

„Auswirkungen der metallischen Strukturen von Wechselstrombahnanlagen auf die induktive Beeinflussung von Rohrleitungen“

Masterarbeit



Institut für Elektrische Anlagen und Netze
Technische Universität Graz

Vorgelegt von
Markus Roßmann, BSc

Betreuer

Dipl.-Ing. Dr.techn. Ernst Schmutzer
Dipl.-Ing. Christian Wahl, BSc

Institutsleiter: Univ.-Prof. DDipl.-Ing. Dr.techn. Robert Schürhuber

A - 8010 Graz, Inffeldgasse 18-I
Telefon: (+43 316) 873 – 7551
Telefax: (+43 316) 873 – 7553
<http://www.ifea.tugraz.at>
<http://www.tugraz.at>

Graz /05 - 2018



EIDESSTÄTTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 30.05.2018



Roßmann Markus

Kurzfassung

Infrastruktur ist die Basis für den Erfolg und das Wachstum einer Volkswirtschaft. Aufgrund des Bestrebens die Flächenversiegelung zu minimieren, kommt es zu einer Bündelung an unterschiedlichen Transportsystemen. Diese Arbeit befasst sich mit den Auswirkungen die durch ein Näheverhältnis von Wechselstrombahnanlagen (16,7 Hz) und Rohrleitungen hervorgerufen werden. Im Speziellen wird das Thema der induktiven Beeinflussung von metallischen Rohrleitungen behandelt. Damit es infolge der induktiven Beeinflussung zu keiner Personengefährdung sowie Störung des Rohrleitungssystems kommt, müssen diverse Grenzwerte eingehalten werden. Für die Praxis ist es oft ein schwieriges und aufwendiges Unterfangen den Nachweis zur Einhaltung der Grenzwerte zu erbringen. Grundsätzlich stehen dafür zwei Methoden zur Verfügung: entweder werden Messungen durchgeführt oder verschiedene Berechnungsverfahren angewendet. Beide Methoden haben ihre Vor- und Nachteile, jedoch können mit den Berechnungsverfahren Worst-Case-Szenarien leichter berücksichtigt werden. Zur Verbesserung der Genauigkeit wurde für das Institut für Elektrische Anlagen und Netze (TU Graz) ein Berechnungsmodell inklusive eines Berechnungsprogramms entwickelt. Durch Anwendung dieses Berechnungsmodells werden die von vereinfachten Berechnungsverfahren verwendeten Reduktionsfaktoren, für die Berechnung der induktiven Beeinflussung von Rohrleitungen durch Wechselstrombahnanlagen, untersucht. Im Speziellen werden die Einflüsse benachbarter metallischer Strukturen und deren Reduktionswirkung auf die Rohrpotentiale behandelt.

Abstract

Infrastructure is the basis for the success and growth of an economy. Due to the effort to minimize the soil sealing, it comes to a bundling at different transport systems. This work deals with the effects caused by a close location of AC railway systems (16.7 Hz) and pipelines. The topic of the inductive influence of metallic pipelines is dealt with. Various limit values must be observed so that the inductive influence does not endanger persons or cause premature failure of the pipeline. In practice, it is often a difficult and costly undertaking to prove compliance with the limit values. Basically, two methods are available for this: either measurements are carried out or different calculation methods are used. Both methods have their advantages and disadvantages, but worst-case scenarios can be considered using the calculation methods. To improve the accuracy, a calculation program including a calculation model was developed for the Institute of Electrical Systems and Networks (TU-Graz). By using this calculation model, the screening factors used by simplified calculation methods for the calculation of the inductive influence on pipelines by AC railway systems are investigated. The influences of metallic structures on the screening factors are discussed in this work.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemdarstellung	2
1.2	Forschungsfragen	2
1.3	Erkenntnisinteresse.....	3
1.4	Methode	3
2	Theoretische Grundlagen.....	4
2.1	Elektromagnetische Beeinflussung	4
2.1.1	Ohm'sche Beeinflussung	6
2.1.2	Kapazitive Beeinflussung.....	7
2.1.3	Induktive Beeinflussung	8
2.2	Normen	10
2.2.1	Begriffsdefinitionen	10
2.2.2	Personengefährdung	11
2.2.3	Wechselstromkorrosion	13
2.3	Leitungstheorie.....	14
2.3.1	Physikalische Grundlagen	14
2.3.2	Leitungsgleichungen.....	15
2.3.3	π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung	17
2.3.4	Leitungsgleichung bei induktiver Beeinflussung	18
2.3.5	π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung bei induktiver Beeinflussung	19
2.4	Elektrische Eigenschaften von Erdboden und Erdern	20
2.5	Elektrotechnische Leitungskenngrößen	21
2.5.1	Selbstimpedanzbelag Leiter-Erde-Schleife.....	23
2.5.2	Gegenimpedanzbelag zweier Leiter-Erde Schleifen.....	26
2.5.3	Queradmittanzbelag	27
2.6	Kettenleitermodell	29
2.7	Knotenspannungsanalyse in Matrixform	32
2.7.1	Theoretischer Aufbau	32
2.7.2	Berechnung einer induktiven Beeinflussung durch Anwendung des Kettenleitermodells und die Knotenspannungsanalyse	36
2.8	Reduktionswirkung von Kompensationsleitungen	40
2.8.1	Definition und Anwendung des Spannungsreduktionsfaktors.....	40

2.8.2	Berechnung des Spannungsreduktionsfaktors bei einer Kompensationsleitung	41
2.8.3	Berechnung des Spannungsreduktionsfaktors bei mehreren Kompensationsleitungen	42
2.9	Segmentersatzschaltbilder für induktiv gekoppelte Leiter	44
2.10	Grundsätzlicher Aufbau von Wechselstrombahnstrecken	46
3	Methode und Umsetzung	48
3.1	Aufbau des entwickelten Programms AiO	49
3.1.1	Vorbereitung Modellbildung	50
3.1.2	Modellbildung und Berechnung	50
3.2	Fallbeispiel: induktive Beeinflussung einer Rohrleitung	69
3.2.1	Beispielbeschreibung	69
3.2.2	Ersatzschaltung	72
3.2.3	Berechnen der Parameter	73
3.2.4	Setzen der Matlabvariablen	77
3.2.5	Knotenspannungsanalyse und Berechnung	80
3.2.6	Graphische Darstellung der Fallbeispielergebnisse	81
3.2.7	Verschieben der Rohrleitung	85
4	Ergebnisse	86
4.1	Szenario 1	88
4.2	Szenario 2	89
4.3	Szenario 3	91
4.4	Szenario 4	94
4.5	Szenario 5	96
4.6	Szenario 6	98
4.7	Szenario 7	100
4.8	Szenario 8	102
4.9	Schlussfolgerungen	104
5	Diskussion	105
6	Verzeichnisse	107
6.1	Literatur	107
6.2	Abbildungen	110
6.3	Tabellen	113
6.4	Diagramme	113

7	Anhang	115
7.1	Schleifenimpedanzen mit Rückleitung über Erde nach Carson.....	115
7.2	Weitere Abbildungen des begleitenden Beispiels aus Kapitel 3.1.2.....	116
7.3	Matlabfunktionen für Modellbildung.....	117
7.3.1	Skript: Testbeispiel	117
7.3.2	Funktion: AT_part	118
7.3.3	Funktion: matrix_At_leit	119
7.3.4	Funktion: matrix_Yz_leit	120
7.3.5	Funktion: matrix_abschliesen_v2.....	121
7.3.6	Funktion: fcn_matrix_auswertung	125
7.3.7	Funktion: fcn_matrix_plot_Results_v2	126
7.4	Matlabfunktionen für Fallbeispiel	128
7.4.1	Skript: Fallbeispiel.....	128
7.4.2	Funktion: parameter_berechnen.....	129
7.4.3	Funktion: selbstimpedanzbelag	131
7.4.4	Funktion: gegenimpedanzbelag.....	132
7.4.5	Funktion: queradmittanzbelag	132
7.5	Parameterdefinition für Kapitel 4	133

1 Einleitung

Österreich ist als Industrieland auf eine funktionierende und funktionelle Infrastruktur angewiesen. Das Wort Infrastruktur kommt vom lateinischen Wort *infra* „unterhalb“ und *strucutra* „Zusammenfügen“, das bedeutet so viel wie Unterbau. Jochimsen definierte 1966 Infrastruktur als Summe der materiellen, institutionellen und personalen Einrichtungen, sowie Gegebenheiten die den Wirtschaftseinheiten zur Verfügung stehen [1]. Infrastruktur kann somit als eine Art Basis für Erfolg und Wachstum einer Volkswirtschaft gesehen werden.

