Nach Einführung von $\mathfrak{M} = \frac{8}{3}\tau\frac{J_2}{d}$ (Gl. 13) wird hieraus

$$16)\qquad \vartheta = 0{,}8\frac{\tau}{G}\frac{l}{d}\left(1+\frac{J_2}{J_1}\right) = 0{,}8\frac{\tau}{G}\frac{l}{d}\left(1+\frac{d^2}{h^2}\right).$$

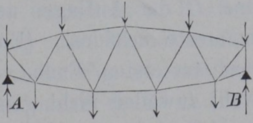
8. Einfache Fachwerkbalken auf zwei Stützen.

a) Art der Berechnung der Spannkräfte.

An Stelle der S. 23 und 28 behandelten Balken, die entweder aus einem Stücke bestanden, oder, wenn auch aus Theilen zusammengesetzt, doch einen möglichst stetig zusammenhängenden Körper bildeten (S. 34), kann man auch gegliederte Stabanordnungen verwenden, zu deren Grundgedanken schon die Betrachtung der Gelenkstangen-Verbindungen (Theil 1, S. 185) geführt hatte; es sind dies die einfachen Fachwerke.

Ein einfaches Fachwerk besteht meist in einer Aneinanderreihung (Verbindung) von Gelenkstangen-Dreiecken, von denen je zwei benachbarte eine Seite gemeinsam haben. Wird ein solches Fachwerk auf Stützen gelegt, deren eine nur in einer bestimmten (lothrechten) Richtung Widerstände leisten kann, so bildet es einen Fachwerkbalken oder Fachwerkträger (Fig. 84).

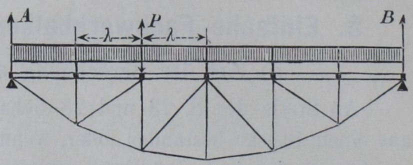
Fig. 84.



Eine Stange, welche durch zwei reibungslose Gelenke mit anderen verbunden ist, erfährt, wenn die äusseren Kräfte nur in diesen Gelenkpunkten angreifen, (nach Theil 1, S. 172) eine Spannkraft, deren Richtungslinie in die Verbindungsgerade der beiden Gelenkpunkte fällt. Ist diese Verbindungsgerade dann zugleich die Mittellinie des Stabes, so wird letzterer nur auf reinen Zug oder Druck beansprucht, wobei sich die Spannung in günstigster Weise gleichmässig über den ganzen Stab vertheilt. Die gedrückten Stäbe müssen freilich auf Knickfestigkeit berechnet werden. Bei einem Fachwerke mit reibungslosen Gelenken und mit Kraftangriff in den Gelenkpunkten liegen somit die inneren Spannkräfte der Stäbe nach Richtung und Lage fest, nur ihre Grösse muss noch ermittelt werden.

Besteht die Belastung nicht ohne Weiteres aus Kräften, die durch die Gelenkpunkte gehen, soll etwa ein Fachwerkträger eine Brückenbahn tragen, die durch Menschengedränge gleichmässig belastet wird, so ordnet man besondere Zwischenbalken an, welche die unmittelbare Belastung aufnehmen und auf Gelenkpunkte des Fachwerks übertragen. Diese Zwischenbalken, welche in Fig. 85 oberhalb des Fachwerks gezeichnet sind, wiewohl sie häufig nicht in dieser Höhe liegen, werden, wenn sie auch in Wirklichkeit meist mit einander in Verbindung stehen, doch für die Rechnung stets als einfache, nur von Gelenkpunkt zu Gelenkpunkt durchgehende kleine Balkenstücke behandelt. Sind diese Zwischenbalken von übereinstimmender Länge λ und auf die Längeneinheit mit p belastet, so erfährt der belastete Gelenkpunkt einen Druck $P = p\lambda$. Diese Kräfte P erzeugen die Stabspannungen des Fachwerks, wobei die Zwischenbalken nicht mehr in Betracht kommen.

Fig. 85.

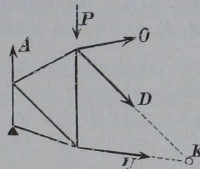


Die Gelenkpunkte heissen auch Knotenpunkte oder Knoten des Fachwerks. In solchen Knoten müssen auch die Widerstände A und B der Auflager angreifen, damit die Stäbe keine Biegungsmomente erleiden. (Eine derartige Anbringung der Auflager an den äussersten Enden, wie in Fig. 85, erscheint dem Anfänger wohl zuweilen nicht genügend sicher; jedoch ist zu bemerken, dass die hier benutzten Figuren nur das Netz der Mittellinien des Fachwerks geben; bei der körperlichen Ausbildung des Balkens wird derartig verfahren, dass zu Bedenken dieser Art kein Grund mehr vorliegt, dass aber die Auflagerkräfte dennoch durch die Endknoten gehen.)

Die Stäbe, welche das Fachwerk oben und unten begrenzen, heissen seine Gurten (Obergurt bezw. Untergurt) mit den Spannkräften O u. U, die dazwischen angebrachten Stäbe allgemein Wandglieder (weil sie eine volle Blechwand zwischen den Gurten ersetzen); lothrechte Wandglieder heissen Ständer, Pfosten, Vertikalen mit den Spannkräften V, schräg gerichtete Wandglieder werden Streben oder Diagonalen genannt mit den Spannkräften D. Es ist rathsam, diese Kräfte in der Figur als Zugkräfte einzuführen. Liefert dann die Rechnung positive bezw. negative Werthe für diese Kräfte, so kennzeichnen sich dadurch wirkliche Zugkräfte bezw. Druckkräfte.

Die Berechnung der Auflagerdrücke A und B geschieht ganz so wie bei vollen Balken auf zwei Stützen mittels der Momentengleichungen, da nach S. 4 auch für beliebige Körpergruppen die Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper Gültigkeit haben.

Fig. 86.



Zur Auffindung der einzelnen Stabkräfte zerlegt man durch einen Schnitt das Fachwerk in zwei Theile, bringt an den Schnittstellen der Stäbe die Spannkräfte derselben an und stellt für einen der beiden Theile, z. B. für den linksseitigen (Fig. 86), die Gleichgewichtsbedingungen auf. Bei Kräften in der Ebene kann man drei von einander unabhängige Gleichungen anschreiben, kann also für einen Schnitt auch drei Spannkräfte, die nicht durch einen Punkt gehen, daraus berechnen. Bei dem hier nur zu behandelnden einfachen Dreiecks-Fachwerke lassen sich sämmtliche Stäbe durch Schnitte erreichen, die im Ganzen nicht mehr als drei Stäbe treffen, so dass die Spannkräfte statisch bestimmbar sind.

