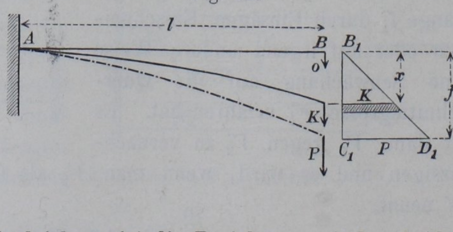
Die Widerstandsfähigkeit eines Stabes gegen Arbeit wird durch Einsägen auf halben Querschnitt auf $^1/_4$ vermindert, aber auf $^1/_2$ des ursprünglichen Werthes wieder erhöht, wenn man durch Wegnahme der Hälfte des Stoffes in zweckmässiger Weise überall den gleichen Querschnitt $F_1 = {}^1/_2 F_2$ herstellt. Noch mehrfach wird sich das Ergebnis zeigen, dass **Körper überall gleicher Sicherheit hinsichtlich der Arbeitsleistung überraschend vortheilhaft sind.** Der innere Grund liegt darin, dass der zulässige Endwerth P der Zugkraft durch F_1 bedingt ist, dass der übermässig grosse Querschnitt F_2 aber die Verlängerung Δl vermindert, wodurch auch das Produkt ${}^1/_2 P \Delta l = \mathfrak{A}$ eine Verminderung erfährt. Grosse Formänderungen sind für die Aufnahme von Arbeit vortheilhaft. Bei Ankertauen und Ankerketten, die das Arbeitsvermögen bewegter Schiffe durch die Arbeit ihrer Spannkräfte zu vernichten haben, sind Fehlstellen besonders verhängnisvoll.

2. Biegungs-Arbeit.

a) Prismatischer Stab.

Ein prismatischer, bei A (Fig. 125) wagerecht eingespannter Stab werde am freien Ende durch eine von Null ab allmählich bis P anwachsende Kraft gebogen. Dem beliebigen Zwischenwerthe K der Kraft entspricht eine Biegung x am freien Ende, dem Endwerthe P die Durchbiegung f. Da nun nach Gl. 7, S. 43:

Fig. 125.



$$x = \frac{Kl^3}{3EJ},$$

d. h. K mit x verhältnisgleich, so ist die Beziehung zwischen beiden Grössen wiederum ein Dreieck $B_1 C_1 D_1$ mit $B_1 C_1 = f$, $C_1 D_1 = P$.

Das Arbeitstheilchen von K ist $K\,dx$, gleich einem Flächenstreifen des Dreiecks, die Gesammtarbeit daher gleich dem Inhalte des ganzen Dreiecks, d. h.

1) $$\mathfrak{A} = {}^1/_2\, Pf;$$

es ist wieder ${}^1/_2\, P$ der Mittelwerth der veränderlichen Kraft, f die Wegeslänge. Weil nun

2) $$f = \frac{Pl^3}{3EJ},$$

so wird zunächst $$\mathfrak{A} = \frac{P^2 l^3}{6EJ}$$

und weil ferner $$Pl = \sigma \frac{J}{e},$$ so ergiebt sich

3) $$\mathfrak{A} = \frac{1}{6} \frac{Jl}{e^2} \frac{\sigma^2}{E},$$

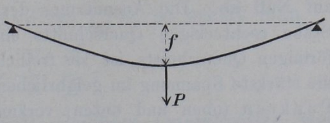
wenn σ die stärkste Biegungsspannung ist, J und e die bekannte Bedeutung (S. 22) haben. Setzt man $J = Fi^2$ (s. S. 62), wo i der Trägheitshalbmesser, so entseht

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{6} \boldsymbol{Fl} \frac{\boldsymbol{i}^2}{\boldsymbol{e}^2} \frac{\sigma^2}{\boldsymbol{E}} \quad \text{oder}$$

4) $$\mathfrak{A} = \frac{\boldsymbol{V}}{6} \frac{\boldsymbol{i}^2}{\boldsymbol{e}^2} \frac{\sigma^2}{\boldsymbol{E}}$$

wenn wiederum $Fl = V$ bedeutet. Das Verhältnis $i:e$ ist nur von der Form, nicht aber von der Grösse des Querschnitts abhängig. Mithin ist bei bestimmter Querschnittsform die zur Erzeugung einer bestimmten Biegungsspannung σ erforderliche Arbeit nur noch von dem Rauminhalte V des Stabes abhängig. Mag also ein Stab mit rechteckigem Querschnitte lang oder kurz sein, mag er hochkantig oder flachliegend befestigt sein — bei gleichem Rauminhalte wird die Biegungsarbeit in allen diesen Fällen die gleiche sein.