Im März 2011 wurde von der Europäischen Kommission der „Fahrplan für den Übergang zu einer wettbewerbsfähigen CO₂-armen Wirtschaft bis 2050“ vorgestellt. Das Bestreben die Klimaerwärmung bis 2050 unter zwei Grad zu halten und trotzdem Wachstum zu ermöglichen, stellt eine besondere Herausforderung für die Zukunft dar. Dabei wird die Elektrizität eine zentrale Rolle einnehmen und bietet die Möglichkeit fossile Brennstoffe zu ersetzen. [2]

Um dieses ambitionierte Ziel zu erreichen muss das Energieversorgungssystem und der öffentliche Verkehr ausgebaut werden. Ein derartiger Ausbau führt zusammen mit dem Bestreben eines Minimums an Flächenversiegelung dazu, dass es zu einer Bündelung unterschiedlicher Transportsysteme kommt. Ein Problem kann dabei entstehen, wenn Wechselstromanlagen, wie z. B. Bahnanlagen und Freileitung, in der Nähe von Rohrleitungen (Pipelines) verlaufen. Durch diese Annäherung kann es zu einer elektrischen Beeinflussung infolge von Kopplung mit dem magnetischen, elektrischen oder dem stationären elektrischen Strömungsfeld kommen (siehe Kapitel 2.1). Aufgrund dieser Kopplung können in den Rohrleitungen Wechselspannungen auftreten, die einerseits Personengefährdungen verursachen und andererseits die Lebensdauer der Rohrleitung infolge von Wechselstromkorrosion herabsetzen. Diesbezüglich wichtige Normen für Österreich sind die TE 30 [3] und ÖVE/ÖNORM EN 50443 [4] (Personengefährdung) sowie die ÖVE/ÖNORM EN 15280 [5] (Wechselstromkorrosion) (siehe Kapitel 2.2).

Eine besondere Rolle bei der Beeinflussungsbetrachtung in der Zukunft gilt den Bahnanlagen. Unsere Ansprüche an immer höhere Reisegeschwindigkeiten und zunehmender Flexibilität, erfordern die Erhöhung von Fahrgeschwindigkeiten und Transportkapazitäten, wodurch die Rohrleitungen noch stärker beeinflusst werden.

1.1 Problemdarstellung

Eingangs wurde bereits angedeutet, dass eingekoppelte Spannungen in Rohrleitungen sowohl zu Personengefährdungen als auch zu Wechselstromkorrosion führen können. Bei zu hoher Rohrleitungsbeeinflussung müssen unterschiedliche Maßnahmen (Erdungsanlagen, Isoliertrennstellen usw.) eingesetzt werden um die Rohrleitungsspannung zu begrenzen. Für einen optimalen Einsatz der Maßnahmen muss der Spannungsverlauf entlang der Rohrleitung bekannt sein, wobei dieser sowohl mit Messungen als auch mit Berechnungen ermittelt werden kann. Berechnungen haben gegenüber Messungen den Vorteil, dass sie eine schnelle Abschätzung ermöglichen und Worst-Case-Szenarien sehr leicht betrachtet werden können. In Zusammenhang mit der von Wechselstrombahnanlagen ausgehenden induktiven Beeinflussung von Rohrleitungen, werden häufig Berechnungsverfahren mit Reduktionsfaktoren verwendet (siehe Kapitel 2.8). Diese Berechnungsverfahren gehen davon aus, dass diverse reduzierenden Einflüsse, wie z. B. die von metallischen Strukturen, mit Reduktionsfaktoren berücksichtigt werden können. Bei Berechnungsverfahren die keine Reduktionsfaktoren verwenden, müssen alle Einflüsse gesondert modelliert werden. Dies führt zwar zu einem erheblich größeren Modellierungsaufwand, jedoch können damit die unterschiedlichen Einflussfaktoren im Detail untersucht werden. Bis dato wurde eine derartige Modellierung aufgrund der begrenzten Rechenkapazität nicht eingesetzt. Heutzutage stehen aufgrund der ständigen Weiterentwicklung für diese Aufgabe leistungsfähige Prozessoren und Datenspeicher zur Verfügung. In diesem Zusammenhang wurde für das Institut für Elektrische Anlagen und Netze ein Programm (AiO) entwickelt, mit dem diese komplexen Berechnungen computerunterstützt durchgeführt werden können.

1.2 Forschungsfragen

Aus der vorliegenden Problemstellung lassen sich folgende Forschungsfragen ableiten:

„Welchen Einfluss haben metallische Strukturen von Wechselstrombahnanlagen auf die induktive Beeinflussung von Rohrleitungen? Kann dieser Einfluss mit einem Reduktionsfaktor angegeben werden?“

Die Beantwortung dieser Fragstellungen erfordert eine Bestätigung bzw. eine Widerlegung der in der Theorie angegebenen Reduktionsfaktoren.

1.3 Erkenntnisinteresse

Mit Reduktionsfaktoren könnten diverse reduzierenden Einflüsse sehr leicht in einem Berechnungsverfahren berücksichtigt werden. Diese Arbeit überprüft, ob diese Annahmen zulässig sind und die Berechnung der Rohrleitungsspannung in dieser Art und Weise vereinfacht durchgeführt werden kann.

Berechnungsverfahren für Rohrleitungsbeeinflussung liefern wichtige Ergebnisse und Anhaltspunkte mit denen einerseits Personengefährdungen und andererseits wirtschaftliche Schäden infolge einer defekten Rohrleitung weitestgehend minimiert werden können. Durch Kombination mit ausgewählten Messungen kann dadurch ein wirksames Schutzkonzept bzw. Maßnahmenpaket für die Rohrleitungen definiert werden. Als Grundvoraussetzung muss dafür jedoch ein möglichst genaues, einfaches und schnelles Berechnungsverfahren vorhanden sein.

1.4 Methode

Im Zuge meiner Anstellung am Institut für Elektrische Anlagen und Netze (2015 – 2016, 2018) wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Dipl.-Ing. Christian Wahl, BSc ein Berechnungsprogramm in Matlab[®] entwickelt. Dieses Programm verwendet ein dafür entwickeltes Berechnungsverfahren bzw. Berechnungsmodell, welches die induktiven Kopplungsmechanismen zwischen Leitungen mit einem Ersatznetzwerk berücksichtigen kann.

In dieser Arbeit werden zunächst alle wichtigen theoretischen Grundlagen zusammengefasst und anschließend das Berechnungsmodell selbst beschrieben und erklärt. Durch die Einbeziehung der induktiven Kopplungen können diverse Einflüsse im Modell modelliert werden, wodurch keine Reduktionsfaktoren benötigt werden. Dieser Tatsache entsprechend werden unterschiedliche Szenarien betrachtet, wobei sukzessive metallische Strukturen hinzugefügt werden. Durch Vergleichen der Szenarien werden die Auswirkungen bestimmt und versucht diese mit einem Reduktionsfaktor zu beschreiben.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen, welche für diese Arbeit relevant sind, behandelt.

2.1 Elektromagnetische Beeinflussung

Beim Transportieren von elektrischer Energie mittels Starkstromanlagen entsteht aufgrund der Spannung ein elektrisches Feld, aufgrund des Stroms ein magnetisches Feld und infolge der Ableitung von Strom ins Erdreich ein quasistationäres elektrisches Strömungsfeld. Ausgehend von den Starkstromanlagen (Beeinflussungsquellen, beeinflussende Systeme) führen diese Felder zu Spannungen und Strömen in naheliegenden Einrichtungen und Lebewesen (Beeinflussungssenken, beeinflusste Systeme). Die Kopplung zwischen Beeinflussungsquelle und Beeinflussungssenke, über die zuvor beschriebenen Felder, kann zu erheblichen Beeinträchtigungen der Beeinflussungssenke führen. Die Folgen/Auswirkungen solcher Beeinträchtigungen können sein:

- Störungen (z. B. Übertragungsfehler),
- Schäden (z. B. Überspannungen),
- Gefährdungen (z. B. Berührungsspannungen). [6] [7]

Um diese Beeinträchtigungen auszuschließen bzw. zu minimieren, müssen gewisse Normen eingehalten werden. Die für diese Arbeit wichtigen Normen werden in Kapitel 2.2 beschrieben.