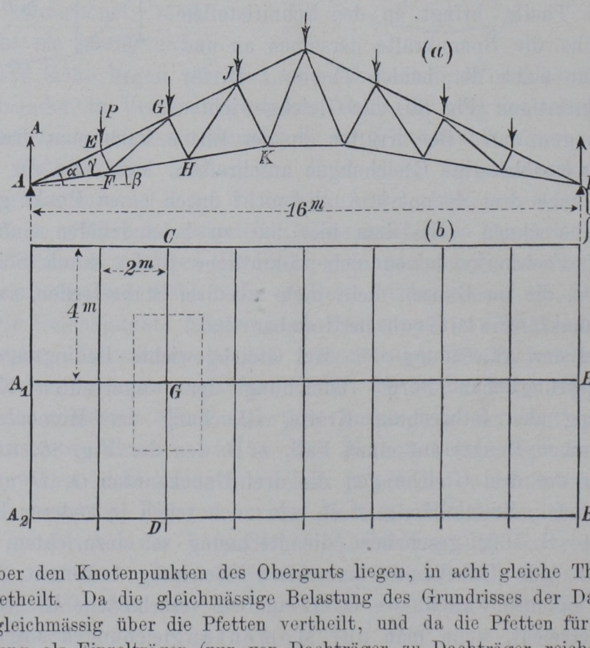
Bei der Anwendung der drei Gleichgewichts-Bedingungen in der ursprünglichen Form (Gleichung der wagerechten Kräfte, Gleichung der lothrechten Kräfte, Gleichung der Momente für irgend einen Punkt) auf einen Fall, z. B. den der Fig. 86, würden in jeder der drei Gleichungen die drei Unbekannten O, D und U vorkommen. Zweckmässig ist es, wie auch schon in anderen Fällen (Theil 1, S. 160) geschehen, die Rechnung so einzurichten, dass man für jede Unbekannte nur eine Gleichung bekommt. Dies wird in solchen Fällen, wo O, D und U verschiedene Richtungen haben, erreicht, wenn man nur Momentengleichungen anschreibt und zum Drehpunkte jedes Mal den Schnittpunkt derjenigen beiden Stäbe wählt, deren Spannkraft vorläufig nicht verlangt wird. Dies ist der Grundgedanke des Verfahrens von A. Ritter (Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1861, S. 412). Zur Berechnung der Spannkraft O (Fig. 86) stellt man für die am linksseitigen Trägerstücke wirkenden Kräfte die Momentengleichung in Bezug auf den Schnittpunkt K von D und U auf; dann kommen

D und U in dieser Gleichung nicht vor, weil sie beide das Moment Null haben, und man hat für O eine einzige Gleichung ersten Grades.

b) Dachträger.

Beispiel 1: Berechnung der Spannkräfte eines belgischen Dachträgers von 16^{m} Spannweite. Die Anordnung des Trägers zeigt Fig. 87a. Im Grundrisse (Fig. 87b) mögen die Träger $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ um $A_1 A_2 = 4^{m}$ von einander abstehen. Die Spannweite werde durch sog. Pfetten,

Fig. 87.



die über den Knotenpunkten des Obergurts liegen, in acht gleiche Theile von 2^{m} getheilt. Da die gleichmässige Belastung des Grundrisses der Dachfläche sich gleichmässig über die Pfetten vertheilt, und da die Pfetten für die Berechnung als Einzelträger (nur von Dachträger zu Dachträger reichend) angesehen werden, so erkennt man leicht, dass ein beliebiger Knoten G des Obergurts die Last zu tragen hat, welche auf das im Grundrisse punktirte Rechteck von $2^{m} \times 4^{m} = 8^{qm}$ entfällt. Rechnet man als Gesammtlast (einschl. Schnee- und Winddruck) 180^{kg} für 1^{qm} Grundfläche, so ergiebt sich $P = 180 \cdot 8 = 1440^{kg}$ als Last jedes Knotens des Obergurts. Die halb so grosse Belastung, welche auf die Endpunkte A und B kommt, beeinflusst wohl den Druck auf die stützenden Wände, bringt aber, weil sie unmittelbar auf die Stützpunkte übertragen wird, in den Fachwerkstäben keine Spannkraft hervor und bleibt deshalb bei der Berechnung der Stabkräfte am besten ganz ausser Betracht. Hiernach befinden sich auf dem Träger sieben gleiche Lasten P in gleichen Abständen, so dass jeder Auflagerdruck $A = B = {}^7/_2\, P$ wird. Es ist zweckmässig, die Knotenlast im Laufe der Rechnung noch allgemein mit P zu bezeichnen. Am Schlusse kann dann dafür der Zahlenwerth 1440 kg eingeführt werden.

Die beiden Gurte sind durch Stäbe, rechtwinklig zum Obergurt, mit einander verbunden, deren Spannkräfte wir, wenn sie auch nicht lothrecht stehen, doch mit V bezeichnen wollen. Die Spannkräfte der dazwischen eingelegten Streben mögen D heissen.

Der Obergurt habe eine Neigung $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}5$ gegen die Wagerechte; das giebt $\alpha = 26^0\,34'$, $\cos\alpha = 0{,}894$, $\sec\alpha = 1{,}119$; dann ist der Abstand zweier Lastpunkte, welcher wagerecht gemessen 2 m beträgt, in der Richtung des Obergurts $AE = 2 \cdot 1{,}119 = 2{,}238$ m.

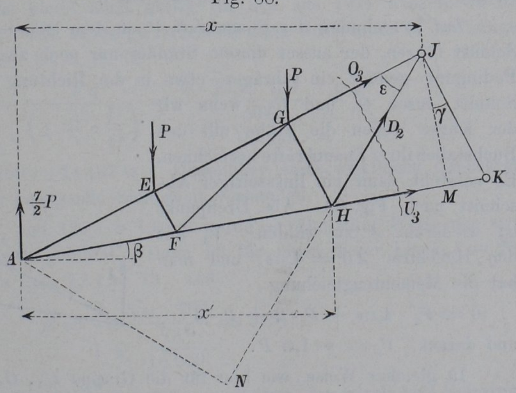
Der Untergurt habe eine Neigung $\operatorname{tg}\beta = {}^1/_6$ gegen die Wagerechte; dies giebt $\beta = 9^0\,28'$, $\sin\beta = 0{,}1645$, $\cos\beta = 0{,}9864$, $\sec\beta = 1{,}011$. Der Winkel $\gamma = EAF$ zwischen beiden Gurten beträgt hiernach $17^0\,6'$ mit $\cos\gamma = 0{,}9558$, $\sec\gamma = 1{,}046$, $\operatorname{tg}\gamma = 0{,}3076$.

Hieraus bestimmt sich $EF = AE \cdot \operatorname{tg}\gamma = 2{,}238 \cdot 0{,}3076 = 0{,}688$ m, mithin $GH = 2 \cdot 0{,}688 = 1{,}376$ und $JK = 3 \cdot 0{,}688 = 2{,}064$.

Für die Theile des Untergurts gilt dann: $AF = AE \sec\gamma = 2{,}238 \cdot 1{,}016 = 2{,}341$.

Die Ermittelung der Spannkräfte soll an dem dritten Fache von links, $GJKH$, gezeigt werden. Führt man einen Schnitt durch dasselbe, welcher das Obergurtstück GJ, die Strebe HJ und das Untergurtstück HK trifft, so betrachtet man das links vom Schnitte verbleibende Stück (Fig. 88), bringt an den Schnittstellen die als Zugkräfte gedachten Spannkräfte O_3, D_2 und U_3 an und stellt für das Gleichgewicht des linksseitigen Abschnittes drei Momenten-Gleichungen auf.

Fig. 88.



Zur Berechnung von U_3 dient der Schnittpunkt J von O_3 und D_2 zum Drehpunkte. Dann ist $JM \perp AK$ der Hebelarm von U_3, und zwar ist

$JM = JK \cos\gamma = 2{,}061 \cdot 0{,}9558 = 1{,}973$ m. Der wagerechte Abstand der Knotenpunkte des Obergurts beträgt 2 m, daher ist $x = 6$ m, während die Lasten bei E und G die Hebelarme 4 bezw. 2 m haben. Es ist empfehlenswerth, beim Aufschreiben der Momenten-Gleichungen eine bestimmte Reihenfolge festzusetzen, um sich vor Auslassungen zu bewahren. Wir schreiben stets zuerst das Moment der gesuchten Spannkraft, dann dasjenige des Auflagerdrucks und schliesslich diejenigen der am betrachteten Trägerstücke vorhandenen Lasten Also
$$0 = -U_3 \cdot 1{,}973 + 3{,}5\,P \cdot 6 - P \cdot 4 - P \cdot 2,$$
woraus man leicht
$$U_3 = +\,7{,}60\,P$$
findet; das positive Zeichen bedeutet eine Zugkraft.