Fig. 126.



Die Gültigkeit der Gl. 4 ist auch nicht auf die Befestigungsart nach Fig. 125 beschränkt, vielmehr ergiebt sich, wenn man den Stab an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet (Fig. 126), derselbe Werth.

Es ist nämlich wiederum $\mathfrak{A} = {}^1/_2 Pf$, ferner $f = \frac{Pl^3}{48 EJ}$ (S. 45), $\frac{Pl}{4} = \sigma \frac{J}{e}$; setzt man diese Werthe ein, so entsteht Gl. 3.

Aus denselben Gründen, die auf S. 102 entwickelt wurden, ist $\mathfrak{A}_i = - \mathfrak{A}$ die Arbeit der inneren Spannkräfte des gebogenen Stabes. Ebenso kehrt sich, wenn die Rückkehr zum spannungslosen Zustande erfolgt, das Zeichen von $\mathfrak{A}$ und somit auch dasjenige von $\mathfrak{A}_i$ um.

Hinsichtlich der Einwirkung einer plötzlichen Belastung ergiebt sich in ähnlicher Weise, wie auf S. 104—106 entwickelt wurde, dass die stärkste Spannung das Doppelte der Gleichgewichtsspannung beträgt und dass der Stab Schwingungen um die Gleichgewichtslage als Mitte ausführen wird.

Für **rechteckigen** Querschnitt ist $J = {}^1/_{12} Fh^2$ (S. 22), mithin $i^2 = {}^1/_{12} h^2$, $e^2 = {}^1/_4 h^2$, $i^2 : e^2 = 1 : 3$, folglich

5) $$\mathfrak{A} = \frac{V}{18} \frac{\sigma^2}{E}.$$

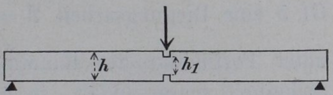
Für **kreisförmigen** Querschnitt ist $J = {}^1/_4 Fr^2$ (S. 24), $i^2 = {}^1/_4 r^2$, $e^2 = r^2$, daher

6) $$\mathfrak{A} = \frac{V}{24} \frac{\sigma^2}{E}.$$

Die Biegungsarbeit ergiebt sich in diesen beiden Fällen (Gl. 5 und 6) 9 bezw. 12 Mal kleiner als die Arbeit der Längenänderung (S. 101, Gl. 5). Es erklärt sich dies folgendermassen: Bei der Verlängerung herrscht an allen Stellen aller Querschnitte die gleiche Spannung σ, mithin wird bei einem gezogenen Stabe die Festigkeit bis zu dem gewünschten Grade vollständig ausgenutzt, während beim gebogenen Stabe die stärkste Spannung nur in dem einen Querschnitte, wo das Moment den grössten Werth erreicht, vorkommt, sich aber in der Längenrichtung bis auf Null vermindert. Aber auch in dem Querschnitte des grössten Momentes kommt die stärkste Spannung nur im grössten Abstande von der Nulllinie vor, nimmt aber nach dieser hin ebenfalls auf Null ab. Die Ausnutzung der Festigkeit ist daher bei dem gebogenen Stabe rechteckigen Querschnitts eine recht ungünstige. Beim Stabe kreisförmigen Querschnitts ist sie freilich noch etwas ungünstiger, weil bei diesem die stärkste Spannung im gefährlichen Querschnitte nur an den beiden äussersten Punkten (oben und unten) vorkommt beim rechteckigem Querschnitte aber doch wenigstens über zwei geraden Linien (Oberkante und Unterkante des Querschnitts) sich erstreckt.