Aufgrund der unterschiedlichen physikalischen Auswirkungen können die Arten der Beeinflussung nach ihrer zugrundeliegenden Frequenz unterschieden werden. (siehe Abbildung 2-1)

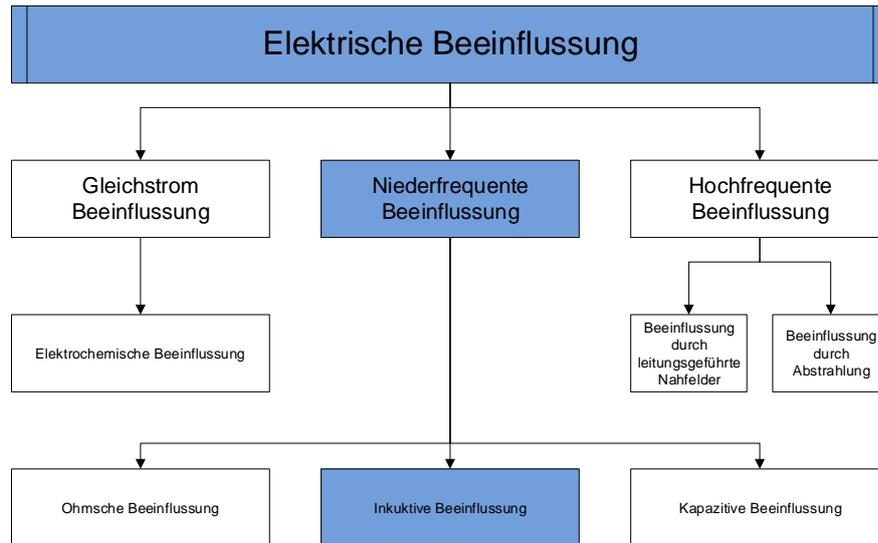


Abbildung 2-1: Einteilung unterschiedlicher Beeinflussungsarten [7], [8]

Der Einfluss von Gleichströmen auf fremde Anlagen wird in der Gleichstrombeeinflussung behandelt. Streuströme spielen dabei eine zentrale Rolle, da diese zu einer elektrochemischen Beeinflussung führen können. [7]

Die niederfrequente Beeinflussung stellt das klassische Gebiet der Beeinflussung dar. Sie behandelt die Auswirkungen von Bahnsystemen (z. B. 16,7 Hz) und Energiesysteme (z. B. 50 Hz) mit dessen Oberwellen bis 10 kHz. [7] [8]

Die niederfrequente Beeinflussung kann weiter unterteilt werden:

- Ohm'sche Beeinflussung (siehe Kapitel 2.1.1)
- Kapazitive Beeinflussung (siehe Kapitel 2.1.2)
- Induktive Beeinflussung (siehe Kapitel 2.1.3)

Die Hochfrequente Beeinflussung befasst sich mit der Beeinflussung, die von Anlagen mit einer Frequenz größer 10 kHz ausgehen. Sie kann in leitungsgebundene und strahlungsgebundene Störaussendung unterteilt werden. [8]

Abgrenzung in dieser Arbeit

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der von Wechselstrombahnanlagen (16,7 Hz) ausgehenden niederfrequenten Beeinflussung von Rohrleitungen, wobei der Fokus auf die induktive Beeinflussung gelegt wird (siehe Abbildung 2-1, Abbildung 2-2).

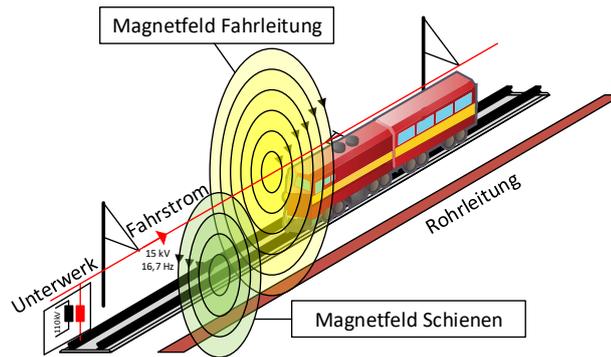


Abbildung 2-2: Induktive Beeinflussung einer Rohrleitung durch eine Wechselstrombahnanlage ([9], abgeändert)

2.1.1 Ohm'sche Beeinflussung

Beim Betreiben von elektrischen Anlagen können sowohl im Normalbetrieb als auch bei Fehlern mit Erdberührung Ströme (I_E) in Erde abgeleitet werden. Dabei bildet sich im Bereich der Eintrittsstelle ein quasistationäres elektrisches Strömungsfeld aus, wodurch es aufgrund von Potentialunterschieden zu Beeinflussungen kommen kann. [7]

Der Eintritt eines Erdungsstroms (I_E) in eine Erdungsanlage führt zu einer Potentialanhebung des Erders gegenüber ferner Erde (Bezugserde) infolge dessen sich ein sogenannter Spannungstrichter ausbildet (siehe Abbildung 2-3, $U_T(x)$). Der Spannungstrichter nimmt im Bereich des Erders sein Maximum an und klingt dann mit zunehmender Entfernung ab. Das Potential des Erders wird als Erdungsspannung (U_E) bezeichnet und ist neben dem Erdungsstrom auch von der Erdungsimpedanz abhängig (siehe Formel 1). [7]

$$[7] \quad U_E = Z_E \cdot I_E \quad 1.)$$

Im Bereich des Spannungstrichters kann es zu Personengefährdungen aufgrund unzulässige Schritt- und Berührungsspannungen kommen. Befindet sich eine fremde Einrichtung, wie z. B. eine isolierte Rohrleitung mit einer Isolationsfehlstelle, in diesem Spannungstrichter, dann nimmt sie das Potential an diesem Punkt an und verschleppt dieses in Bereiche außerhalb des Spannungstrichters. Dieses Potential kann wiederum abgegriffen werden, wodurch es an weit entfernten Punkten zu einer Personengefährdung kommen kann (siehe Abbildung 2-3). [7]

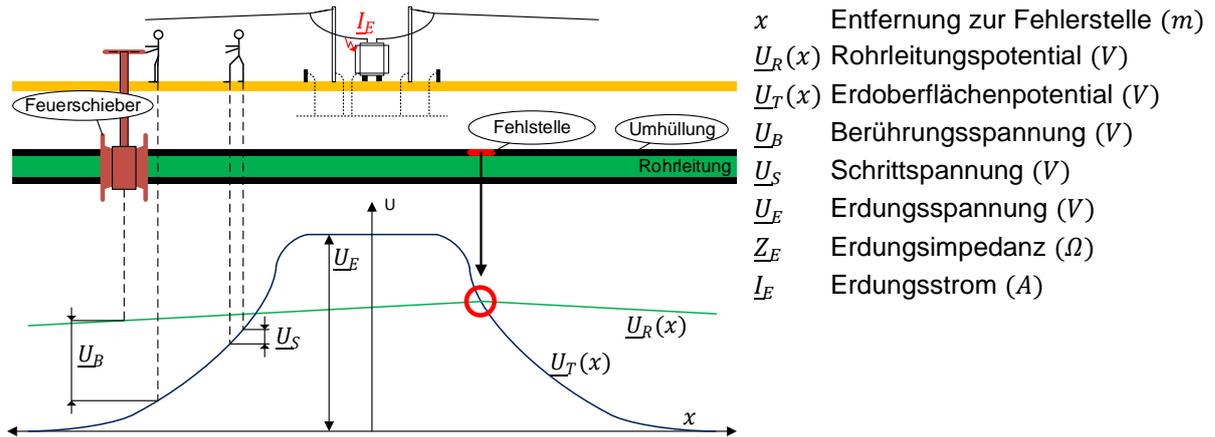


Abbildung 2-3: Rohrleitung mit einer Fehlstelle im Spannungstrichter einer elektrischen Anlage ([10], nach [7])

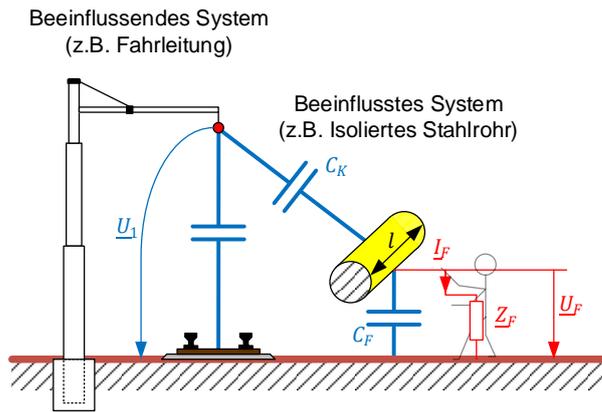
2.1.2 Kapazitive Beeinflussung

Infolge der Annäherung einer Starkstromanlage an andere Einrichtungen (z. B. Rohrleitung) kommt es, aufgrund der Kopplung über das elektrische Feld, zu einer kapazitiven Beeinflussung (siehe Abbildung 2-4). Die Spannung (\underline{U}_1) vom beeinflussenden System überträgt über die Koppelkapazität (C_K) eine Spannung (\underline{U}_F) auf das beeinflusste System. Über die Impedanz (\underline{Z}_F , z. B. Mensch, Ableiter) fließt der influenzierte Ladestrom (\underline{I}_F) nach Erde ab, wodurch es zu Personengefährdung kommen kann. Die Zusammenhänge können durch die Formeln 2 und 3 beschrieben werden. [7]