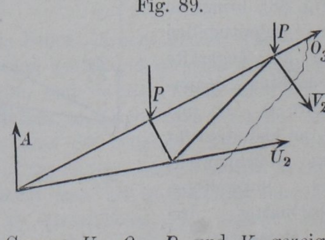
Zur Berechnung von O_3 dient der Schnittpunkt H von U_3 und D_2 als Drehpunkt. Es ist $AH = 2\,AF = 4{,}682$. Der wagerechte Abstand x' des Drehpunktes vom linksseitigen Auflager ist dann
$$x' = 4{,}682 \cdot \cos\beta = 4{,}682 \cdot 0{,}9864 = 4{,}62,$$
der Hebelarm von O_3 aber $GH = 1{,}376$; mithin
$$0 = O_3 \cdot 1{,}376 + 3{,}5\,P \cdot 4{,}62 - P \cdot 0{,}62 - P \cdot 2{,}62 \quad \text{und daraus}$$
$$O_3 = -\,9{,}40\,P.$$

Zur Berechnung von D_2 dient der Punkt A als Drehpunkt. Fällt man von A eine Winkelrechte AN auf die Richtung von D_2, so ist $AN = AJ \sin\varepsilon$. Nun ist $AJ = 3\,AE = 6{,}714$; $\operatorname{tg}\varepsilon = GH : GJ = GH : AE = 1{,}376 : 2{,}238 = 0{,}615$, dem ein Werth $\sin\varepsilon = 0{,}524$ entspricht, mithin
$$AN = 6{,}714 \cdot 0{,}524 = 3{,}517.$$

Dann wird, weil der Auflagerdruck den Hebelarm Null hat:
$$0 = -D_2 \cdot 3{,}517 + P \cdot 2 + P \cdot 4,$$
mithin
$$D_2 = 1{,}7058\,P.$$

Zur Berechnung der Spannkraft V_2 in dem Ständer GH muss man einen Schnitt führen, der ausser diesem Ständer nur noch zwei Stäbe trifft. Dieser Bedingung genügt ein schräger, etwa in der Richtung der Streben geführter Schnitt durch O_3 und U_2, wenn wir der Kürze wegen die Stäbe mit den Buchstaben ihrer Spannkräfte bezeichnen. Es entsteht dann ein linksseitiger Abschnitt nach Fig. 89. Als Drehpunkt ist wiederum A zu wählen. V_2 hat den Hebelarm $AG = 4{,}476$, und man hat die Momentengleichung
$$0 = V_2 \cdot 4{,}476 + P \cdot 2 + P \cdot 4$$
und daraus $V_2 = -\,1{,}37\,P$.

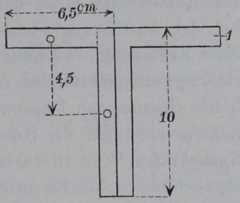
Fig. 89.



In gleicher Weise, wie hier für die Gruppe U_3, O_3, D_2 und V_2 gezeigt, hat man die Berechnung der übrigen Spannkräfte der linksseitigen Hälfte des Trägers durchzuführen; die Spannkräfte der rechten sind dann der linken symmetrisch.

Führt man schliesslich $P = 1440^{\text{kg}}$ ein, so wird $U_3 = 10\,944^{\text{kg}}$; $O_3 = -13\,536^{\text{kg}}$; $D_2 = +2458^{\text{kg}}$; $V_2 = -1973^{\text{kg}}$. Will man die Stäbe aus Schmiedeisen herstellen, so erfordert, bei 700^{at} zulässiger Spannung, U_3 einen Querschnitt von $10\,944 : 700 = 15{,}_{63}\,^{\text{qcm}}$, D_2 einen solchen von $2458 : 700 = 3{,}_{51}\,^{\text{qcm}}$, wofür man rund $16\,^{\text{qcm}}$ bezw. $4\,^{\text{qcm}}$ wählen wird; dabei ist die Querschnittsform gleichgültig. Bei den gedrückten Theilen aber, die auf Knickfestigkeit zu berechnen sind, sind auch die Länge und die Querschnittsform von Bedeutung.

Fig. 90.



Der Stab O_3 hat eine Länge $l = 223{,}_8\,^{\text{cm}}$. Er werde gebildet aus zwei ungleichschenkligen Winkeleisen $10 \cdot 6{,}_5 \cdot 1\,^{\text{cm}}$ (Fig. 90). Theilt man den Querschnitt des einen Winkeleisens durch eine lothrechte Gerade in die beiden Flächentheile $5{,}_5$ und $10\,^{\text{qcm}}$, deren Schwerpunkte um $4{.}_5\,^{\text{cm}}$ in lothrechtem Sinne von einander abstehen, so ist nach Gl. 14, S. 25, das Trägheitsmoment des einen Winkeleisens in Bezug auf eine wagerechte Schwerpunktsachse

$$J = \frac{1}{12}\,5{,}_5 \cdot 1^3 + \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 10^3 + \frac{5{,}_5 \cdot 10}{5{,}_5 + 10} \cdot 4{,}_5{}^2 = 156,$$

mithin ist das Quadrat des Trägheitshalbmessers

$$i^2 = J : F = 156 : 15{,}_5 = 10,$$

$$i = 3{,}_{16}; \quad \frac{l}{i} = \frac{223{,}_8}{3{,}_{16}} = 71,$$

$$\left(\frac{l}{i}\right)^2 = 5041.$$

Dieses Verhältnis bleibt auch gültig für den aus zwei Winkeleisen bestehenden Querschnitt. Die zulässige Druckbelastung des Stabes in der Längsrichtung ist daher nach Gl. 2, S. 62

$$K = \frac{F\sigma}{\left(1 + \alpha\,\frac{l^2}{i^2}\right)} = \frac{2 \cdot 15{,}_5 \cdot 700}{1 + \frac{5041}{10\,000}}, \quad \text{d. h.}$$

rund $K = {}^2\!/_3 \cdot 31 \cdot 700 = 14\,467^{\text{kg}}$. Gegenüber einer wirklichen Druckkraft von $13\,522^{\text{kg}}$ ist also genügende Sicherheit vorhanden.

Der Ständer V_2 von $137{,}_6\,^{\text{cm}}$ Länge werde in ähnlicher Weise aus zwei Winkeleisen $6 \cdot 4 \cdot 0{,}_6\,^{\text{cm}}$ gebildet. Dann ist für eines dieser Eisen $J = 20$; $F = 5{,}_{64}$, daher $i = 1{,}_{88}$, $l : i = 73$, und

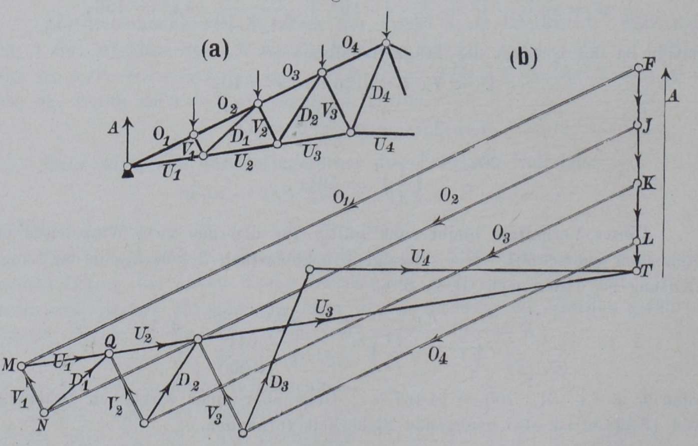
$$K = \frac{2 \cdot 5{,}_{64} \cdot 700}{1 + \frac{73^2}{10\,000}} = 5151.$$

Diese zulässige Druckbelastung ist, gegenüber der wirklichen Belastung mit 1930^{kg} reichlich gross; man wird aber wegen der Nietverbindungen einen kleineren Querschnitt nicht wählen.