Der Einfluss einer Verschwächung ergiebt sich in ähnlicher Weise wie beim gezogenen Stabe, ist aber noch erheblicher als dort, wenn die Einkerbung an den Stellen der stärksten Spannung (oben und unten) erfolgt. Für einen Stab von rechteckigem Querschnitt ist $\mathfrak{A} = \frac{V}{18}\frac{\sigma^2}{E}$. Wird der Stab in der Mitte (Fig. 127) oben und unten eingekerbt, so dass von der Höhe h nur der Theil h_1 widerstandsfähig bleibt, das Widerstandsmoment also von $^1/_6\, d h^2$ auf $^1/_6\, d h_1^2$ abnimmt, so wird die stärkste Spannung an der Einkerbung $\sigma_1 = \sigma \frac{h^2}{h_1^2}$. Weil nun V und auch die Spannungsverhältnisse des Stabes, abgesehen von der Einkerbung, dieselben geblieben sind, so kann geschrieben werden

Fig. 127.



7) $$\mathfrak{A} = \frac{V}{18}\frac{\sigma_1^2}{E}\frac{h_1^4}{h^4}.$$

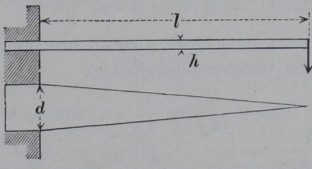
Wird also durch Einkerbung in der Mitte $h_1 = 0{,}8\, h$, so ist $h_1^4 = 0{,}41\, h^4$, und es vermindert sich die der Spannung σ_1 entsprechende Biegungsarbeit auf das 0,41 fache.

Von diesem Umstande wird z. B. in Eisenhütten vielfache Anwendung gemacht, wenn man Eisenstäbe durch das Arbeitsvermögen von Hammerschlägen zerbrechen will. Man kerbt den Stab an der gewünschten Bruchstelle mittels eines sog. Schrotmeissels ein, wonach dann der hohl gelegte Stab unter dem Hammerschlage verhältnismässig leicht zerbricht.

b) Stab überall gleicher Sicherheit und gleicher Höhe.

Ist der Stab im Grundrisse (rechtwinklig zur Richtung der biegenden Kraft) dreieckig zugeschärft (Fig. 128), so wird die Durchbiegung $f = \frac{Pl^3}{2EJ}$ (S. 48, Gl. 21), somit

Fig. 128.



$$\mathfrak{A} = \frac{Pf}{2} = \frac{P^2 l^3}{4EJ}, \quad Pl = \sigma\frac{J}{e}$$

und $$\mathfrak{A} = \frac{1}{4}\frac{Jl}{e^2}\frac{\sigma^2}{E} = \frac{1}{4}Fl\frac{i^2}{e^2}\frac{\sigma^2}{E}.$$

Jetzt ist aber, wegen der Zuschärfung, der Rauminhalt $V = {}^1/_2\, Fl$, oder $Fl = 2V$, und weil wieder $i^2 : e^2 = 1 : 3$, so erhält man

8) $$\mathfrak{A} = \frac{Pf}{2} = \frac{V}{6}\frac{\sigma^2}{E},$$

d. h. 3 Mal so gross wie bei überall gleichem Querschnitte, weil beim Stabe gleicher Sicherheit die stärkste Spannung σ nicht nur in zwei geraden Querlinien von der Länge d, sondern längs der ganzen oberen und unteren Fläche vorkommt.