Bei erdverlegten Rohrleitungen kann die kapazitive Beeinflussung vernachlässigt werden, wohingegen bei in Bau befindlichen Rohrleitungen und solche, die isoliert vom Boden gelagert werden, Maßnahmen gegen unzulässige kapazitive Beeinflussung zu treffen sind. [3]

$$[7] \quad \underline{U}_F = \frac{C_K \cdot l}{C_F \cdot l_F} \cdot \underline{U}_1 \quad 2.)$$

$$[7] \quad \underline{I}_F = j \cdot \omega \cdot C_K \cdot l \cdot \underline{U}_1 \quad 3.)$$



- \underline{U}_1 influenzierende Spannung (V)
- \underline{U}_F influenzierte Spannung bei $Z_F=\infty$ (V)
- I_F influenzierter Ladestrom bei $Z_F=0$ (A)
- Z_F Fehlerimpedanz gegen Erde (Ω)
- C_K Koppelkapazitätsbelag (F)
- C_F Erdkapazitätsbelag des beeinflussten Systems (F)
- l Länge der Näherung (m)
- l_F Länge des beeinflussten Systems (m)

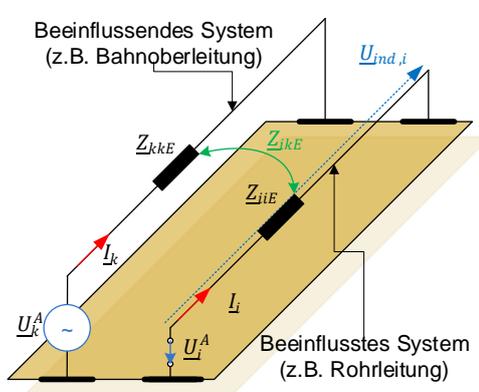
Abbildung 2-4: Einfaches Modell der kapazitiven Beeinflussung ([7], abgeändert)

2.1.3 Induktive Beeinflussung

Bei elektrischen Bahnen bilden die Fahrleitungsanlagen elektrischer Bahnen Stromschleifen mit großer Längenausdehnung sowie großem Abstand zwischen Hin- und Rückleitung. Aufgrund dessen kommt es in der Nähe von Bahnstrecken zu induktiven Beeinflussungen. [6]

Ein einfaches Modell für induktive Beeinflussung ist in Abbildung 2-5 dargestellt. Die beeinflussende Leitung k induziert in die offene Leiterschleife der beeinflussten Leitung i die Induktionsspannung ($\underline{U}_{ind,i}$). Somit ergibt sich die Spannung am Anfang der Leitung i zu Formel 4. Modelltechnisch kann die induzierte Beeinflussungsspannung mit einer gesteuerten Spannungsquelle (siehe Kapitel 2.3.5) oder mit einem Ersatznetzwerk (siehe Kapitel 2.9) berücksichtigt werden.

$$\underline{I}_i = 0; \underline{U}_i^A = \underline{U}_{ind,i} = \frac{\underline{Z}_{ikE}' \cdot l \cdot \underline{I}_k}{\underline{Z}_{ikE}} \text{ bei offener Leiter – Erde – Schleife } i \quad 4.)$$



- \underline{U}_k^A Spannung/Spannungsquelle am Anfang der Leitung k (V)
- \underline{U}_i^A Spannung am offenen Anfang der Leitung i (V)
- I_k Strom in beeinflussender Leitung k (A)
- I_i Strom in beeinflusster Leitung i (A)
- $\underline{U}_{ind,i}$ induzierte Spannung in Leitung i (V)
- \underline{Z}_{ikE}' Gegenimpedanzbelag (Ω/m)
- \underline{Z}_{iiE}' Selbstimpedanz Leitung i (Ω/m)
- \underline{Z}_{kkE}' Selbstimpedanz Leitung k (Ω/m)
- l Länge des Parallellaufes (m)

Abbildung 2-5: Einfaches Modell für die induktive Beeinflussung ([7], abgeändert)

Der Strom (I_k) einer Leitung induziert mit der Gegenimpedanz (Z_{ikE}) eine Beeinflussungsspannung bzw. Induktionsspannung ($U_{ind,i}$) in die Leitung i . Sind mehrere stromdurchflossenen Leitungen vorhanden, dann berechnet sich die Beeinflussungsspannung der Leitung i durch Überlagerung aller einzelnen Beeinflussungsspannungen (siehe Formel 5). [6] [7]

$$[6] \quad U_{ind,i} = \sum_{k \neq i} \frac{Z_{ikE}' \cdot l \cdot I_k}{Z_{ikE}} \quad 5.)$$

k	Laufvariable der Stromdurchflossenen/ beeinflussenden Leitungen
i	betrachteter bzw. beeinflusster Leitung
$U_{ind,i}$	induzierte Spannung in Leitung i (V)
Z_{ikE}'	Gegenimpedanzbelag zwischen Leitung i und k (Ω/m)
Z_{ikE}	Gegenimpedanz zwischen Leitung i und k (Ω)
I_k	Strom in beeinflussender Leitung k (A)
l	Länge der Parallellaufes (m)

Die Gegenimpedanz (Z_{ikE}) kann aus dem Gegenimpedanzbelag (Z_{ikE}') durch Multiplikation mit Länge (l) berechnet werden. Dabei kennzeichnet der Strich (') eine auf die Leitungslänge bezogene Größe. Neben der Leiterhöhe, der Frequenz und dem spezifischen Bodenwiderstand ist der Gegenimpedanzbelag (Z_{ikE}') vor allem vom Abstand zwischen Systemen abhängig. Somit haben der Abstand und die Länge des Parallellaufes wesentlichen Einfluss auf die induzierte Spannung. (siehe Kapitel 2.5.2) [7]

Werden hohe Spannungen in Rohrleitungen induziert, dann kann es zur Personengefährdung, zur Wechselstromkorrosion, oder zur Zerstörung der Rohrleitung und der angeschlossenen Geräte kommen. Um dies zu verhindern müssen unterschiedliche Grenzwerte, die in den Normen angeführt sind, eingehalten werden (siehe Kapitel 2.2).

2.2 Normen

Eingekoppelte Wechselspannung in Rohrleitungen können Personen gefährden, Rohrleitungen beschädigen oder Störungen an mit der Rohrleitung angeschlossenen Geräten und Einrichtungen verursachen. Um unerwünschte Beeinträchtigungen auszuschließen bzw. zu minimieren, müssen bestimmte Grenzwerte eingehalten werden. Die für Österreich gültigen Normen, auf die diese Arbeit Bezug nimmt, sind:

- ÖVE/ÖNORM EN 50443 [4],
- TE 30 [3],
- ÖVE/ÖNORM EN 15280 [5]. [4]



Personengefährdung (siehe Kapitel 2.2.2)

Wechselstromkorrosion (siehe Kapitel 2.2.3)

Detaillierte Informationen sind den Normen selbst zu entnehmen. Wichtige Begriffsdefinitionen aus den Normen beinhaltet Kapitel 2.2.1.