Bei der obigen Berechnung der Spannkräfte war die Ermittelung der Stablängen und Hebelarme die zeitraubendste Arbeit. In den meisten Fällen wird man diese Längen aus einer genauen Zeichnung des Trägernetzes abgreifen und dadurch viel Zeit ersparen können Es ist nicht zu empfehlen, bei derartigen Rechnungen eine weitgehende ziffermässige Genauigkeit anzustreben. Denn bei der schliesslichen Bestimmung der Stabquerschnitte richtet man sich nach den vorhandenen Eisensorten und muss daher häufig nach oben hin abrunden. Auch kommen bei der Ausführung ebenso leicht kleine Fehler vor wie beim Abgreifen von einer Zeichnung. Endlich aber ist die ganze Berechnung unter Annahme eines Gleichgewichtszustandes doch nur eine Annäherung, mit der man die wirklichen Spannungen keineswegs genau ermitteln kann. Hätte man in den obigen Zahlenrechnungen die Hebelarme auf Decimeter abgerundet, so würden sich die Spannkräfte $U_3 = 10\,800$ kg; $O_3 = -13\,168$ kg; $D_2 = 2469$ kg; $V_2 = -1920$ kg ergeben haben; die Eisenstärken würden eine Änderung nicht zu erfahren brauchen.

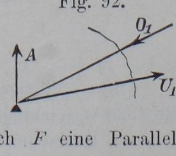
Am schnellsten ergeben sich die Spannkräfte solcher einfach geformten Dachträger mittels eines rein zeichnerisch hergestellten Kräfteplanes

Fig. 91.



(Fig. 91 b). Bezeichnet man, wie auf S. 75 die Knotenlast mit P, so ist der Auflagerdruck $A = 3{,}5\,P$. Diese $3^1/_2$ Lasten P sind durch $TF = A$ dargestellt, mit den Theilen $FJ = JK = KL = P$ und $LT = {}^1/_2\,P$. Man muss nun mit den Schnitten im ersten Fache am Auflager A beginnen, indem man (Fig. 92) O_1 und U_1 durchschneidet, dann müssen A, O_1 und U_1 im Gleichgewichte sein, also ein geschlossenes Krafteck bilden. Zieht man durch T (Fig. 91 b) eine Parallele zum Untergurtstab U_1, durch F eine Parallele

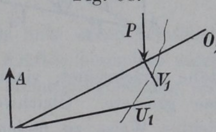
Fig. 92.



zum Obergurtstab O_1, so schneiden sich beide in M; TFM ist das geschlossene Krafteck, mithin ist FM die Grösse von O_1, MT die Grösse von U_1, beide nach dem Mafsstabe gemessen, in welchem $P = FJ$ ist. In dem Krafteck TFM müssen die Kräfte übereinstimmenden Umfahrungssinn haben. Da nun die Pfeilspitze des Auflagerdrucks A von T nach F weist, so muss O_1 von F nach M, U_1 von M nach T weisen. Diesem entsprechend sind die Pfeile bei O_1 und U_1 angebracht. Überträgt man diese Pfeilrichtungen nun nach Fig. 92 an die Schnittstellen, so erkennt man, dass O_1 ein Druck, U_1 ein Zug ist.

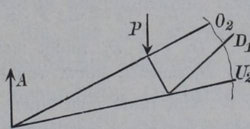
Nachdem so die Spannkräfte des ersten Faches bestimmt sind, führt man einen weiteren Schnitt, doch so, dass nur zwei neue unbekannte Spannkräfte auftreten. Man legt daher den Schnitt durch den soeben behandelten Stab U_1 und ausserdem durch V_1 und O_2 (Fig. 93). Dann müssen die neuen unbekannten Kräfte V_1 und O_2 den bekannten: U_1, A, P, das Gleichgewicht halten, also mit ihnen wieder ein geschlossenes Krafteck bilden. Wir betrachten M (Fig. 91 b) als Anfangspunkt mit $MT = U_1$, $TF = A$, $FJ = P$, ziehen von J aus eine Parallele zu O_2, von M aus eine Parallele zu V_1, welche beiden sich in N schneiden. Dann ist $JN = O_2$, $NM = V_1$.

Fig. 93.



Der Umfahrungssinn ist: $MTFJNM$. Überträgt man die so bestimmten Pfeilrichtungen von O_2 und V_1 an die Schnittstellen in Fig. 93, so erkennt man beide als Druckkräfte.

Fig. 94.



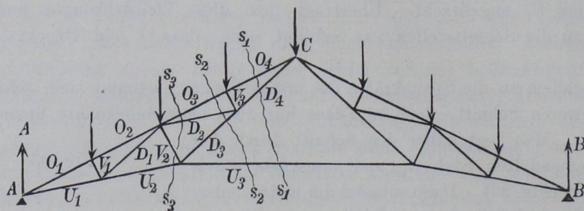
Für den nächsten Schnitt behält man nun O_2 bei und führt ihn ausserdem durch D_1 und U_2 (Fig. 94). Die bekannten Theile des jetzt zu benutzenden Kraftecks sind $A = TF$, $P = FJ$, $O_2 = JN$. Zwischen die Punkte N und T sind nun die neuen Kräfte D_1 und U_2 einzulegen. Eine von T aus gezogene Parallele zu U_2 fällt mit TM zusammen, $NQ \parallel D_1$ bestimmt daher den Punkt Q, und es ist $NQ = D_1$, $QT = U_2$; beide erkennt man als Zugkräfte.

Die der Reihe nach zu führenden Schnitte sind im Zickzack derartig anzuordnen, dass jeder neue Schnitt ein vorher schon untersuchtes Gurtstück nochmals trifft und ausserdem zwei neue Stäbe. Hiernach setzt sich der leicht verständliche Kräfteplan (Fig. 91 b) fort. Zu beachten ist nur, dass U_1, U_2 und U_3 theilweise auf einander fallen, d. h. verschiedene Anfangspunkte, aber gemeinsame Endpunkte T haben. Die Druckkräfte sind im Kräfteplane durch Doppellinien hervorgehoben.

Weiteres über Kräftepläne für Fachwerk findet sich in Keck, Vorträge über Graphische Statik, S. 65 u. ff.

Beispiel 2: Berechnung der Spannkräfte eines Wiegmannschen Dachträgers von 16 m Spannweite (Fig. 95). Die Berechnung der Spannkräfte O_1, U_1, V_1, O_2, D_1 und U_2 erfolgt ganz in derselben Weise wie beim belgischen Dachträger, und wenn, wie wir annehmen, die Neigungen von O_1, O_2, U_1 und U_2 dieselben sind wie bei jenem (Fig. 87), so werden bei gleichen Lasten P auch die Spannkräfte für die genannten Stäbe dieselben sein. Bei den Stäben V_2, O_3, D_2, D_3 und V_3 ist es aber nicht möglich, von oben bis unten Schnitte so zu führen, dass der Schnitt nur drei

Fig. 95.



