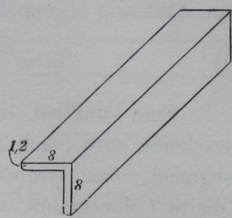
Querschnitt des Balkens der I-Form zu nähern (Fig. 45). Die lothrechte Wand möge 1 cm stark, 96 cm hoch sein. Darauf und darunter legt man sog. Gurten aus Flacheisen von 25 cm Breite und 2 cm Dicke. Um aber diese drei, eine I-Form bildenden Theile fest mit einander zu verbinden, verwendet man sog. Winkeleisen in der Form der Fig. 44, welche zum Zusammennieten rechtwinklig an einander stossender Platten dienen. Der Querschnitt des hier zu verwendenden Winkeleisens ist durch die Mafse 8 cm, 8 cm und 1,2 cm bestimmt; bei der Bezeichnung schreibt man diese kennzeichnenden Mafse wie Faktoren hinter einander (L 8 · 8 · 1,2 cm), womit aber selbstverständlich keine Multiplikation angedeutet werden soll. Die lothrechten Schenkel der beiden Winkeleisen werden mit der lothrechten Wand, die wagerechten mit den Gurten durch Niete verbunden. Die Niete bedingen Nietlöcher von 2,2 cm Durchmesser, deren Querschnitt bei der Berechnung des Trägheitsmomentes abgezogen werden muss. Die lothrechten und wagerechten Niete fallen nicht in den gleichen Querschnitt; daher brauchen wir nur die lothrechten Löcher abzuziehen. Hiernach ergiebt sich für die Berechnung des Trägheitsmomentes J der Querschnitt Fig. 45. Der Ansatz macht sich verhältnismässig bequem, wenn man die einzelnen Theile als Differenzen von Rechtecken ansieht.

Fig. 44.



Die Mittelwand bildet ein volles Rechteck von 1 cm Breite, 96 cm Höhe und dem Trägheitsmomente . . . . . $^1/_{12} \cdot 1 \cdot 96^3 =$ 73 728.

Die lothrechten Schenkel denken wir uns bis zu den Gurten reichend und an einander geschoben; von dem Rechteck von 2,4 cm Breite und 96 cm Höhe denken wir uns ein solches von 80 cm Höhe abgezogen; mithin ist der Beitrag $^1/_{12}\, 2{,}4\, (96^3 - 80^3) =$ 74 547.

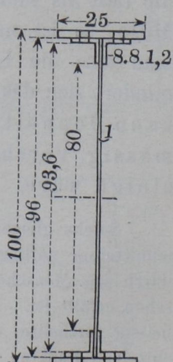
Von jedem wagerechten Schenkel bleibt dann noch $8 - 1{,}2 - 2{,}2 = 4{,}6$ cm Breite mit den Höhen 96 bezw. 93,6 cm, mithin ist der Beitrag . . . . . $^1/_{12}\, 9{,}2\, (96^3 - 93{,}6^3) =$ 49 611.

Die Gurten endlich liefern

$^1/_{12}\, (25 - 4{,}4)\, (100^3 - 96^3) =$ 197 870.

Das gesammte Trägheitsmoment ist 395 756.

Fig. 45.



Das Widerstandsmoment demnach

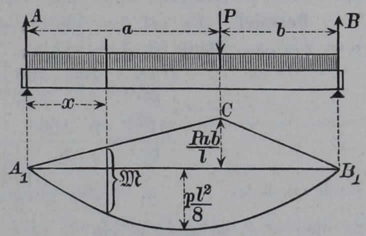
$$\mathfrak{W} = 395\,756 : 50 = 7915.$$

Ist p die zulässige Belastung auf 1 cm Länge, so wird mit $\sigma = 700$ at: $p\,\dfrac{1000^2}{8} = 7915 \cdot 700$, mithin $p = 44$; die zulässige Gesammtlast pl einschliesslich des eigenen Gewichts ist also 44 000 kg.

g) Balken auf zwei Stützen mit gleichmässiger Belastung und mit Einzellasten.