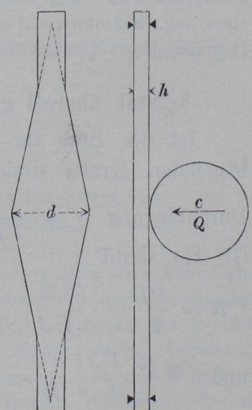
Ein prismatischer Stab vom Rauminhalte $V = l d h$ kann nach Gl. 5 eine Biegungsarbeit $\mathfrak{A} = \frac{l d h}{18} \frac{\sigma^2}{E}$ aufnehmen. Wird derselbe unter Fortnahme der Raummenge $^1/_2\, V$ zu einem Stabe gleicher Sicherheit umgewandelt, so ändert dies an seiner Tragfähigkeit im Gleichgewichtszustande nichts. Seine Arbeitsfähigkeit aber wird nun, weil sein Rauminhalt $^1/_2\, l d h$ ist,

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{l d h}{12} \frac{\sigma^2}{E} = \frac{3}{2} \mathfrak{A}.$$

Die Fortnahme der Raummenge $^1/_2\, V$ hat also die Widerstandsfähigkeit gegen Arbeit auf das $1^1/_2$fache vergrössert (vergl. den gesperrt gedruckten Satz auf S. 110).

Beispiel: Eine Kugel von $Q = 10^{\text{kg}}$ Gewicht, die sich mit $c = 4^{\text{m}/\text{sek.}}$ Geschwindigkeit bewegt, soll durch eine Gussstahl-Feder überall gleicher Sicherheit aufgefangen werden. Welche Abmessungen muss die Feder erhalten, wenn sie bis zur Elasticitätsgrenze (4500^{at}) gespannt werden soll?

Fig. 159.



Es muss nach dem Satze der Arbeit

$$0 - \frac{Q}{g} \frac{c^2}{2} = - \frac{V}{6} \frac{\sigma^2}{E}, \quad \text{mithin}$$

$$V = \frac{6\, E}{\sigma^2} Q \frac{c^2}{2 g} \quad \text{sein.}$$

Für Gussstahl ist nach der Tabelle (S. 103)

$$\frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} = 4{,}6\,,$$

wenn man nach Centimetern rechnet. Nun ist die Geschwindigkeitshöhe

$$h = \frac{c^2}{2 g} = \frac{4^2}{2 g} = \text{rund } 0{,}8^{\text{ m}} = 80^{\text{ cm}},$$

daher $\quad V = \frac{3 \cdot 10}{4{,}6} 80 = 522^{\text{ ccm}}.$

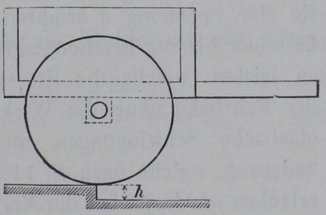
Wählt man vielleicht die Spannweite $l = 100^{\text{ cm}}$, die Dicke $h = 1^{\text{ cm}}$, so muss für die grösste Breite d die Gleichung gelten $100 \cdot 1 \cdot {}^1/_2\, d = 522$, mithin $d = 10{,}44^{\text{ cm}}$. An den Enden verlangt die Sicherheit gegen Abscherung und die sichere Auflagerung eine kleine Abweichung von der ideellen Rautenform. Das Gewicht der federnden Platte beträgt etwa $4^{\text{ kg}}$. Die Masse derselben wurde bei der bisherigen Betrachtung gegenüber der Masse der Kugel vernachlässigt. Der dabei begangene Fehler kann erst auf Grund der Lehre vom

Stosse (S. 139) beurtheilt werden. Ohne Rücksicht auf diesen Umstand würde man zu dem Schlusse kommen, dass die Federplatte beim Zurückschwingen die Kugel mit der Geschwindigkeit c wieder forttreiben werde; in Wirklichkeit fällt die Geschwindigkeit des Rücklaufs geringer aus.

c) Tragfedern der Fuhrwerke (Biegungsfedern).