Stäbe zerschneidet; vielmehr ist die Zahl der vom Schnitte getroffenen Stäbe eine grössere. Gleichwohl sind die Spannkräfte auch dieses Trägers in leichter Weise zu finden; nur muss der Vorgang etwas abgeändert werden.

Man legt zunächst einen Schnitt $s_1 s_1$ durch O_4, D_4 und U_3 und wählt den Schnittpunkt C der beiden ersteren zum Drehpunkte. Der Hebelarm von U_3 lässt sich leicht abgreifen oder berechnen und beträgt, auf Grund der Bemerkung auf S. 78 nach Decimetern abgerundet, $3{,}2$ m. Dann gilt: $0 = - U_3 \cdot 3{,}2 + 3{,}5\,P \cdot 8 - P \cdot 2 - P \cdot 4 - P \cdot 6$ oder $U_3 = 5\,P$.

O_4 und D_4 findet man in gleicher Weise, indem man den Schnittpunkt von D_4 und U_3 bezw. von O_4 und U_3 zum Drehpunkte wählt.

Nun führt man einen Schnitt $s_2 s_2$ durch O_3, D_2, D_3 und U_3. Weil U_3 schon berechnet ist, treten an diesem Schnitte nun drei unbekannte Spannkräfte auf. Um beispielsweise D_2 zu berechnen, benutzt man den Schnittpunkt C von O_3 und D_3 als Drehpunkt und behandelt die schon bekannte Spannkraft U_3 in der Momentengleichung wie eine gegebene Kraft. Der Hebelarm von D_2 wird $1{,}3$, und es gilt:

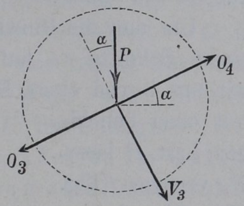
$$0 = - D_2 \cdot 1{,}3 - U_3 \cdot 3{,}2 + 3{,}5\,P \cdot 8 - P \cdot 4 - P \cdot 6, \quad \text{mithin}$$
$$D_2 = 1{,}54\,P.$$

Für die Berechnung von O_3 dient der Schnittpunkt von D_2 und D_3, für die von D_3 der Schnittpunkt von D_2 und O_3 zum Drehpunkte.

An dem Schnitte $s_3 s_3$ kommen die Spannkräfte O_3, D_2, V_2 und U_2 vor, von denen nur noch V_2 unbekannt; wählt man A zum Drehpunkte, so verschwinden O_3 und U_3 aus der Momentengleichung, und die bekannte D_2 wird wie eine gegebene Kraft behandelt.

Ein schräger Schnitt durch O_3, V_3, D_4 und U_3 und die Wahl des Punktes C zum Drehpunkte führt nun auch leicht zu der einzigen noch fehlenden Spannkraft V_3, jedoch erkennt man leicht, dass V_3, ebenso wie V_1, gleich $- P \cos \alpha$ sein muss. Führt man nämlich um den oberen Endpunkt von V_3 einen kreisförmigen Schnitt, so trennt man dadurch das in Fig. 96 besonders gezeichnete Stück aus dem Träger heraus. Dieses muss unter Einwirkung der Kräfte P, O_3, O_4 und V_3 im Gleichgewichte sein. Zerlegt man aber P nach der Richtung von V_3 und rechtwinklig dazu in $P \cos \alpha$ bezw. $P \sin \alpha$, so muss in ersterer Richtung stattfinden:

Fig. 96.



$$P \cos \alpha + V_3 = 0 \quad \text{oder}$$

$$V_3 = - P \cos \alpha .$$

(Für V_1 gilt dieselbe Figur.) Nach diesen Angaben kann es dem Leser keine Schwierigkeiten machen, die sämmtlichen Spannkräfte der linken Hälfte des Wiegmannschen Dachträgers zahlenmässig auszurechnen. Dem Anfänger ist dringend zu rathen, nach Führung eines Schnittes das links davon befindliche Trägerstück jedes Mal mit den daran auftretenden Kräften besonders aufzuzeichnen, weil dadurch die sichere Aufstellung der Momentengleichung sehr erleichtert wird.

c) Ungünstigste Belastungsart.

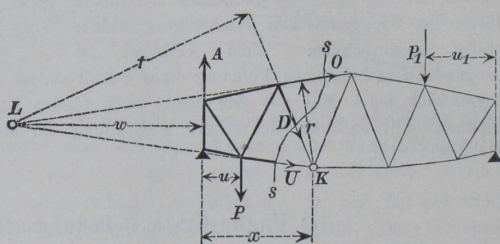
In den vorstehend berechneten Beispielen wurde nur eine bestimmte Belastungsart vorausgesetzt, es wurde angenommen, dass jeder Belastungspunkt eine Last P trage, die aus der stärksten überhaupt vorkommenden Belastung der Dachfläche abgeleitet ist. Diese Voraussetzung trifft für die zwei eben behandelten Dachträger zu, wie S. 84/85 sich erweisen wird. Für anders gestaltete Fachwerke trifft sie aber nicht allgemein zu, vielmehr wird sich zeigen, dass in manchen Stäben des Fachwerks die Entlastung gewisser Knotenpunkte eine Vergrösserung der Spannkräfte herbeiführen kann.

Es muss deshalb unterschieden werden zwischen der ständigen Belastung, die von dem Eigengewichte des Bauwerks und aller damit fest verbundenen Theile herrührt, und der beweglichen Belastung, die bei Dachträgern aus dem Gewichte einer Schneelage und dem Drucke des Windes, bei Brückenträgern aus dem Gewichte der die Brückenbahn befahrenden Lokomotiven, Wagen u. dergl. oder von dem Gewichte der auf der Brücke Platz findenden Menschen (Menschengedränge) und Thiere besteht. Beide Arten von Belastungen sollen annäherungsweise als gleichförmig vertheilt angesehen werden; die ständige Last werde mit g, die bewegliche Last mit p für die Längeneinheit des Trägers bezeichnet, so dass, wenn der wagerechte Abstand der Lastpunkte $= \lambda$ ist, die ständige

Knotenlast $G = g\lambda$, die bewegliche Knotenlast $P = p\lambda$ wird. Die Lasten G sind stets vorhanden, die Lasten P können auch fehlen. Jede Knotenlast kann daher entweder nur aus G, oder aus $G + P$ bestehen.

