Nach Einführung von $\mathfrak{M} = \frac{8}{3} \tau \frac{J_2}{d}$ (Gl. 13) wird hieraus

$$16) \qquad \vartheta = 0{,}8 \frac{\tau}{G} \frac{l}{d} \left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) = 0{,}8 \frac{\tau}{G} \frac{l}{d} \left(1 + \frac{d^2}{h^2}\right).$$

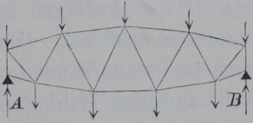
8. Einfache Fachwerkbalken auf zwei Stützen.

a) Art der Berechnung der Spannkräfte.

An Stelle der S. 23 und 28 behandelten Balken, die entweder aus einem Stücke bestanden, oder, wenn auch aus Theilen zusammengesetzt, doch einen möglichst stetig zusammenhängenden Körper bildeten (S. 34), kann man auch gegliederte Stabanordnungen verwenden, zu deren Grundgedanken schon die Betrachtung der Gelenkstangen-Verbindungen (Theil 1, S. 185) geführt hatte; es sind dies die einfachen Fachwerke.

Ein einfaches Fachwerk besteht meist in einer Aneinanderreihung (Verbindung) von Gelenkstangen-Dreiecken, von denen je zwei benachbarte eine Seite gemeinsam haben. Wird ein solches Fachwerk auf Stützen gelegt, deren eine nur in einer bestimmten (lothrechten) Richtung Widerstände leisten kann, so bildet es einen Fachwerkbalken oder Fachwerkträger (Fig. 84).

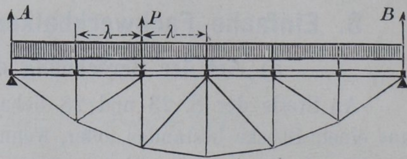
Fig. 84.



Eine Stange, welche durch zwei reibungslose Gelenke mit anderen verbunden ist, erfährt, wenn die äusseren Kräfte nur in diesen Gelenkpunkten angreifen, (nach Theil 1, S. 172) eine Spannkraft, deren Richtungslinie in die Verbindungsgerade der beiden Gelenkpunkte fällt. Ist diese Verbindungsgerade dann zugleich die Mittellinie des Stabes, so wird letzterer nur auf reinen Zug oder Druck beansprucht, wobei sich die Spannung in günstigster Weise gleichmässig über den ganzen Stab vertheilt. Die gedrückten Stäbe müssen freilich auf Knickfestigkeit berechnet werden. Bei einem Fachwerke mit reibungslosen Gelenken und mit Kraftangriff in den Gelenkpunkten liegen somit die inneren Spannkräfte der Stäbe nach Richtung und Lage fest, nur ihre Grösse muss noch ermittelt werden.

Besteht die Belastung nicht ohne Weiteres aus Kräften, die durch die Gelenkpunkte gehen, soll etwa ein Fachwerkträger eine Brückenbahn tragen, die durch Menschengedränge gleichmässig belastet wird, so ordnet man besondere Zwischenbalken an, welche die unmittelbare Belastung aufnehmen und auf Gelenkpunkte des Fachwerks übertragen. Diese Zwischenbalken, welche in Fig. 85 oberhalb des Fachwerks gezeichnet sind, wiewohl sie häufig nicht in dieser Höhe liegen, werden, wenn sie auch in Wirklichkeit meist mit einander in Verbindung stehen, doch für die Rechnung stets als einfache, nur von Gelenkpunkt zu Gelenkpunkt durchgehende kleine Balkenstücke behandelt. Sind diese Zwischenbalken von übereinstimmender Länge λ und auf die Längeneinheit mit p belastet, so erfährt der belastete Gelenkpunkt einen Druck $P = p\lambda$. Diese Kräfte P erzeugen die Stabspannungen des Fachwerks, wobei die Zwischenbalken nicht mehr in Betracht kommen.

Fig. 85.

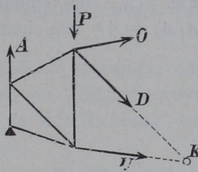


Die Gelenkpunkte heissen auch Knotenpunkte oder Knoten des Fachwerks. In solchen Knoten müssen auch die Widerstände A und B der Auflager angreifen, damit die Stäbe keine Biegungsmomente erleiden. (Eine derartige Anbringung der Auflager an den äussersten Enden, wie in Fig. 85, erscheint dem Anfänger wohl zuweilen nicht genügend sicher; jedoch ist zu bemerken, dass die hier benutzten Figuren nur das Netz der Mittellinien des Fachwerks geben; bei der körperlichen Ausbildung des Balkens wird derartig verfahren, dass zu Bedenken dieser Art kein Grund mehr vorliegt, dass aber die Auflagerkräfte dennoch durch die Endknoten gehen.)

Die Stäbe, welche das Fachwerk oben und unten begrenzen, heissen seine Gurten (Obergurt bezw. Untergurt) mit den Spannkräften O u. U, die dazwischen angebrachten Stäbe allgemein Wandglieder (weil sie eine volle Blechwand zwischen den Gurten ersetzen); lothrechte Wandglieder heissen Ständer, Pfosten, Vertikalen mit den Spannkräften V, schräg gerichtete Wandglieder werden Streben oder Diagonalen genannt mit den Spannkräften D. Es ist rathsam, diese Kräfte in der Figur als Zugkräfte einzuführen. Liefert dann die Rechnung positive bezw. negative Werthe für diese Kräfte, so kennzeichnen sich dadurch wirkliche Zugkräfte bezw. Druckkräfte.

