übertragen und sind von der Form: Flächengrösse mal Kraft für die Flächeneinheit. Zu diesen gehören namentlich die inneren Kräfte fester und flüssiger Körper.

A. Gleichgewicht elastisch-fester Körper.

I. Allgemeines.

Ein elastisch-fester Körper ist im Gleichgewichte, wenn seine sämmtlichen Punkte sich im Gleichgewichte befinden, und dies verlangt, wie bei starrren Körpern, dass der Körper entweder ruht oder eine gleichförmige geradlinige Verschiebung ausführt; auch darf der Körper keine Formänderungen mehr erfahren, vielmehr muss die den inneren Spannungen entsprechende Form bereits vorhanden sein.

Liegt ein solcher Gleichgewichtszustand vor, so ist die Bedingung dafür nach S. 4, dass die äusseren Kräfte des Körpers den Gleichgewichtsgleichungen für starre Körper genügen müssen. Diese Gleichgewichts-Bedingungen werden auch zur Ermittelung der inneren Spannkräfte benutzt, indem man durch den Körper einen Schnitt führt und für einen der erhaltenen Abschnitte die Gleichgewichts-Bedingungen aufstellt. Denn es muss ja, wenn der ganze Körper sich im Gleichgewichte befindet, auch jeder Theil desselben im Gleichgewichte sein. Bei dieser Untersuchung muss man an der Schnittstelle den vorherigen Zusammenhang durch Spannkräfte ersetzen. Diese Spannkräfte, die für den unzertrennten Körper innere Kräfte bedeuteten, gelten für die Betrachtung eines Abschnittes als äussere Kräfte und sind in den Gleichgewichts-Gleichungen mit aufzuführen.

Das Gleichgewicht ist nur möglich, wenn der Körper durch die äusseren Kräfte nicht zerstört wird, d. h. wenn die Spannung an keiner Stelle die Grenze der Festigkeit erreicht. Soll ein Körper aber dauernd im Gleichgewichte bleiben, so darf seine Spannung die Elasticitätsgrenze keinenfalls überschreiten. Es würden sonst bleibende Formänderungen entstehen, die gewöhnlich nicht zulässig sind. In den meisten Fällen der Anwendung ist die Belastung eines Körpers mehr oder weniger veränderlich. Die Erfahrung lehrt, dass, wenn ein Körper häufig über die Elasticitätsgrenze hinaus belastet wird, die Formänderungen allmählich wachsen und endlich zur Zerstörung führen.