Bei dem Zusammenwirken einer Einzellast mit stetiger Belastung addiren sich die für jeden Einzelfall bestimmten Momente. Man vereinigt sie am einfachsten, indem man die Momentenflächen der beiden Einzelfälle nach verschiedenen Seiten von der Achse $A_1 B_1$ (Fig. 46) aufträgt; die Gesammt-Ordinate ist dann $\mathfrak{M}$. Die Figur lässt ohne Weiteres erkennen, dass, wenn $a > b$, das grösste Moment nicht auf der Strecke b liegen kann; denn von B_1 bis nach der Stelle C der Einzellast wachsen beide Momenten-Ordinaten. Geht man über C hinaus weiter nach links, so nimmt die obere Ordinate ab, die untere zu. Das grösste Moment liegt also entweder im Punkte C, oder zwischen C und der Mitte. Sind die Momentenflächen genau gezeichnet, so kann man das grösste Moment leicht abgreifen. Allgemein findet man es durch Rechnung in folgender Weise:

Fig. 46.



Für irgend einen Schnitt der Strecke a (im Abstande x von A) ist das Moment

1) $$\mathfrak{M} = Ax - {}^1/_2\, p x^2.$$

Diese Funktion erreicht einen Grösstwerth für

$$d\mathfrak{M} : dx = A - px = 0, \text{ d. h. für}$$

2) $$x = x_1 = \frac{A}{p}.$$

Da nun $$A = \frac{pl}{2} + P\frac{b}{l}, \text{ so ist}$$

3) $$x_1 = \frac{l}{2} + \frac{Pb}{pl},$$

also $x_1 > {}^1/_2\, l$. Setzt man den Werth der Gl. 2 in Gl. 1 ein, so entsteht

4) $$\mathfrak{M}_{max} = \frac{A^2}{p} - \frac{A^2}{2p} = \frac{A^2}{2p}.$$

Diese Grösse ist aber nur gültig, so lange $x_1 \leqq a$, weil rechts von C die Momentengleichung 1 nicht mehr gilt.

Gl. 4 ist also nur benutzbar für $A/_p \leqq a$, d. h. für $A \leqq pa$ oder

5) $$\frac{Pb}{pl} \leqq a - \frac{l}{2}.$$

Ist die Bedingung 5 nicht erfüllt, so giebt es für $\mathfrak{M}$ kein analytisches Maximum (mit einer Abgeleiteten = Null), sondern einen grössten absoluten Werth bei $x = a$, nämlich

6) $$\mathfrak{M}_1 = Aa - \frac{pa^2}{2} = ab\left(\frac{p}{2} + \frac{P}{l}\right).$$

Beispiel. Es sei $l = 500$ cm; $a = 300$ cm; $b = 200$ cm; $P = 100$ kg; $p = 2$ kg/cm. Dann ist $A = 540$ kg;

$$\frac{Pab}{l} = \frac{100 \cdot 300 \cdot 200}{500} = 12\,000 \text{ cmkg}.$$

$$\frac{pl^2}{8} = \frac{2 \cdot 500^2}{8} = 62\,500 \text{ cmkg}.$$

Nach Gl. 3 ist $$x_1 = 250 + \frac{100 \cdot 200}{2 \cdot 500} = 270 \text{ cm};$$

da dies $< a$, so giebt es ein

$$\mathfrak{M}_{max} = \frac{A^2}{2p} = \frac{540^2}{4} = 72\,900 \text{ cmkg}.$$

Ist aber unter sonst gleichen Verhältnissen $P = 1000$ kg, so wird

$$A = 900 \text{ kg}; \quad \frac{Pab}{l} = 120\,000 \text{ cmkg}.$$

$$x_1 = 250 + \frac{1000 \cdot 200}{2 \cdot 500} = 450;$$

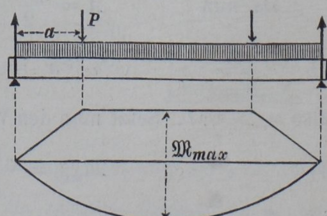
da dies $> a$, so findet sich das grösste Moment an der Stelle der Einzellast und beträgt nach Gl. 6:

$$\mathfrak{M}_1 = 300 \cdot 200 \left(1 + \frac{1000}{500}\right) = 180\,000 \text{ cmkg}.$$

Durch Skizzirung der Momentenflächen erkennt man ebenfalls leicht die Stelle des grössten Momentes.

Sind zwei gleiche, symmetrisch liegende Lasten P nebst einer gleichförmig vertheilten Last p vorhanden (Fig. 47), so liefern die Einzellasten ein Trapez von der Höhe Pa, die gleichförmig vertheilte Last eine Parabel von der Pfeilhöhe $^1/_8\,pl^2$ als Momentenfläche. Das grösste Moment liegt dann in der Mitte und hat den Werth

Fig. 47.



7) $$\mathfrak{M}_{max} = Pa + {}^1/_8\,pl^2.$$