2.2.1 Begriffsdefinitionen

Beeinflussungsabstand

„Größter Abstand zwischen Rohrleitungssystem und Wechselstrom-elektrizitätsversorgungssystem, bei dem eine Beeinflussung in Betracht gezogen werden muss. [4]“

Langzeitbeeinflussung

„Die Langzeitbeeinflussung ist eine dauernd auftretende Einwirkung durch die Betriebsströme im Normalbetrieb oder eine häufig auftretende Einwirkung durch die Betriebsströme in Oberleitungsanlagen elektrischer Bahnen im Normalbetrieb, die in Abhängigkeit vom Ort und von der Zeit veränderlich ist, oder eine seltene Einwirkung längerer, jedoch begrenzter Dauer im Fehlerfall, wie sie bei einem Einfacherdschluss in Netzen mit Erdschlusskompensation beziehungsweise bei unterwerksfernen Erdkurzschlüssen in Oberleitungsanlagen elektrischer Bahnen auftreten können. [3]“

Kurzzeitbeeinflussung

„Die Kurzzeitbeeinflussung ist eine seltene Einwirkung sehr kurzer Dauer im Fehlerfall bei Erdkurzschlüssen in Netzen mit niederohmiger Sternpunktterdung oder in Netzen mit kurzzeitig niederohmiger Sternpunktterdung. [3]“

DIN EN 50122-1 [11] spricht bei einer Dauer unter 0,7 Sekunden von Kurzzeitbeeinflussung und andernfalls von Langzeitbeeinflussung. [11]

2.2.2 Personengefährdung

Die **ÖVE/ÖNORM EN 50443** [4] behandelt die Auswirkungen, insbesondere die Personengefährdung, einer elektromagnetischen Beeinflussung von Hochspannungswechselstrombahnen und Hochspannungsanlagen auf Rohrleitungen. Es werden neben Beeinflussungsabständen auch diverse Grenzwerte für eine zulässige Beeinflussung festgelegt. Jedoch dürfen laut dieser Norm nationale Regelungen, Empfehlungen und Leitlinien mit anderen Beeinflussungsabständen ebenso angewendet werden. Die auf elektrische Sicherheit von Personen bezogenen Grenzwerte sind in Tabelle 2-1 dargestellt. [4]

Dauer der Fehlerbedingung in s	Beeinflussungsspannung (Effektivwert) in V
$t \leq 0,10$	2000
$0,10 < t \leq 0,20$	1500
$0,20 < t \leq 0,35$	1000
$0,35 < t \leq 0,50$	650
$0,50 < t \leq 1,00$	430
$1,00 < t \leq 3,00$	150
$t > 3,00$	60

Tabelle 2-1: Grenzwerte für die Beeinflussungsspannung nach ÖVE/ÖNORM EN 50443 [4]

Die **TE 30** [3] macht Gebrauch von der vorgesehenen Möglichkeit der ÖVE/ÖNORM EN 50443 [4], die Beeinflussungsabstände in dieser nationalen Empfehlung festzulegen. Ebenso ergänzt sie diese mit Richtlinien und Maßnahmen zur Vermeidung unzulässiger Beeinflussungen. Einen Überblick, über die Bereiche des Rohrleitungspotentials mit möglichen Maßnahmen gegen unzulässige Beeinflussungsspannungen, ist in Tabelle 2-2 dargestellt. [3]

Die erlaubte maximale Beeinflussungsspannung ist maßgeblich von der Beeinflussungsdauer abhängig. Da die österreichischen 220/380-kV-Freileitungssysteme auf eine Ausschaltzeit von 0,15 Sekunden konzipiert sind, fasst die TE 30 die Grenzwerte für Beeinflussungsspannungen wie folgt zusammen:

- 60 V bei Langzeitbeeinflussung ($t > 3s$),
- 1500 V bei Kurzzeitbeeinflussung ($0,1 > t > 0,2$),
- 2000 V nur überschreiten, wenn Anlage dem standhält und Vereinbarung über diesen Wert besteht. [3] [4]

Langzeitbeeinflussung	
Grenzwerte für das Rohrleitungspotential	Maßnahmen zum Schutz gegen unzulässige Berührungsspannungen
$U_R \leq 60 \text{ V}$	<ul style="list-style-type: none"> Keine
$U_R > 60 \text{ V}$	<ul style="list-style-type: none"> Herabsetzung des Rohrleitungspotentials auf unter $U_R \leq 60 \text{ V}$ (Punkt: a, d) Verminderung der abgreifbaren Spannung auf $U_R \leq 60 \text{ V}$ (Punkt: b, c, e)
Kurzzeitbeeinflussung	
Grenzwerte für das Rohrleitungspotential	Maßnahmen zum Schutz gegen unzulässige Berührungsspannungen
$U_R \leq 1500 \text{ V}$	<ul style="list-style-type: none"> Keine
$1500 \text{ V} < U_R \leq 2000 \text{ V}$	<ul style="list-style-type: none"> Herabsetzung des Rohrleitungspotentials auf unter $U_R \leq 1500 \text{ V}$ (Punkt: a, d) Verminderung der abgreifbaren Spannung auf $U_R \leq 1500 \text{ V}$ (Punkt: b, c, e, f)
$U_R > 2000 \text{ V}^{1), 2)}$	<ul style="list-style-type: none"> Herabsetzung des Rohrleitungspotentials auf $U_R \leq 1500 \text{ V}$ (Punkt: a) oder Herabsetzung des Rohrleitungspotentials auf $U_R \leq 2000 \text{ V}$ (Punkt: a) und Maßnahmen entsprechend Kurzzeitbeeinflussung für Rohrleitungspotentiale im Bereich $1500 \text{ V} < U_R \leq 2000 \text{ V}$
<p>¹⁾ Bei bitumentumhüllten Rohrleitungen ergibt sich eine natürliche Begrenzung des Rohrleitungspotentials auf etwa 1500 V. Daher kann bei Kurzzeitbeeinflussung auf den Anschluss von Erder verzichtet werden.</p> <p>²⁾ Nach ÖVE/ÖNORM EN 50443 [1] darf der Wert von 2000 V nur überschritten werden, wenn die Anlage in der Lage ist, solchen Werten standzuhalten und eine Vereinbarung über diese Werte besteht.</p>	

Tabelle 2-2: Grenzwerte für Rohrleitungspotentiale sowie Schutzmaßnahmen gegen unzulässige Berührungsspannungen [3]

Maßnahmen gegen unzulässige Berührungsspannung (Tabelle 2-2)

- a. Anschluss von Erder zur Reduzierung des Rohrleitungspotentials
- b. Potentialsteuerung bzw. Isolierung des Standortes
- c. Isolierung von Rohrleitungen
- d. Einbau von elektrischen Trennstellen (Isolierkupplungen)
- e. Maßnahmen in Rohrleitungsstationen
- f. Maßnahmen an Armaturen und Leitungszubehör

2.2.3 Wechselstromkorrosion

Die **ÖVE/ÖNORM EN 15280** [5] befasst sich mit Korrosionswahrscheinlichkeit infolge von Wechselstrom bei erdverlegten metallischen Rohrleitungen. Der Korrosionsschaden hängt unter anderem von der Wechselstromdichte, der Fehlerstellengeometrie, der Gleichstrompolarisation, vom Bodenwiderstand und der lokalen Zusammensetzung des Bodens ab.

Die drei Ansätze um Wechselstromkorrosion zu verhindern sind: erstens, den durch Umhüllungsfehlstellen fließender Strom begrenzen, zweitens, den kathodischen Schutz zu steuern und drittens, eine fehlerfreie Umhüllung sicherzustellen. Aufgrund von individuellen Bedingungen für unterschiedliche Situationen kann kein einheitlicher Grenzwert für zulässige Wechselspannung angegeben werden.

Die Reduktion der Wechselspannung an den Rohrleitungen auf einen Zielwert von **15 V** stellt erfahrungsgemäß einen wesentlichen Schritt zur Vermeidung von Wechselstromkorrosion dar. [5]

2.3 Leitungstheorie

Die nachfolgenden Grundlagen der Leitungstheorie wurden von Oliver Heaviside für unter Wasser verlegte Telegrafleitungen entwickelt. Eine Telegrafleitung verfügt nur über einen Leiter, da zur Rückleitung das Meerwasser dient. Damit wurden seine Gleichungen ursprünglich zur Beschreibung einer Leiter-Meerwasser-Schleife verwendet.

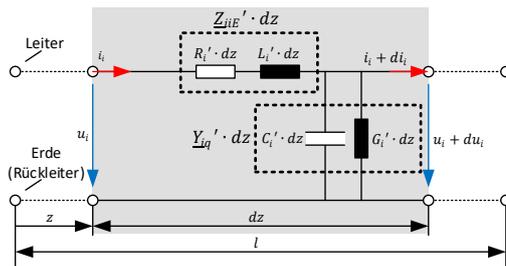
Bei Wechselstrombahnen wird die Energie über isolierte Oberleitungen oder Stromschienen den Triebfahrzeugen zugeführt und über Fahrscheinen, die aufgrund der Personensicherheit geerdet sein müssen, zurückgeleitet. Die elektrifizierte Bahnstrecke ist somit elektrotechnisch ein System gekoppelter Leiterschleifen und kann entweder als Kopplung

- der Schleife Fahrleitung-Gleis mit der Schleife Gleis-Erde oder
- der Schleife Fahrleitung-Erde mit der Schleife Gleis-Erde aufgefasst werden.