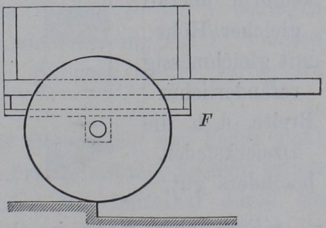
Die Federn, welche die Wagenkasten der Fuhrwerke tragen, haben den Zweck, die Erschütterungen zu vermindern, welche durch Unregelmässigkeiten der Fahrbahn verursacht werden. Fällt ein Fuhrwerk ohne Federn, dessen Gewicht $= Q$, in eine Vertiefung h, so muss die Arbeit der Schwere Qh beim Aufschlagen auf den Boden der Vertiefung durch die Arbeit des Widerstandes der Fahrbahn, sowie der lothrechten Kräfte, mit denen die einzelnen Theile des Fuhrwerks auf einander drücken, aufgehoben werden. Ist nun der Boden wenig nachgiebig, sind die Räder und das ganze Fuhrwerk sehr steif gebaut, so dass nur geringe Formänderungen entstehen, so werden die Kräfte, deren Arbeit $= Qh$ sein muss, in Folge geringer Wegeslängen sehr gross. Daraus entsteht eine örtliche Zerstörung der Fahrbahn, eine starke Anspannung der tragenden Theile des Fuhrwerks; auch wird durch den harten Aufschlag, d. h. die starke Verzögerung, welche auf die Fallbeschleunigung folgt, die Lockerung der Verbindungen (Schrauben, Nägel) erleichtert.

Fig. 130.



Wird zwischen Achse und Wagenkasten eine biegsame Feder F eingeschaltet (Figur 131), so wird beim Hinunterfallen nur noch die (geringere) Masse der Räder und der Achse hart aufschlagen. Der Wagenkasten mit der Last wird aber längs einer grösseren Wegeslänge aufgefangen, weil die Feder nach dem Aufschlagen der Räder sich durchbiegt und durch ihre Biegungsarbeit die Arbeit

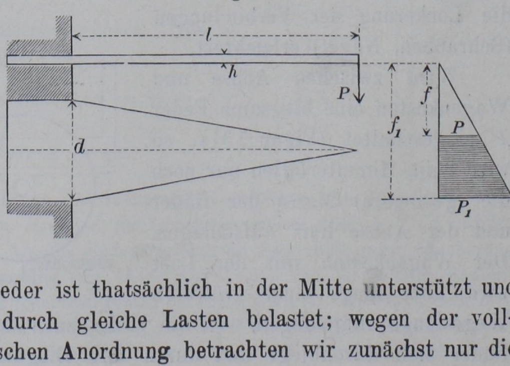
Fig. 131.



der Schwere aufzehrt. In Folge der beträchtlichen Vergrösserung des lothrechten Weges des Wagenkastens nach dem Aufschlagen der Räder wird nun die Grösse der verzögernden Kraft so erheblich vermindert, dass an Stelle des zerstörenden, unangenehm fühlbaren und lärmenden Stosses eine sanfte lothrechte Schwingung entsteht. Gute Federn schonen also die Fahrbahn und das Fuhrwerk, sowie die Nerven der betheiligten Menschen. Die zuweilen benutzten Kautschukreifen sind eine Fortsetzung dieser Bestrebungen, indem durch sie auch der Stoss der Räder und Achsen zu einem elastischen gemacht wird.

Die Tragfedern haben eine zweifache Aufgabe: sie müssen das Gewicht des Wagenkastens im Gleichgewichtszustande tragen, wobei sie eine Spannung σ erfahren und müssen ferner im Stande sein, bei einer bis zur Elasticitätsgrenze wachsenden Spannung eine Arbeit zu leisten, welche die Stösse, die durch die Unregelmässigkeiten der Fahrbahn ohne die Wirkung der Federn entstehen würden, in elastische Schwingungen umwandelt. Die Arbeit der Längenänderung, welche nach S. 112 eine günstige Ausnutzung des Stoffes erlauben würde, ist bei der Verwendung von Stahl nicht gut verwendbar, weil die Längenänderung zu gering ausfällt. Die Verkürzungsarbeit von Kautschuk-Blöcken hat man bei Strassenbahn-Fuhrwerken früher benutzt, aber aus den S. 104 angeführten Gründen aufgeben müssen. Daher verwendet man die Biegungsarbeit des Stahles, bei der eine beträchtliche Formänderung möglich ist. Hierzu eignet sich nun nach S. 113 die Balkenform überall gleicher Höhe mit gleichmässig veränderlicher Breite, d. h. die Dreiecksfeder, besonders gut.

Fig. 132.