Die Berechnung der Auflagerdrücke A und B geschieht ganz so wie bei vollen Balken auf zwei Stützen mittels der Momentengleichungen, da nach S. 4 auch für beliebige Körpergruppen die Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper Gültigkeit haben.

Fig. 86.



Zur Auffindung der einzelnen Stabkräfte zerlegt man durch einen Schnitt das Fachwerk in zwei Theile, bringt an den Schnittstellen der Stäbe die Spannkräfte derselben an und stellt für einen der beiden Theile, z B. für den linksseitigen (Fig. 86), die Gleichgewichtsbedingungen auf. Bei Kräften in der Ebene kann man drei von einander unabhängige Gleichungen anschreiben, kann also für einen Schnitt auch drei Spannkräfte, die nicht durch einen Punkt gehen, daraus berechnen. Bei dem hier nur zu behandelnden einfachen Dreiecks-Fachwerke lassen sich sämmtliche Stäbe durch Schnitte erreichen, die im Ganzen nicht mehr als drei Stäbe treffen, so dass die Spannkräfte statisch bestimmbar sind.

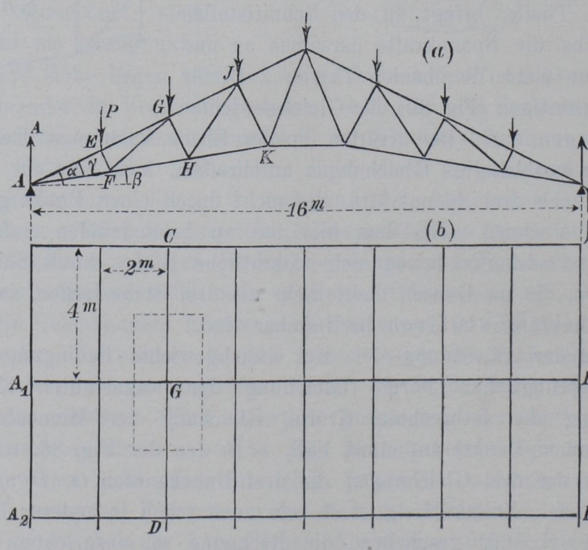
Bei der Anwendung der drei Gleichgewichts-Bedingungen in der ursprünglichen Form (Gleichung der wagerechten Kräfte, Gleichung der lothrechten Kräfte, Gleichung der Momente für irgend einen Punkt) auf einen Fall, z. B. den der Fig. 86, würden in jeder der drei Gleichungen die drei Unbekannten O, D und U vorkommen. Zweckmässig ist es, wie auch schon in anderen Fällen (Theil 1, S. 160) geschehen, die Rechnung so einzurichten, dass man für jede Unbekannte nur eine Gleichung bekommt. Dies wird in solchen Fällen, wo O, D und U verschiedene Richtungen haben, erreicht, wenn man nur Momentengleichungen anschreibt und zum Drehpunkte jedes Mal den Schnittpunkt derjenigen beiden Stäbe wählt, deren Spannkraft vorläufig nicht verlangt wird. Dies ist der Grundgedanke des Verfahrens von A. Ritter (Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1861, S. 412). Zur Berechnung der Spannkraft O (Fig. 86) stellt man für die am linksseitigen Trägerstücke wirkenden Kräfte die Momentengleichung in Bezug auf den Schnittpunkt K von D und U auf; dann kommen

D und U in dieser Gleichung nicht vor, weil sie beide das Moment Null haben, und man hat für O eine einzige Gleichung ersten Grades.

b) Dachträger.

Beispiel 1: Berechnung der Spannkräfte eines belgischen Dachträgers von 16^{m} Spannweite. Die Anordnung des Trägers zeigt Fig. 87a. Im Grundrisse (Fig. 87b) mögen die Träger $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ um $A_1 A_2 = 4^{\text{m}}$ von einander abstehen. Die Spannweite werde durch sog. Pfetten,

Fig. 87.



die über den Knotenpunkten des Obergurts liegen, in acht gleiche Theile von 2^{m} getheilt. Da die gleichmässige Belastung des Grundrisses der Dachfläche sich gleichmässig über die Pfetten vertheilt, und da die Pfetten für die Berechnung als Einzelträger (nur von Dachträger zu Dachträger reichend) angesehen werden, so erkennt man leicht, dass ein beliebiger Knoten G des Obergurts die Last zu tragen hat, welche auf das im Grundrisse punktirte Rechteck von $2^{\text{m}} \times 4^{\text{m}} = 8^{\text{qm}}$ entfällt. Rechnet man als Gesammtlast (einschl. Schnee- und Winddruck) 180^{kg} für 1^{qm} Grundfläche, so ergiebt sich $P = 180 \cdot 8 = 1440^{\text{kg}}$ als Last jedes Knotens des Obergurts. Die halb so grosse Belastung, welche auf die Endpunkte A und B kommt, beeinflusst wohl den Druck auf die stützenden Wände, bringt aber, weil sie unmittelbar auf die Stützpunkte übertragen wird, in den Fachwerkstäben keine Spannkraft