Um nun die Einwirkung beweglicher Lasten auf die an irgend einem Schnitte ss auftretenden Spannkräfte zu erkennen, denken wir uns irgend einen Knotenpunkt links bezw. rechts vom Schnitte mit einer beliebigen Last P bezw. P_1 versehen (Fig. 97). Diese beiden Lasten treten in den Momentengleichungen, die man etwa für das links vom Schnitte liegende Trägerstück aufstellt, in verschiedener Weise auf: beide liefern einen Beitrag zu dem Auflagerdrucke A und haben hierdurch mittelbar Einfluss auf die Spannkräfte des Schnittes; die linksseitige Last P gehört aber zu den am betrachteten Trägerstücke wirkenden Kräften und erscheint als solche auch noch unmittelbar in der Momentengleichung, während dies für P_1 nicht zutrifft. Aus diesem Grunde müssen Lasten links und rechts vom Schnitte bestimmt aus einander gehalten werden. Die beliebigen Knotenlasten P und P_1 zu beiden Seiten des Schnittes seien um u und u_1 vom linken bezw. rechten Auflager entfernt. Dann ist der linksseitige Auflagerdruck

Fig. 97.



$$1) \qquad A = P\frac{l-u}{l} + P_1\frac{u_1}{l} = P - P\frac{u}{l} + \frac{P_1 u_1}{l}.$$

Zur Berechnung der Spannkraft O im Obergurt dient der Punkt K des Untergurtes im Abstande x von der linksseitigen Auflager-Lothrechten als Drehpunkt, und es gilt die Momentengleichung

$$0 = Or + Ax - P(x-u) \quad \text{oder nach Gl. 1:}$$

$$-Or = Px - P\frac{u}{l}x + P_1\frac{u_1}{l}x - Px + Pu,$$

woraus sich

$$-Or = Pu\left(1 - \frac{x}{l}\right) + P_1 u_1 \frac{x}{l}$$

ergiebt. Da nun $x \leqq l$, so haben die beiden Glieder der rechten Seite übereinstimmende Vorzeichen. Zu der Druckkraft $-O$ in irgend einem Theile des Obergurtes tragen also Lasten links und rechts vom Schnitt in übereinstimmender Weise bei. Gleiches findet man leicht bezüglich der Zugkraft U im Untergurt. Die Zugkräfte im Obergurt und die Druckkräfte im Untergurt werden daher am grössten, wenn alle Lastpunkte möglichst stark belastet sind.

Für die Strebe D liegt der Drehpunkt L im Schnittpunkte der Richtungen der vom Schnitte mitgetroffenen Gurtstücke. Die Momentengleichung lautet:

$$0 = Dt - Aw + P(w + u), \quad \text{mithin}$$

$$Dt = Pw - \frac{Pu}{l} w + \frac{P_1 u_1}{l} w - Pw - Pu$$

$$= -Pu\left(1 + \frac{w}{l}\right) + P_1 u_1 \frac{w}{l}.$$

Hiernach liefern die Lasten P und P_1 zu D Beiträge von entgegengesetztem Vorzeichen. Eine Last rechts vom Schnitt erzeugt in der Strebe Zugkraft und umgekehrt. Belastungen links und rechts vom Schnitte vermindern sich also gegenseitig in ihrer Wirkung. Soll nun die Zugkraft in den Streben so gross wie möglich werden, so muss man die Lasten von positivem Einflusse, d. h. die rechtsseitigen, möglichst gross machen, und umgekehrt. Rechts vom Schnitte wird man daher die Lastpunkte durchweg mit ständiger und beweglicher, $G + P$, links vom Schnitte nur mit ständiger Last G versehen. Die Druckkraft in den Streben wird am grössten bei entgegengesetzter Belastung, d. h. wenn links vom Schnitte volle Lasten $G + P$, rechts nur ständige Lasten G wirken. Solche Anordnung der Lasten nennen wir einseitige Belastungen. Dies gilt für eine von links nach rechts fallende Strebe; für eine nach rechts ansteigende ist alles entgegengesetzt, weil das Moment einer solchen Strebe entgegengesetzten Drehsinn zeigt. Liegt der Schnitt näher an dem rechtsseitigen Auflager, so kann der Drehpunkt L rechts von der Spannweite liegen. Dies ändert aber, wie man leicht findet, nichts an den vorstehenden Ergebnissen; diese bleiben gültig, so lange der Drehpunkt ausserhalb der Spannweite AB liegt.

Anders verhält sich die Sache, wenn der Drehpunkt L für eine Strebe im Innern der Spannweite liegt (Fig. 98). Dann ist

$$0 = -Dt + Aw + P(u - w),$$

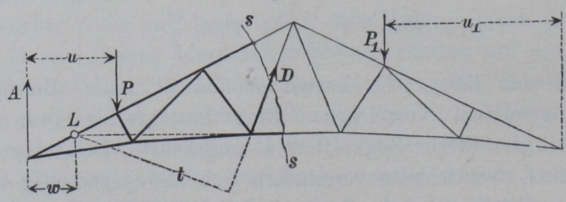
oder mit Benutzung von Gl. 1:

$$Dt = Pw - \frac{Pu}{l}w + \frac{P_1 u_1}{l}w + Pu - Pw$$

$$= Pu\left(1 - \frac{w}{l}\right) + P_1 u_1 \frac{w}{l}.$$

Weil bei der jetzt angenommenen Lage von L die Länge w stets $\leqq l$, so werden in der letzten Gleichung beide Glieder der rechten Seite positiv, so dass nun, wie bei den Gurtstäben, Lasten

Fig. 98.



links und rechts vom Schnitte Wirkungen von übereinstimmendem Vorzeichen hervorbringen. Ob eine bestimmte Last in einer bestimmten Strebe gerade Zug oder Druck erzeugt, ist für deren Abmessung nicht entscheidend. Es kommt nur darauf an, zu wissen, ob ein Stab auf volle oder auf einseitige Belastung berechnet werden muss. Im letzteren Falle sind dann in der Regel zwei Belastungsfälle zu untersuchen: in dem einen befindet sich bewegliche Belastung nur auf der linken Seite, im anderen nur auf der rechten Seite. Für Ständer, die nur besondere Fälle von Streben sind, gelten dieselben Gesetze.

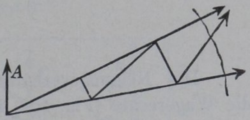
Bei den meisten Fachwerkformen liegt der für die Wandglieder (Streben und Ständer) massgebende Drehpunkt ausserhalb der Spannweite; der andere Fall kommt seltener vor.

Daher hat man den Satz:

Die Spannkräfte der Wandglieder eines einfachen Fachwerkträgers auf zwei Stützen sind, wenn der massgebende Drehpunkt **ausserhalb** der Spannweite liegt, auf einseitige Belastung (das eine Mal rechts, das andere Mal links vom Schnitte) zu berechnen; wenn aber der Drehpunkt zwischen die Auflager-Lothrechten fällt, so muss die Berechnung (wie bei den Gurten) für volle Belastung erfolgen.

Fällt der Drehpunkt in die linksseitige Auflager-Lothrechte, so ist dies ein Grenzfall, der nach Belieben zu der einen oder anderen Gruppe von Fällen gerechnet werden kann. Man würde hiernach die betreffende Strebe auf einseitige oder auch auf volle Belastung berechnen dürfen. Beide Berechnungen führen nämlich zu dem gleichen Ergebnisse. Irgend eine Last P_1 rechts vom Schnitt wirkt auf den linksseitigen Abschnitt nur mittelbar durch seinen Beitrag zu dem Auflagerdruck A ein (s. S. 82). Da aber der Auflagerdruck A in Bezug auf den in seiner Richtungslinie liegenden Drehpunkt das Moment Null hat, so haben rechtsseitige Lasten auf die betreffende Strebe D überhaupt keinen Einfluss (Fig. 99); eine einseitige Belastung links vom Schnitte hat deshalb dieselbe Wirkung, wie eine volle Belastung; und da die Rechnung mit voller Belastung bequemer ist, so kann man diese, die für die Gurtkräfte massgebend war, auch für Ständer und Streben verwenden. Die für volle Belastung durchgeführte Berechnung des in Fig. 87, S. 74 und Fig. 95, S. 80 dargestellten Dachträgers war daher richtig. Für die Streben des Mittelfaches aber musste volle Belastung vorgenommen werden, weil für diese der Drehpunkt zwischen den Auflager-Lothrechten liegt. Über schiefe Belastungen durch Winddruck s. Keck, Graphische Statik, S. 70.

Fig. 99.