Bei der Berechnung der zulässigen Belastung eines Körpers oder der erforderlichen Abmessungen bei gegebener Belastung darf man aber noch nicht einmal die Spannung an der Elasticitätsgrenze zu Grunde legen, sondern muss als zulässige Spannung einen kleineren Werth einführen, der meist nur aus der Erfahrung gewonnen werden kann. Einerseits sind nämlich die Stoffe der Körper der Abnutzung, dem Rosten, der Fäulnis u. dgl. unterworfen und erleiden deshalb Einbusse an ihrer Festigkeit. Sodann aber sind die Theile eines Bauwerkes oder einer Maschine häufig Erschütterungen und Stössen ausgesetzt, welche Schwingungen der elastischen Körper zur Folge haben. Derartige Schwingungsbewegungen sind nun stets ungleichförmig, bedeuten daher Abweichungen vom Gleichgewichtszustande. Viele Maschinentheile führen auch planmässig beschleunigte Bewegungen aus. Die Spannungen, die in solchen Körpern wirklich auftreten, lassen sich häufig nur sehr schwer ermitteln. Man führt daher eine Berechnung unter Annahme des Gleichgewichts (eine statische Berechnung) aus, welche die Spannungen kleiner angiebt, als sie wirklich sind, welche also bei Zugrundelegung der Elasticitätsgrenze als zulässiger Spannung zu geringe Querschnitts-Abmessungen liefern würde. Den auf diese Weise entstehenden Fehler kann man dadurch wieder ausgleichen, dass man als die in die Rechnung einzuführende Spannung σ nicht die Elasticitätsgrenze, sondern nur den $n$ten Theil derselben annimmt. Die Zahl n nennt man dann die Sicherheit gegen Überschreitung der Elasticitätsgrenze. Wäre die auf solche $n$fach kleinere Spannung gegründete Rechnung richtig, so würde thatsächlich nur $1/n$ der Spannung an der Elasticitätsgrenze erreicht werden. In Wirklichkeit aber bezeichnet die Zahl $1/n$ nur den Grad der Genauigkeit der Rechnungsgrundlagen für eine Gruppe von Fällen. Die Zahl n ist durch die Erfahrung an die Hand gegeben und beträgt je nach der Art des Bau- oder Maschinentheiles 1,6, 2, 2,5, 3, 4 u. dgl. Rechnet man mit diesen Sicherheitsverhältnissen, so kann man annehmen, dass die wirkliche Spannung im ungünstigsten Falle bis nahe an die Elasticitätsgrenze herantreten wird. Je genauer man einen Fall zu berechnen vermag, desto mehr kann sich die Zahl n der Einheit nähern. So pflegt man für Bauverbände aus Stabeisen, dessen Spannung an der Elasticitätsgrenze etwa 1600^{at} beträgt, 700 bis 1000^{at} als zulässige Spannung σ einzuführen, indem man annimmt, dass die wahren Spannungen 1,6 bis 2,3 Mal so gross ausfallen werden, wie die durch statische Berechnung gefundenen. In der Wahl dieser kleinen Spannung σ liegt also keineswegs eine übermässige Ängstlichkeit, die als Verschwendung getadelt werden könnte, sondern eine durch die Erfahrung als nothwendig erkannte, gebotene Vorsicht, wenn man dem fraglichen Bauwerk einen langjährigen Bestand sichern will.

Wie gross die zulässige Spannung bei den verschiedenen Bau- und Maschinentheilen und den entsprechenden Stoffen gewählt werden darf, gehört weniger in den Rahmen der Mechanik, als in den der Lehre von den Bauverbänden und Maschinentheilen.

Beispiel 1: Eine Stange aus Stabeisen von 2^{m} Länge und $2^{cm} \times 10^{cm} = 20^{qcm}$ Querschnitt kann bei $\sigma = 700^{at}$ zulässiger Spannung eine Zugkraft von $20 \cdot 700 = 14000^{kg}$ aufnehmen. Die entsprechende Dehnung beträgt $\varepsilon = 700 : 2000000 = 7 : 20000 = 0{,}00035$. Will man die Verlängerung Δl in ^{cm} haben, so drücke man die Länge l in Centimetern $= 200^{cm}$ aus, um zu erhalten

$$\Delta l = l \cdot \varepsilon = 200 \cdot 0{,}00035 = 0{,}07^{cm}.$$

Bis zur Elasticitätsgrenze würde der Stab durch eine Zugkraft $K = 20 \cdot 1600 = 32000^{kg}$ gespannt werden mit einer Verlängerung $\Delta l = 0{,}07 \cdot {}^{16}/_{7} = 0{,}16^{cm}$. Zum Zerreissen würde eine Kraft von $20 \cdot 3500 = 70000^{kg}$ erforderlich sein.

Beispiel 2: Eine ursprünglich spannungslose runde Eisenstange von 2^{cm} Durchmesser wird an den Enden festgehalten und sodann um 20^{0} C. abgekühlt. Wäre die Stange frei, so würde sie bei einer Ausdehnungsziffer von $^{1}/_{80000}$ f. 1^{0} C. eine verhältnismässige Verkürzung $= 20 : 80000 = 1 : 4000$ erfahren; Diese wird durch eine gleiche elastische Dehnung $\varepsilon = 1 : 4000$ in Folge der Befestigung aufgehoben. Daraus entsteht eine Spannung

$$\sigma = E\varepsilon = 2000000 : 4000 = 500^{at}$$

und eine Spannkraft $K = \sigma F = 500 \cdot \pi = 1570^{kg}$.

2. Zugfestigkeit hängender Stangen. Druckfestigkeit stehender Säulen.

Bei lothrecht hängenden, oben befestigten Stangen wird die Spannung σ vom Eigengewichte beeinflusst. Wirkt an der Stange