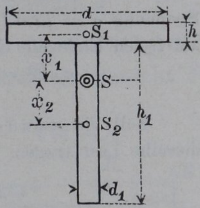
Sicherheit in der gezogenen Randschicht ebenso gross wird wie in der gedrückten, dass also $\sigma' : \sigma'' = 3 : 8$, also auch $e' : e'' = 3 : 8$. Das führt auf unsymmetrische Formen, von denen wir beispielsweise den T-Querschnitt (Fig. 30) betrachten wollen. Die breite Seite muss die gezogene (konvexe) werden.

Fig. 30.



Sind x_1 und x_2 die Abstände der Theilschwerpunkte S_1 und S_2 der Rechtecke $d \cdot h$ und $d_1 h_1$ vom Gesammt-Schwerpunkte S, so ist $d \cdot h x_1 = d_1 h_1 x_2$ und $x_1 + x_2 = {}^1\!/_2 (h + h_1)$; daraus

$$16)\qquad x_1 = \frac{d_1 h_1 (h + h_1)}{2(d \cdot h + d_1 h_1)} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{d \cdot h (h + h_1)}{2(d \cdot h + d_1 h_1)}.$$

Das Trägheitsmoment in Bezug auf die Nulllinie wird dann als Summe der Beiträge der beiden Rechtecke

$$J = {}^1\!/_{12}\, d \cdot h^3 + d \cdot h x_1{}^2 + {}^1\!/_{12}\, d_1 h_1{}^3 + d_1 h_1 x_2{}^2,$$

wofür man (nach Theil 1, S. 275, Gl. 25) auch schreiben kann

$$17)\qquad J = \frac{1}{12}(d \cdot h^3 + d_1 h_1{}^3) + \frac{d \cdot h \cdot d_1 h_1}{d \cdot h + d_1 h_1}\left(\frac{h + h_1}{2}\right)^2.$$

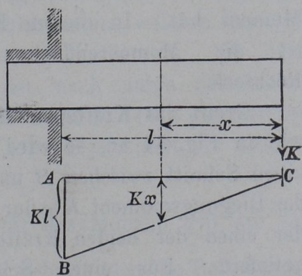
$$18)\qquad \mathfrak{W}' = J : e' \quad \text{und} \quad \mathfrak{W}'' = J : e''$$

sind hier ungleich gross.

c) Darstellung der Veränderlichkeit des Biegungsmomentes.

Für Balken oder Stäbe überall gleichen Querschnitts ist auch $\mathfrak{W}$ überall gleich, mithin die stärkste Spannung σ an verschiedenen Schnitten verhältnisgleich mit dem Biegungsmomente. Die Veränderlichkeit des letzteren pflegt man bildlich darzustellen.

Fig. 31.



Wird der eingespannte Balken (Fig. 31) am freien Ende von einer Last K ergriffen, so ist für einen beliebigen Schnitt im Abstande x von K das Biegungsmoment $\mathfrak{M} = Kx$, dargestellt durch die Gerade CB. Die Figur ACB heisst Momentenfläche. Das grösste Moment gilt daher für die Einspannungsstelle

$$\mathfrak{M}_1 = Kl.$$

Beispiel: Für einen Holzbalken von rechteckigem Querschnitte sei $l = 2^{\mathrm{m}} = 200^{\mathrm{cm}}$, $d = 12$, $h = 24^{\mathrm{cm}}$; für Holz ist wegen der Spannungen an der Elasticitätsgrenze, Zug 250, Druck 170^{at}, die letztere massgebend; wählt man etwas mehr als zweifache Sicherheit, indem man als zulässige Spannung $\sigma = 75^{\mathrm{at}}$ ($< {}^1/_2 \cdot 170$) einführt, so gilt für die zulässige Belastung am freien Ende die Gleichung

$$\sigma \cdot \mathfrak{W} = Kl, \quad \text{mithin, da nach S. 22 } \mathfrak{W} = 1152,$$
$$K = 75 \cdot 1152 : 200 = 432^{\mathrm{kg}}.$$

Soll ein runder Schmiedeisenstab bei 700^{at} stärkster Spannung dieselbe Last tragen, so gilt für seinen Halbmesser r die Gleichung

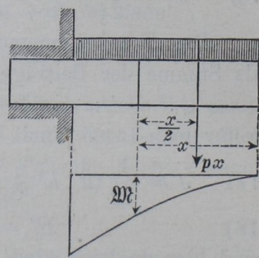
$$432 \cdot 200 = 700 \frac{r^3 \pi}{4}, \quad \text{woraus } r = 5{,}4^{\mathrm{cm}}.$$