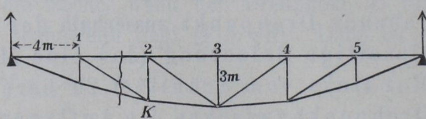


d) Parabolischer Fachwerkträger.

Beispiel: Parabolischer Fachwerkträger von $l = 24^{\text{m}}$ Spannweite und $h_m = 3^{\text{m}}$ Höhe in der Mitte. Der Obergurt sei gerade, der Untergurt einer Parabel eingeschrieben. Die Spannweite sei durch Ständer in sechs gleiche Fache von der Länge $\lambda = 4^{\mathrm{m}}$ getheilt (Fig. 100). Für die Ständerhöhen h gilt dann die Parabelgleichung (s. Theil 1, S. 183)

$$h = \frac{4\,h_m}{l^2}\,x\,(l - x)\,,$$

Fig. 100.



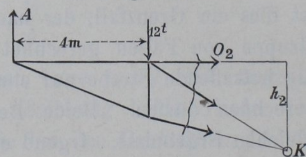
wenn x der Abstand eines Ständers von einem Auflager.

Für $x = 4 \quad 8 \quad 12$

wird $h = 1^2/_3 \quad 2^2/_3 \quad 3\,.$

Für jeden der fünf Lastpunkte des Obergurts sei die ständige Last $G = 2000^{\mathrm{kg}} = 2^{\mathrm{t}}$, die bewegliche $P = 10\,000^{\mathrm{kg}} = 10^{\mathrm{t}}$. Es sollen beispielsweise die Spannkräfte des zweiten Faches berechnet werden (Fig. 101). Für die Gurtkräfte ist volle Belastung aller Lastpunkte mit $2 + 10 = 12^{\mathrm{t}}$ anzunehmen; dann wird der Auflagerdruck $A = {}^5/_2 \cdot 12 = 30^{\mathrm{t}}$. Für den Obergurt O_2 ist K der Drehpunkt, $h_2 = 2^2/_3{}^{\mathrm{m}}$ der Hebelarm; mithin wird aus

Fig. 101.



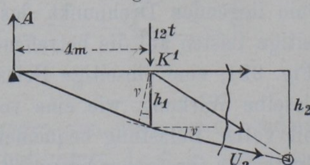
$$0 = O_2 \cdot {}^8/_3 + A \cdot 8 - 12 \cdot 4\,,$$
$$O_2 = -\,72^{\mathrm{t}}.$$

Das Neigungsverhältnis des zweiten Stückes U_2 des Untergurts gegen die Wagerechte (Fig. 102) ist

$$(h_2 - h_1) : 4 = {}^1/_4 = \operatorname{tg} \nu\,,$$

dann ist $\cos \nu = 0{,}9701$, $\sec \nu = 1{,}031$.

Fig. 102.

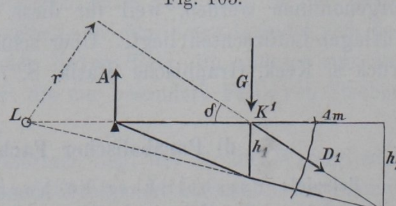


Der Drehpunkt für U_2 ist K', der Hebelarm daher $h_1 \cos \nu$; mithin wird aus

$$0 = -\,U_2 \cdot {}^5/_3 \cos \nu + A \cdot 4:$$
$$U_2 = 72 : \cos \nu = 72 \cdot \sec \nu = 74{,}23^{\mathrm{t}}.$$

Für die Strebe D_1 liegt der Drehpunkt L links von der Spannweite (Fig. 103), u. zw., weil die Neigung von U_2, d. h. $\operatorname{tg} \nu = {}^1/_4$, um $4\,h_1 = 6^2/_3 = L\,K'$ links von K', oder um $2^2/_3{}^{\mathrm{m}}$ links von A. Ist δ der Neigungswinkel von D_1, so gilt dafür $\operatorname{tg} \delta = h_2 : 4 = {}^2/_3$ und $\sin \delta = 0{,}5546$. Der Hebelarm von D_2 wird $r = L\,K' \sin \delta = 3{,}697^{\mathrm{m}}$. Die Strebe ist auf zwei verschiedene Belastungsarten zu berechnen: Bei einseitiger Belastung rechts vom Schnitte tragen sämmtliche Lastpunkte die ständige Last $G = 2^{\mathrm{t}}$, während

Fig. 103.



nur die Punkte 2 bis 5 (Fig. 100) mit beweglicher Last $P = 10^{\,t}$ bedeckt sind. Erstere liefern zu A den Beitrag $\frac{5}{2} \cdot 2 = 5^{\,t}$, letztere den Beitrag

$$(\tfrac{1}{6} + \tfrac{2}{6} + \tfrac{3}{6} + \tfrac{4}{6})\,10 = 16\tfrac{2}{3}{}^{\,t}, \quad \text{so dass}$$

$$A = 5 + 16\tfrac{2}{3} = 21\tfrac{2}{3}{}^{\,t}$$

wird. Mithin wird aus

$$0 = D_1 \cdot 3{,}697 - A \cdot 2\tfrac{2}{3} + G \cdot 6\tfrac{2}{3}$$

$$D_1 = 12{,}02^{\,t}.$$

Bei einseitiger Belastung links vom Schnitt wird

$$A' = 5 + 10 \cdot \tfrac{5}{6} = 13\tfrac{1}{3}{}^{\,t}, \quad \text{mithin aus}$$

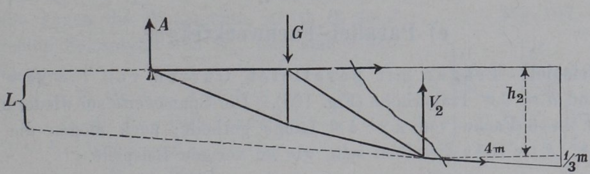
$$0 = D_1' \cdot 3{,}697 - A' \cdot 2\tfrac{2}{3} + (G + P) \cdot 6\tfrac{2}{3}$$

$$D_1' = -\,12{,}02^{\,t}.$$

Die Strebe D_1 erfährt also, wenn die Lastengruppe P sich über den Träger bewegt, Spannkräfte, die zwischen einer Zugkraft von $12{,}05^{\,t}$ und einer Druckkraft von derselben Grösse schwanken.

Die gleichen Belastungsarten gelten auch für den Ständer V_2 (Fig. 104).

Fig. 104.



Der Drehpunkt liegt um $x = h_2 \dfrac{4}{1/3} = 32^{\,m}$ links von V_2, um $24^{\,m}$ links von A.

Daher gilt für rechtsseitige Last

$$0 = -V_2\, 32 - A \cdot 24 + G \cdot 28 \quad \text{mit} \quad A = 21\tfrac{2}{3}{}^{\,t}, \text{ wie vorhin,}$$

$$\text{also} \quad V_2 = -\,14{,}5^{\,t}.$$

Für linksseitige:

$$0 = -V_2' \cdot 32 - A' \cdot 24 + (G + P) \cdot 28 \quad \text{mit} \quad A' = 13\tfrac{1}{3}{}^{\,t}, \text{ wie vorhin,}$$

$$\text{also} \quad V_2' = 0{,}5^{\,t}.$$

Die Spannkraft des Ständers schwankt demnach zwischen $0{,}5^{\,t}$ Zug und $14{,}5^{\,t}$ Druck.