Beide Betrachtungsweisen liefern für große Streckenlängen gleiche Ergebnisse, aber die Betrachtung von zwei Leiter-Erde-Schleifen ist für die allgemeine Darstellung günstiger. Ebenfalls können Rohrleitungen und andere Leitungen (Verstärkungsleitung, Rückleiterseile) als Leiter-Erde Schleife aufgefasst werden. [6] [12]

2.3.1 Physikalische Grundlagen

Nachfolgend werden die Zusammenhänge der Wellenausbreitung von Strömen, infolge des Anlegens einer Spannung an eine Leitung (Leiter-Erde-Schleife), erklärt. Induktive Kopplungen mit anderen Leiterschleifen werden erst später berücksichtigt (siehe Kapitel 2.3.4). Ein Leitungselement, Teilstück der Leitung mit der Länge dz , kann mit dem sich direkt aus der Feldtheorie ergebenden Schema (siehe Abbildung 2-6) beschrieben werden. Der Parameter L_i' berücksichtigt das vom Strom induzierte magnetische Feld, C_i' das zwischen Leiter und Erde bestehende elektrische Feld und R_i' sowie G_i' die Verluste im Erdreich, Leiter und evtl. Dielektrikum. Diese Parameter werden entlang der Leitung als konstant angenommen. Dadurch können die Ströme- und Spannungen entlang dieser Leitung ermittelt werden. Die Berechnung der Parameter wird in Kapitel 2.5 ausführlich beschrieben. [13] [14]



u_i	Spannung an Stelle z (V)
i_i	Strom an Stelle z (A)
L_i'	Induktivitätsbelag (H/m)
C_i'	Kapazitätsbelag (F/m)
R_i'	Widerstandsbelag (Ω/m)
G_i'	Ableitungsbelag (S/m)
Z_{iiE}'	Selbstimpedanzbelag (Ω/m)
Y_{iq}'	Queradmittanzbelag ($1/\Omega m$)
z	Leitungskoordinate (m)
dz	infinitesimaler Leitungsabschnitt (m)
l	Länge der Leitung (m)

Abbildung 2-6: Ersatzschaltbild eines Leitungselementes mit Verlusten
([13] [14], abgeändert)

2.3.2 Leitungsgleichungen

Die Ströme und Spannungen auf der Leitung sind Funktionen der Zeit (t) und des Ortes (z). Mit den Maschen und Knotengleichungen können ausgehend von Abbildung 2-6 die Grundgleichungen der elektrischen Leitung (siehe Formel 6, 7) aufgestellt werden. [13] [14]

$$[13] \quad -\frac{\partial u_i}{\partial z} = R_i' \cdot i_i + L_i' \cdot \frac{\partial i_i}{\partial t} \quad 6.)$$

$$[13] \quad -\frac{\partial i_i}{\partial z} = G_i' \cdot u_i + C_i' \cdot \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad 7.)$$

Um die partikuläre Lösung zu finden, die dem eingeschwungenen Zustand entspricht, werden die Spannung (u_i) und der Strom (i_i) als Wechselgrößen mit der Kreisfrequenz (ω) angenommen. Diese werden als komplexe Zeiger in Phasorenschreibweise ($\underline{U}_j, \underline{I}_j$) dargestellt (siehe Abbildung 2-7). [13] [14]

$$[13] \quad -\frac{d\underline{U}_j}{dz} = R_i' \cdot \underline{I}_j + j \cdot \omega \cdot L_i' \cdot \underline{I}_j = \underline{Z}_{iiE}' \cdot \underline{I}_j \quad 8.)$$

$$[13] \quad -\frac{d\underline{I}_j}{dz} = G_i' \cdot \underline{U}_j + j \cdot \omega \cdot C_i' \cdot \underline{U}_j = \underline{Y}_{iq}' \cdot \underline{U}_j \quad 9.)$$

Durch Ableiten von Gleichung 8 und Einsetzen der Gleichung 9 ergibt sich die Wellengleichung der Leitung. [13] [14]

$$[13] \quad \frac{d^2 \underline{U}_j}{dz^2} = -\underline{Z}_{iiE}' \cdot \underline{Y}_{iq}' \cdot \underline{U}_j = \underline{Z}_{iiE}' \cdot \underline{Y}_{iq}' \cdot \underline{U}_j \quad 10.)$$

Zur Lösung der Differenzialgleichung 10, werden die Randbedingungen am Leitungsanfang ($z = 0$; $\underline{U}_1^A, \underline{I}_1^A$) oder Leitungsende ($z = l$; $\underline{U}_1^E, \underline{I}_1^E$) vorgegeben. Der vollständige Lösungsweg kann in einschlägiger Literatur nachgelesen werden (z. B.: [13], [14]). Die Vorgabe einer Randbedingung am Leitungsende, ergeben die beiden Leitungsgleichungen 13 und 14. Damit können Spannung und Strom, an einer beliebigen Stelle auf der Leitung, ermittelt werden. Die Leitungsparameter ($\underline{Z}_w, \underline{\gamma}$) charakterisieren die Leitung (siehe Formel 11, 12). [13] [14]

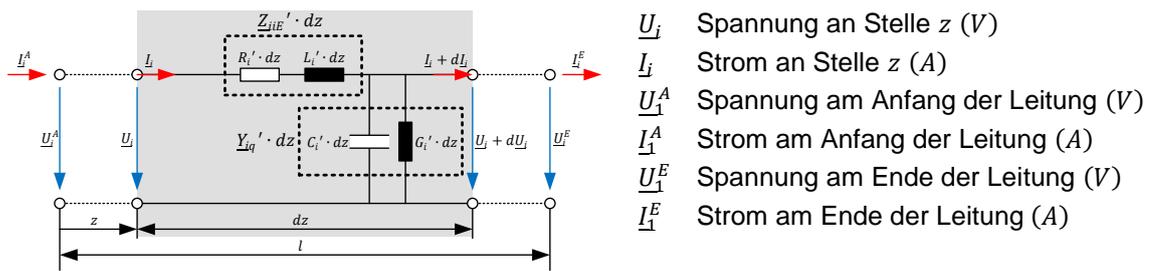


Abbildung 2-7: Ersatzschaltbild eines Leitungselementes mit Verlusten (Phasorenschreibweise) ([13] [14], abgeändert)

$$[13] \quad \underline{Z}_w = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{iiE}'}{\underline{Y}_{iq}'}} = \sqrt{\frac{R_i' + j \cdot \omega \cdot L_i'}{G_i' + j \cdot \omega \cdot C_i'}} \quad 11.)$$

$$[13] \quad \underline{\gamma} = \alpha + j \cdot \beta = \sqrt{\underline{Z}_{iiE}' \cdot \underline{Y}_{iq}'} = \sqrt{(R_i' + j \cdot \omega \cdot L_i') \cdot (G_i' + j \cdot \omega \cdot C_i')} \quad 12.)$$

- $\underline{\gamma}$ Übertragungsmaß (1/m)
- α Dämpfungsmaß (rad/m)
- β Phasenmaß (rad/m)
- \underline{Z}_w Wellenimpedanz (Ω)

$$[13] \quad \underline{U} = \underline{U}_1^E \cdot \cosh(\underline{\gamma} \cdot (l - z)) + \underline{Z}_w \cdot \underline{I}_1^E \cdot \sinh(\underline{\gamma} \cdot (l - z)) \quad 13.)$$

$$[13] \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}_1^E}{\underline{Z}_w} \cdot \sinh(\underline{\gamma} \cdot (l - z)) + \underline{I}_1^E \cdot \cosh(\underline{\gamma} \cdot (l - z)) \quad 14.)$$

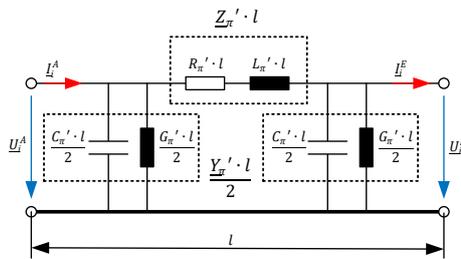
Für $z = 0$ ergeben sich die beiden Zweitorgleichungen (15, 16). [13]

$$[13] \underline{U}_1^A = \underline{U}_1^E \cdot \cosh(\underline{\gamma} \cdot l) + \underline{Z}_w \cdot \underline{I}_1^E \cdot \sinh(\underline{\gamma} \cdot l) \quad (15.)$$

$$[13] \underline{I}_1^A = \frac{\underline{U}_1^E}{\underline{Z}_w} \cdot \sinh(\underline{\gamma} \cdot l) + \underline{I}_1^E \cdot \cosh(\underline{\gamma} \cdot l) \quad (16.)$$