Eine solche Feder ist thatsächlich in der Mitte unterstützt und an beiden Enden durch gleiche Lasten belastet; wegen der vollkommen symmetrischen Anordnung betrachten wir zunächst nur die eine Hälfte, die an dem einen Ende als wagerecht eingespannt betrachtet werden kann (Fig. 132). Für den Ruhezustand gilt

$$1) \qquad \sigma \frac{J}{e} = \sigma \frac{d h^2}{6} = P l .$$

Mit der Ruhelast ist nach S. 48 eine Durchbiegung

$$2) \qquad f = \frac{P l^3}{2 E J} = \frac{\sigma}{E} \frac{l^2}{h}$$

$(h = 2e)$ verbunden. Diese Gleichgewichts-Biegung f ist für spätere Arbeitsleistung nicht mehr zu verwerthen, denn sie entsteht ebenso wie die Spaunnng σ schon bei dem Aufbringen der Last. Nur der Spannungs-Spielraum von σ bis zur Elasticitätsgrenze z mit dem Arbeitswerthe $\frac{V}{6} \frac{z^2 - \sigma^2}{E}$ ist noch für die Vernichtung der Stösse verfügbar. Dabei vergrössert sich die Biegung auf $f_1 = f \cdot z : \sigma$, der am Ende auftretende Biegungswiderstand auf $P_1 = P \cdot z : \sigma$. Die noch auszunutzende Biegungsarbeit

$$3) \qquad \frac{P_1 f_1 - P f}{2} = \frac{V}{6} \frac{z^2 - \sigma^2}{E}$$

wird in der Figur durch das schraffirte Trapez dargestellt.

Welchen Anforderungen die Feder zu genügen hat, ist vorwiegend durch die Erfahrung ermittelt worden, und diese hat man in der Weise zum Ausdrucke gebracht, dass eine einem bestimmten Zwecke angemesse Feder eine gewisse Länge l haben muss, unter der Ruhelast P nur bis zu einer gewissen Spannung σ beansprucht werden darf und dass mit der Ruhelast eine bestimmte Durchbiegung f verbunden sein muss. Die Werthe P und f bedingen dann nicht allein die Arbeit $\frac{1}{2} P f$ bis zur Belastung mit P, sondern auch zugleich, weil man $z : \sigma$ kennt, die noch weiter verfügbare Arbeit (nach Gl. 3).

Man kümmert sich also bei der Berechnung der Feder nicht unmittelbar um die ihr zuzumuthende Arbeitsleistung, sondern bringt diese (zur Vereinfachung der Aufgabe) nur mittelbar durch die der Ruhelast entsprechende Biegung f zum Ausdrucke. Jedoch ist hiermit die Fähigkeit der Feder, die Last zu tragen und darüber hinaus noch Arbeit zu leisten, vollkommen gekennzeichnet.

Die Querschnittshöhe bestimmt sich aus Gl. 2 zu

4) $$h = \frac{\sigma}{E}\frac{l^2}{f},$$

die Breite hiernach aus Gl. 1 zu

5) $$d = \frac{6\,Pl}{\sigma h^2}.$$

Der Rauminhalt $V = {}^1\!/_2\, d h l$ ergiebt sich hiernach, wie es nach Gl. 8, S. 113, sein muss, zu $3\,Pf\frac{E}{\sigma^2}$.

Beispiel: Es seien gegeben:
$P = 1900^{\text{kg}}$; $f = 5^{\text{cm}}$; $\sigma = 4500^{\text{at}}$;
$E = 2\,500\,000^{\text{at}}$; $l = 60^{\text{cm}}$. Dann wird nach Gl. 4 u. 5:

$$h = \frac{4500}{2\,500\,000}\,\frac{60^2}{5} = 1{,}3^{\text{cm}};$$

$$d = \frac{6 \cdot 1900 \cdot 60}{4500 \cdot 1{,}69} = 90^{\text{cm}}.$$

Eine Feder von so grosser Breite d ist für die Anwendung nicht geeignet. Sie wird daher in solcher Weise umgestaltet, dass eine zusammengesetzte Feder von geringerer Breite entsteht, die aber die gleiche Tragfähigkeit und Biegsamkeit hat wie die soeben berechnete. Man theilt die Federplatte nach Fig. 133 in eine gerade Anzahl $2\,n$ (z. B. 8) parallele Streifen, vereinigt je zwei mit gleichen Ziffern bezeichnete Theile zu einem Stück und legt die so erhaltenen Streifen nach Fig. 134 auf einander, wobei man zunächst über dem Ende jedes Streifens ein Klötzchen angebracht denkt, so dass die einzelnen Streifen nur dort Kräfte auf einander ausüben können. Diese Kräfte werden mit K_1, K_2, K_3 bezeichnet. Fig. 135 zeigt die untere Ansicht der Feder, deren Breite $\frac{d}{n}$ beträgt. Die unterste Schicht AB von der Länge $\frac{l}{n}$ biegt sich bei B um

Fig. 133.

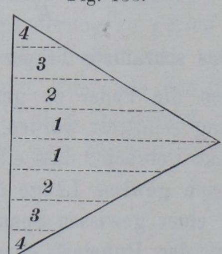


Fig. 134.

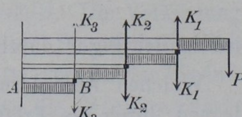
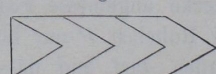


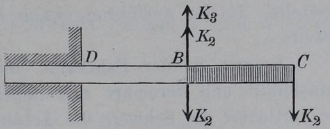
Fig. 135.



6) $$f_3 = \frac{K_3\left(\frac{l}{n}\right)^3}{2\,E\frac{J}{n}},$$

weil der Breite ${}^1\!/_n\,d$ ein Trägheitsmoment ${}^1\!/_n\,J$ entspricht. Die darüber liegende Schicht muss bei B die gleiche Durchbiegung f_3 zeigen, weil die zwischengelegten Klötzchen gleiche Biegung erzwingen. An dieser Schicht greift (Fig. 136) bei C die Kraft K_2, bei B die Kraft K_3 an. Fügt man in B zwei gleiche entgegengesetzte K_2 hinzu, so bilden die gegebene Kraft K_2 bei C und die bei B entgegengesetzt hinzugefügte ein Kräftepaar $\mathfrak{M} = K_2 \cdot {}^1\!/_n\, l$, welches dem von D bis B prismatischen Stabe nach S. 43 bei B eine Biegung um $\dfrac{K_2\,({}^1\!/_n\, l)^3}{2\,E \cdot {}^1\!/_n\, J}$ ertheilt. Ausserdem wirkt bei B nach abwärts die Kraft $K_2 - K_3$, die nach S. 43 bei B eine Biegung $\dfrac{(K_2 - K_3)\,({}^1\!/_n\, l)^3}{3\,E \cdot {}^1\!/_n\, J}$ erzeugt. Setzt man die Summe beider Biegungen gleich f_3 (Gl. 6), so entsteht

Fig. 136.



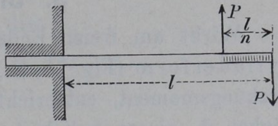
$$\frac{K_2}{2} + \frac{K_2}{3} - \frac{K_3}{3} = \frac{K_3}{2}, \quad \text{d. h. } K_3 = K_2 .$$

In gleicher Weise erhält man $K_2 = K_1$ und $K_1 = P$; d. h. die an den Klötzchen übertragenen Kräfte sind sämmtlich gleich der Last P. Die oberste Lage bildet (Fig. 137) einen Balken überall gleicher Sicherheit, dessen Spannung

$$\sigma = \frac{P \cdot {}^1\!/_n\, l\, e}{{}^1\!/_n\, J} = \frac{P\, l\, e}{J} = \frac{P\, l\, h}{2\, J}$$

dieselbe ist, wie diejenige der Platte (s. Gl. 1, S. 117); sie biegt sich nach S. 49, Fig. 61 nach einem Kreisbogen vom Halbmesser

Fig. 137.