Dieses Beispiel des parabolischen Trägers ist besonders geeignet, zu zeigen, welchen Fehler man begehen würde, wollte man die Wandglieder auf volle Belastung berechnen. Es wäre dann $A = 30^{\,t}$, und es würde nach Fig. 103, wenn man darin die Einzellast G durch $G + P = 12$ ersetzt, aus

$$0 = D_1 \cdot 3{,}697 - 30 \cdot 2\tfrac{2}{3} + 12 \cdot 6\tfrac{2}{3}:$$

$$D_1 = 0; \quad \text{und nach Fig. 104 aus}$$

$$0 = -\,V_2 \cdot 32 - 30 \cdot 24 + 12 \cdot 28:$$

$$V_2 = -\,12^{\,t}.$$

Für volle Belastung ist also die Strebe D_1 spannungslos, und dasselbe erhält man für sämmtliche Streben des parabolischen Trägers. In Theil 1, S. 185, wurde schon gezeigt. dass der parabolische Träger ohne Streben für volle Belastnng im Gleichgewicht ist, dass diese Stäbe nur durch eine ungleichmässige Belastung bedingt werden. Demgemäss werden nun die vorhandenen Streben bei voller Belastung spannungslos; auch haben dann die Ständer nur die Knotenlasten von oben nach den Knotenpunkten des geknickten Untergurtes zu übertragen; daraus erklärt sich der obige Werth $V_2 = -12^{\text{t}}$ für volle Belastung, den man in gleicher Weise für sämmtliche Ständer findet. Nach Theil 1, S. 184, ist $H = \frac{p\,l^2}{8\,f} = \frac{p\,l \cdot l}{8\,f}$ die wagerechte Spannkraft einer solchen Stangenverbindung; dies giebt hier, wo auf 4^{m} Länge 12^{t}, auf $l = 24^{\text{m}}$ also 72^{t} kommen:

$$H = \frac{72 \cdot 24}{8 \cdot 3} = 72^{\text{t}}.$$

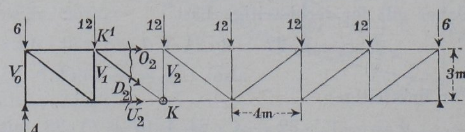
Dieser Werth gilt für die Druckkräfte in sämmtlichen Stäben des Obergurtes und ist zugleich die wagerechte Seitenkraft der Zugkräfte im Untergurte.

e) Parallel-Fachwerkträger.

Beispiel: Träger mit parallelen Gurten von $l = 24^{\text{m}}$ Spannweite und $h = 3^{\text{m}}$ Trägerhöhe (Fig. 105). Die Spannweite sei wiederum durch Ständer in 6 Fache von $\lambda = 4^{\text{m}}$ Länge getheilt; auch mögen die Lasten, $G = 2^{\text{t}}$, $P = 10^{\text{t}}$, dieselben sein, wie im vorigen Beispiele.

Für die Berechnung der Gurten ist volle Belastung sämmtlicher Lastpunkte anzunehmen, und zwar sind die Endpunkte des Obergurtes je mit der halben Last eines Faches, d. h. mit 1^{t} bezw. 5^{t} zu belasten. Dann ist $A = 3 \cdot 12 = 36^{\text{t}}$.

Fig. 105.



Für O_2 ist K der Drehpunkt, und man findet aus der Momentengleichung

$$0 = O_2 \cdot 3 + (A - 6) \cdot 8 - 12 \cdot 4:$$

$$O_2 = -64^{\text{t}}.$$

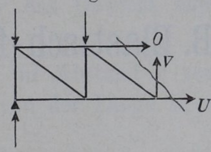
Für U_2 ist K' der Drehpunkt, und man findet aus:

$$0 = -U_2 \cdot 3 + (A - 6)\, 4$$

$$U_2 = 40^{\text{t}}.$$

Übrigens braucht man bei einem derartigen Parallelfachwerke mit Streben, die nach der Mitte hin abfallen, nur die Spannkräfte des Obergurtes zu berechnen und kann darnach diejenigen des Untergurtes ohne Weiteres angeben. Führt mun nämlich durch den Träger einen Schnitt in der Richtung der Streben (Fig. 106), so muss nach der Gleichung der wagerechten Kräfte $O + U = 0$, mithin $U = -O$ sein, oder *in einem Parallel-Fachwerke mit Ständern haben zwei Stäbe des Ober- und Untergurtes, welche zwischen demselben Strebepaare liegen, gleiche aber entgegengesetzte Spannkraft*; mithin ist $O_1 = -U_2$; $O_2 = -U_3$ u. s. f.

Fig. 106.



Da der Schnittpunkt der Gurten in unendlicher Ferne liegt, so verwendet man für die Berechnung der Wandglieder eines Parallelträgers an Stelle der Momentengleichung zweckmässig die Gleichung der lothrechten Kräfte. In dieser kommen die Gurtkräfte, weil sie wagerecht sind, nicht vor; mithin erreicht man dasselbe, was sonst mit der Momentengleichung erzielt wurde, nämlich dass man für die gesuchte Spannkraft nur mit einer einzigen Gleichung zu thun hat.

Ordnet man zur Berechnung von D_2 zunächst eine Belastung rechts vom Schnitt an, so wird der linke Auflagerdruck leicht zu $22^2/_3{}^t$ gefunden (nämlich um die ständige Last (1^t) des Endknotenpunktes mehr als auf S. 87 zur Berechnung von D_1). Ist δ der Neigungswinkel der Strebe gegen die Wagerechte, so ist $D_2 \sin \delta$ die lothrechte Seitenkraft von D_2, und man erhält (Fig. 107) aus

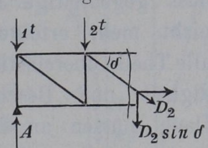
$$0 = D_2 \sin \delta - A + 1 + 2:$$

$$D_2 \sin \delta = 19^2/_3{}^t \text{ und,}$$

weil $\operatorname{tg} \delta = {}^3/_4$, $\sin \delta = 0{,}6$,

$$D_2 = 32{,}78^t.$$

Fig. 107.



Für einseitige Belastung links vom Schnitt ist $A' = 19^1/_3{}^t$; und aus $0 = D_2' \sin \delta - A + 6 + 12$ findet man leicht

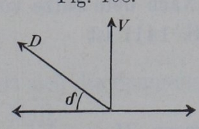
$$D_2' \sin \delta = 1^1/_3{}^t; \quad D_2' = 2{,}22^t.$$

Die Spannkraft der Strebe D_2 schwankt also zwischen den Zugkräften 2,22 und $32{,}78^t$; Druckkraft erfährt sie nicht.

Die Spannkräfte der Ständer lassen sich beim Parallel-Fachwerk auf die der Streben zurückführen. Führt man nämlich um einen Knoten des unbelasteten Gurtes (hier also des unteren) einen kreisförmigen Schnitt (Fig. 108) und wendet auf den herausgeschnittenen Theil die Gleichung der lothrechten Kräfte an, so kommen in dieser nur V und D vor, und es muss

$$V + D \sin \delta = 0 \quad \text{oder} \quad V = -D \sin \delta \text{ sein.}$$

Fig. 108.



Am Knotenpunkte K des Untergurtes (Fig. 105) treffen D_2 und V_2 zusammen, mithin wird $V_2 = -D_2 \sin \delta = -19^2/_3{}^t$, $V_2' = -1^1/_3{}^t$. Der Ständer V_2 erfährt also eine **Druck**kraft, die zwischen $1^1/_3$ und $19^2/_3{}^t$ schwankt. Eine eingehendere Behandlung erfahren die Fachwerke in Keck, Vorträge über Elasticitätslehre und über Graphische Statik.