2.3.3 π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung

Die betrachtete Doppelleitung von Kapitel 2.3.1, mit den beiden Zweitorgleichungen (Formel 15, 16), kann mit einer π -Ersatzschaltung (siehe Abbildung 2-8) dargestellt werden. Die Werte für die Längsimpedanz (\underline{Z}_π) und Queradmittanz (\underline{Y}_π) können nach Formeln 17 und 18 berechnet werden. [13]



- L_π' Induktivitätsbelag, Ersatz (H/m)
- C_π' Kapazitätsbelag, Ersatz (F/m)
- R_π' Widerstandsbelag, Ersatz (Ω/m)
- G_π' Ableitungsbelag, Ersatz (S/m)
- \underline{Z}_π' Selbstimpedanzbelag Ersatz (Ω/m)
- \underline{Y}_π' Queradmittanzbelag Ersatz ($1/\Omega m$)

Abbildung 2-8: π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung

$$[13] \underline{Z}_\pi = \underline{Z}_w \cdot \sinh(\underline{\gamma} \cdot l) = \underline{Z}_{iiE} \cdot \frac{\sinh(\underline{\gamma} \cdot l)}{\underline{\gamma} \cdot l} \quad (17.)$$

$$[13] \frac{\underline{Y}_\pi}{2} = \frac{1}{\underline{Z}_w} \cdot \frac{\cosh(\underline{\gamma} \cdot l) - 1}{\sinh(\underline{\gamma} \cdot l)} = \frac{1}{\underline{Z}_w} \cdot \tanh\left(\underline{\gamma} \cdot \frac{l}{2}\right) = \frac{\underline{Y}_{iq}}{2} \cdot \frac{\tanh\left(\underline{\gamma} \cdot \frac{l}{2}\right)}{\underline{\gamma} \cdot \frac{l}{2}} \quad (18.)$$

Eine wesentliche Vereinfachung der Ersatzschaltbildparameter ergibt sich für die elektrisch kurze Leitung. Wenn $(\underline{\gamma} \cdot l)$ genügend klein ist, gelten die Näherungen 19 und 20. Für $(l \leq 0.25/|\underline{\gamma}|)$ beträgt der Fehler weniger als 1 %. [13]

$$[13] \underline{Z}_\pi = (R_\pi' + j \cdot \omega \cdot L_\pi') \cdot l \approx \underline{Z}_{iiE} = (R_i' + j \cdot \omega \cdot L_i') \cdot l = R_i' + j \cdot \omega \cdot L_i \quad (19.)$$

$$[13] \underline{Y}_\pi = (G_\pi' + j \cdot \omega \cdot C_\pi') \cdot l \approx \underline{Y}_{iq} = (G_i' + j \cdot \omega \cdot C_i') \cdot l = G_i + j \cdot \omega \cdot C_i \quad (20.)$$

2.3.4 Leitungsgleichung bei induktiver Beeinflussung

Soll des Weiteren die induktive Beeinflussung berücksichtigt werden, dann erweitert sich die Wellengleichung der Leitung von 10 zu 21. Hierbei repräsentiert \underline{E}_i die induzierte Feldstärke in der Leitung, welche eine Funktion von z ist. Es wird angenommen, dass die induktive Beeinflussung entlang der gesamten Leitung besteht. [13] [12]

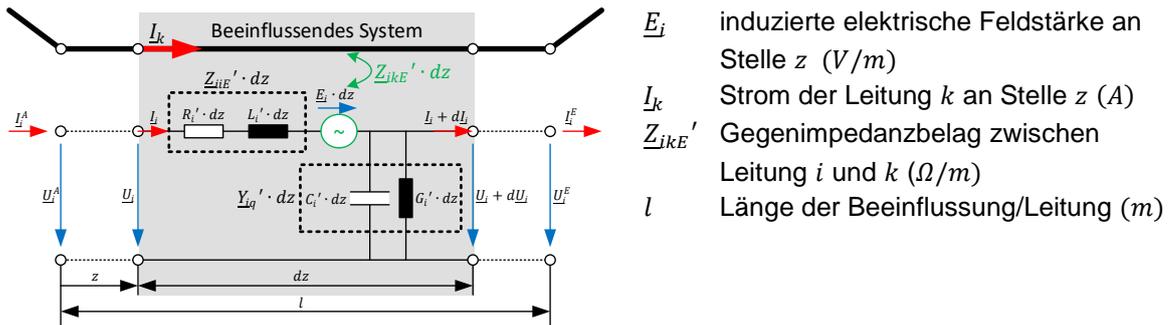


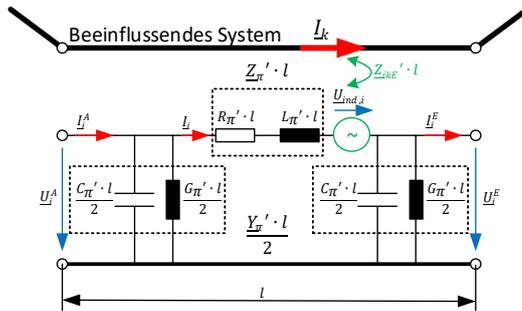
Abbildung 2-9: Ersatzschaltbild eines Leitungselementes mit Verlusten bei induktiver Beeinflussung ([13] [12], abgeändert)

$$[13] \quad \frac{d^2 \underline{U}_i}{dz^2} = -Z_{iiE}' \cdot \frac{dI_i}{dz} - \frac{dE_i}{dz} = Z_{iiE}' \cdot Y_{iq}' \cdot \underline{U}_i - \frac{dE_i}{dz} \quad 21.)$$

Mit der Lösung dieser inhomogenen Differenzialgleichung können die Strom- und Spannungsverläufe in beeinflussten Leitungen, z. B. Rohrleitungen, ermittelt werden. Um diese Gleichung zu lösen, müssen wie bereits in Kapitel 2.3.1, die Randbedingungen am Leitungsanfang ($z = 0$; $\underline{U}_1^A, \underline{I}_1^A$) oder Leitungsende ($z = l$; $\underline{U}_1^E, \underline{I}_1^E$) vorgegeben werden. An dieser Stelle wird darauf verzichtet die Differenzialgleichung zu lösen, da dies für diese Arbeit nicht relevant ist. Die Lösung zusammen mit deren Herleitung ist z. B. in [12] zu finden. [12]

2.3.5 π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung bei induktiver Beeinflussung

Wiederum kann die Leitung mit einem π -Ersatzschaltbild dargestellt werden (siehe Abbildung 2-8). Die induktive Beeinflussung wird mit einer gesteuerten Spannungsquelle im Längszweig berücksichtigt. Es gelten für eine genügend kurze Leitung ($\underline{\gamma} \cdot l$) die Näherungen 19 und 20. [12]



- $\underline{U}_{ind,i}$ induzierte elektrische Spannung (V)
(siehe Formel 5, 4)
- \underline{I}_k Strom in der beeinflussenden Leitung k (A)
- \underline{Z}_{ikE}' Gegenimpedanzbelag zwischen den Leitungen i und k (Ω/m)
- l Länge der Beeinflussung/Leitung (m)

Abbildung 2-10: π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung bei induktiver Beeinflussung ([13] [12], abgeändert)

2.4 Elektrische Eigenschaften von Erdboden und Erdern

Erdungsanlagen haben die Aufgabe, eine möglichst gute elektrische Verbindung mit Erde herzustellen. Der Erdausbreitungswiderstand (R_E) definiert die elektrischen Eigenschaften der Erdungsanlage. Die Form und Größe sowie der spezifische Erdbodenwiderstand (ρ_E) beeinflussen den Erdausbreitungswiderstand. Der spezifische Erdbodenwiderstand (ρ_E) kann aus dem Widerstand eines Würfels mit der Kantenlänge $l = 1 \text{ m}$ und der Seitenfläche $A = 1 \text{ m}^2$ errechnet werden (siehe Formel 22). Er ist stark von der Bodenart und dessen Feuchtigkeit abhängig. In Tabelle 2-3 sind Werte für unterschiedliche Bodenarten angegeben. [6]

$$[6] \quad R_{Erd} = \rho_E \cdot \frac{l}{A} \rightarrow \rho_E = R_{Erd} \cdot \frac{A}{l} = R_{Erd} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{1 \text{ m}} \quad 22.)$$