Ist der Stab oder Balken gleichmässig über seine Länge belastet mit p für die Längeneinheit (Fig. 32), und führt man im Abstande x vom Ende einen Schnitt, so hat die Gesammtlast der Länge x die Grösse $p\,x$ im Abstand ${}^1/_2\,x$ vom Schnitte; mithin wird

$$\mathfrak{M} = px \cdot {}^1/_2 x = {}^1/_2 p x^2.$$

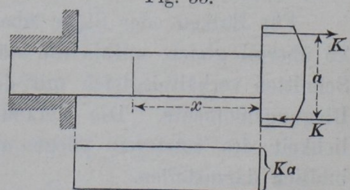
Die Darstellung davon ist eine Parabel mit lothrechter Achse, die am freien Ende des Stabes liegt. Der Parameter ist $1 : p$.

Fig. 32.



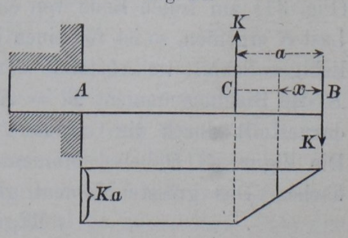
Greift am freien Ende des Stabes ein Kräftepaar vom Momente Ka (Fig. 33) an, so ist dieses auch für jeden Schnitt des Stabes das Biegungsmoment $\mathfrak{M}$, weil ein Kräftepaar in Bezug auf jeden Punkt seiner Ebene das gleiche Moment hat. In diesem Falle ist die Momentenfläche ein Rechteck.

Fig. 33.



Greift das Kräftepaar $K \cdot a$ wie in Fig. 34 an, so wird für einen Schnitt zwischen B und C das Biegungsmoment Kx nur von der einen der beiden Kräfte K geliefert. Für einen Schnitt zwischen A und C aber liegen beide Kräfte K an dem abge-

Fig. 34.

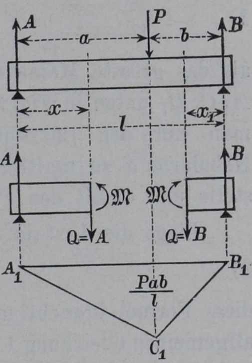


schnittenen Stücke und bilden ein Kräftepaar $\mathfrak{M} = Ka$. Die Momentenfläche hat daher die unten in Fig. 34 gezeichnete Form.

d) Balken auf zwei Stützen mit einer Einzellast.

Ein Balken auf 2 Stützen im Abstande l von einander (Fig. 35) sei in den Abständen a und b von den Stützen durch ein Gewicht P belastet. Es entstehen an den Auflagern Widerstände A und B, die man (nach Theil I, S. 162) leicht findet, indem man die Momenten-Gleichung in Bezug auf B bezw. A aufstellt.

Fig. 35.



Es wird

$$A = P\frac{b}{l};\ B = P\frac{a}{l}.$$

Unter Einwirkung der Kräfte P, A und B muss der Balken im gebogenen Zustande im Gleichgewichte sein. Nach S. 19 vernachlässigen wir aber die Biegung bei der Aufstellung der Gleichgewichts-Bedingungen. Führen wir im Abstande x von A einen Schnitt, so müssen beide Theile des Balkens im Gleichgewichte sein. Welches der beiden Stücke wir betrachten, ist im Grunde gleichgültig; der Einfachheit wegen wählt man meist dasjenige, an dem die wenigsten Kräfte vorkommen, in vorliegendem Falle das linksseitige, welches in der Figur besonders herausgezeichnet ist. Die Kraft A verlangt eine innere Querkraft $Q = A$ (abwärts); diese bildet mit A ein Kräftepaar, das Biegungsmoment $\mathfrak{M} = Ax$ mit dem Sinne rechts herum, welches ein entgegengesetzt drehendes Spannungsmoment hervorruft. In dem Balken liegen also, wie schon aus der nach unten gerichteten Durchbiegung folgt, die gezogenen Schichten unten. (Ein gusseiserner Balken unsymmetrischen Querschnitts müsste jetzt mit der breiten Seite nach unten liegen $\perp$.)

Die Formel $\mathfrak{M} = Ax = P\frac{b}{l}x$ für das Moment gilt nur für Schnitte links von der Last. Sobald der Schnitt über die Belastungsstelle hinaus rückt, kommt plötzlich die Last P links vom Schnitte zu liegen, wodurch sich eine Unstetigkeit in der Veränderlichkeit