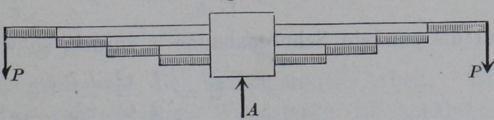
$$\rho = \frac{E\, h}{2\, \sigma} = \frac{2\,500\,000 \cdot 1{,}3}{2 \cdot 4500} = 361 \text{ cm},$$

und die Durchbiegung des freien Endes beträgt

$$f = \frac{l^2}{2\, \rho} = \frac{\sigma}{E}\, \frac{l^2}{h}$$

wie bei der Platte (Gl. 2, S. 117). Von den übrigen Lagen gilt dasselbe. Werden die Klötzchen auf die Höhe Null vermindert, so ändert sich in der Wirkung der Federlagen nichts Wesentliches. Setzt man diese Schichtenfeder an der gedachten Einspannungsstelle mit einer symmetrisch gestellten zusammen (Fig. 138), so entsteht eine an beiden Enden je mit P belastete Tragfeder, die sich bei A auf ein Achslager stützt. Dass man an den freien Enden geeignete Anordnungen trifft, um die Last P sicher auflagern

Fig. 138.



zu können und dass man aus Zweckmässigkeitsgründen den einzelnen Lagen schon im spannungslosen Zustande eine Krümmung giebt, hat auf die Wirkung keinen erheblichen Einfluss.

Der Einfachheit wegen haben wir eine Feder von nur 4 Schichten dargestellt. In der Ausführung wählt man statt dessen 10 Schichten von je 9 cm Breite.

Kommt in der Fahrbahn eine Vertiefung um h vor, in die das Rad hineinfällt und vermehrt sich dabei die Durchbiegung der Feder um $f_1 - f$, so verrichtet die Schwere die Arbeit $P(h + f_1 - f)$. Wird hierbei die Feder bis zur Elasticitätsgrenze beansprucht, so ist nach Gl 3 (S. 117):

$$P(h + f_1 - f) = \frac{1}{2}(P_1 f_1 - P f).$$

Bei gutem Federstahl kann man die Elasticitätsgrenze etwa zu $z = 8000$ annehmen. Dann wird wegen $f = 5$ cm:

$$f_1 = 5 \cdot \frac{8000}{4500} = 5 \cdot 1{,}78 = 8{,}9 \text{ cm};$$

$$P_1 = 1900 \cdot 1{,}78 = 3382 \text{ kg};$$

und man findet $h = 1{,}5$ cm. Um diese Höhe nur darf die Achse fallen, damit die Feder nicht über die Elasticitätsgrenze hinaus beansprucht werde.

3. Drehungs-Arbeit.

Wirkt am freien Ende eines einerseits befestigten Stabes von Cylinderform (Fig. 78, S. 64) ein von 0 bis $\mathfrak{M}$ stetig anwachsendes Drehungsmoment, entspricht dem Endwerthe $\mathfrak{M}$ ein Verdrehungswinkel ϑ, einem beliebigen Zwischenwerthe $\mathfrak{M}'$ der Verdrehungswinkel φ, so ist für eine Zunahme dieses Winkels um $d\varphi$ die Arbeit (nach Theil 1, S. 221)

$$d\mathfrak{A} = \mathfrak{M}' d\varphi.$$

Weil nun nach S. 65, Gl. 4 $\mathfrak{M}'$ mit φ verhältnisgleich wächst, so wird wie in den früheren ähnlichen Fällen die Gesammtarbeit

1) $$\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\mathfrak{M}\vartheta.$$

Führt man dies mit

$$\vartheta = \frac{\mathfrak{M} l}{G J_0} \quad \text{und} \quad \mathfrak{M} = \frac{\tau J_0}{r}$$

auf die stärkste Schubspannung τ zurück, so wird

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G} \frac{J_0 l}{r^2}$$

oder, wenn man $J_0 = F i_0^2$ und $F l = V$ setzt,

2) $$\boldsymbol{\mathfrak{A} = \frac{V}{2} \frac{\tau^2}{G} \frac{i_0^2}{r^2}}.$$