- ρ_E Spezifischer Erdbodenwiderstand (Ωm)
- R_{Erd} Erdausbreitungswiderstand (Ω)
- l Kantenlänge des Würfels (m)
- A Seitenfläche des Würfels (m^2)

Bodenart	ρ_E in ($\Omega \cdot m$)
Moorboden	10...40
Ton, Lehm	20...100
Humus, Ackerboden	50...200
Sand, Kies	200...3000
verwittertes Gestein	meist < 1000
felsiges Gestein	2000...3000
Süßwasserseen und Flüsse	10...100

Tabelle 2-3: Spez. Erdbodenwiderstand ρ_E für unterschiedliche Bodenarten [15]

Die Formeln für die wichtigsten Erderformen bzw. Erdungssysteme sind der Formel 23 zu entnehmen.

$$[6] \quad R_{Erd} = \begin{cases} R_{ErdP} = \frac{\rho_E}{2 \cdot D} & \text{Plattenerder} \\ R_{ErdB} = \frac{\rho_E}{\pi \cdot L} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot L}{T}\right) \approx \frac{2 \cdot \rho_E}{L} & \text{Banderder/Horizontalerder} \\ R_{ErdR} = \frac{\rho_E}{\pi^2 \cdot D} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot D}{T}\right) & \text{Ringerder} \\ R_{ErdT} = \frac{\rho_E}{\pi^2 \cdot L} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot L}{T}\right) \approx \frac{\rho_E}{L} & \text{Tiefenerder} \end{cases} \quad 23.)$$

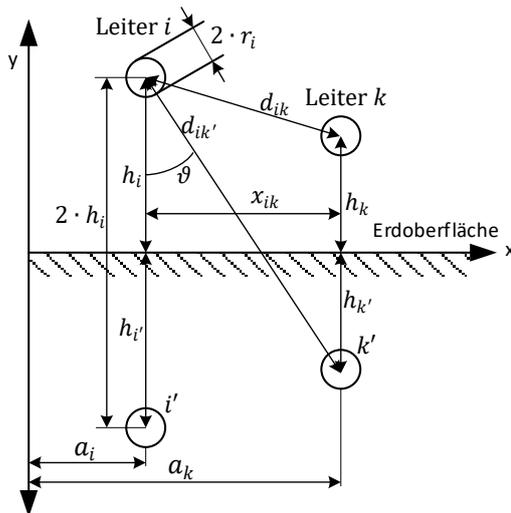
- D Durchmesser der Erdungsanlage (m)
- L Länge des Erdungsstabes (m)
- T Durchmesser des Erdungsstabes (m)

2.5 Elektrotechnische Leitungskenngrößen

In diesem Kapitel werden diverse Formeln zur Berechnung elektrotechnischer Leitungskenngrößen beschrieben. Eine elektrische Leitung wird durch zwei Kenngrößen, den Selbstimpedanzbelag (\underline{Z}_{iiE}') und den Queradmittanzbelag (\underline{Y}_{iq}'), beschrieben. Induktive Kopplungen mit anderen Leitungen werden durch den Gegenimpedanzbelag (\underline{Z}_{ikE}') berücksichtigt (siehe Kapitel 2.3).

Die Berechnung von Selbst- und Gegenimpedanzen von Leiterschleifen mit Rückleitung über Erde bauen auf den grundlegenden Arbeiten von Carson [17] und Pollaczek [18], [19] aus dem Jahre 1926 auf. Dabei wird die Induktionswirkung einer unendlich langen und dünnen wechselstromdurchflossenen Leitung auf eine zweite parallele Leitung mit gemeinsamer Erdrückleitung betrachtet. Die geometrischen Verhältnisse für die Bestimmung der Selbst- und Gegenimpedanzen von Leiter-Erde Schleifen sind in Abbildung 2-11 dargestellt. [16]

Die von Carson entwickelten Berechnungsgleichungen in Form von unendlichen Reihen sind in Kapitel 7.1 zu finden. Mit den Gliedern P_{ii} , P_{ik} und Q_{ii} , Q_{ik} kann die endliche Leitfähigkeit der Erde und die Stromverdrängung im Erdboden berücksichtigt werden. Werden nur die ersten Glieder der Carson-Reihen berücksichtigt, ergeben sich sehr einfache Lösungen für die Selbst- und Gegenimpedanzen (siehe Kapitel 2.5.1.1, Kapitel 2.5.2.1). Werden bei den Pollaczek-Reihen ebenfalls nur die ersten Glieder berücksichtigt, würde sich das gleiche einfache Ergebnis ergeben. Aufgrund dessen wird hier nicht näher auf die Pollaczek-Reihen eingegangen. Dubanton entwickelte später eine wesentlich einfachere, für den gesamten Frequenzbereich gültige, Näherung (siehe Kapitel 2.5.1.3, Kapitel 2.5.2.2). Damit können die Selbst- und Gegenimpedanzen sehr einfach in Form eines geschlossenen Ausdrucks berechnet werden. [16]



- r_i Radius des Leiters i (Ω/m)
- h_i Höhe Leiter i zu Erdoberfläche (m)
- $h_{i'}$ Tiefe Spiegelleiter i zu Erdoberfläche (m)
- h_k Höhe Leiter k zu Erdoberfläche (m)
- $h_{k'}$ Tiefe Spiegelleiter k zu Erdoberfläche (m)
- x_{ik} Abstand zwischen Leiterschleifen (m)
- d_{ik} Abstand zwischen Leiter i und Leiter k (m)
- $d_{ik'}$ Abstand zwischen Leiter i und Spiegelleiter k' (m)
- a_i Position des Leiters i auf der x -Achse (Abstand) (m)
- a_k Position des Leiters k auf der x -Achse (Abstand) (m)
- ϑ Winkel (Grad)

Abbildung 2-11: Leiter- Erde-Schleifen mit Spiegelleitern [16]

Mit den Formeln 24 und 25 werden die für den Gegenimpedanzbelag benötigten Abstände berechnet.

$$x_{ik} = |a_i - a_k| \quad 24.)$$

$$d_{ik} = \sqrt{x_{ik}^2 + (h_i - h_k)^2} \quad 25.)$$

Das Kapitel 2.5.3 widmet sich der Berechnung von Queradmittanzbelägen. Diese Arbeit berücksichtigt unterschiedliche Leiterarten, wie z. B. Rohrleitungen, Fahrschienen, Fahrleitungen. Der Queradmittanzbelag hängt stark von der betrachteten Leiterart ab, weshalb dieser nach den Leiterarten differenziert berechnet werden muss.

2.5.1 Selbstimpedanzbelag Leiter-Erde-Schleife

In diesem Kapitel werden zwei Methoden zur Berechnung des Selbstimpedanzbelages einer Leiter-Erde-Schleife vorgestellt (siehe Kapitel 2.5.1.2, 2.5.1.3), wobei zuvor auf die Berechnung des inneren Selbstimpedanzbelages eines Leiters eingegangen wird (siehe Kapitel 2.5.1.1). Die Berechnungen der Selbstimpedanzbeläge erfolgt in dieser Arbeit mit den ersten Gliedern der Carson-Reihe (siehe Formel 31).

2.5.1.1 Innerer Selbstimpedanzbelag

Der innere Selbstimpedanzbelag (\underline{Z}_{iL}') eines Leiters setzt sich aus dem Widerstandsbelag (R_{iL}') und dem inneren Reaktanzbelag (X'_{iL}) zusammen. Der Widerstandsbelag (R_{iL}') wird mit Formel 27 und der innere Reaktanzbelag (X'_{iL}) mit Formeln 28 berechnet. [20]

$$[16] \quad \underline{Z}_{iL}' = R_{iL}' + j \cdot X'_{iL} \quad [7] \quad 26.)$$

\underline{Z}_{iL}'	innerer Selbstimpedanzbelag (Ω/m)	
R_{iL}'	Widerstandsbelag Leiter (Ω/m)	(siehe Formel 27)
X'_{iL}	innerer Reaktanzbelag (Ω/m)	(siehe Formel 28)

Zur Berechnung des Widerstandsbelags (R_{iL}') und des inneren Reaktanzbelages (X'_{iL}) werden jeweils drei Varianten verwendet.

- Mit der ersten Variante ($R_{iL,v}', X'_{iL,v}$) wird der innere Selbstimpedanzbelag eines Rund- bzw. Vollleiters berechnet. Diese Formeln werden verwendet, wenn der Skineneffekt vernachlässigt werden kann, so wie z. B. bei Fahrleitungen. [21]
- Die zweite Variante ($R_{iL,s}', X'_{iL,s}$) berücksichtigt den Skineneffekt beim Rund bzw. Vollleitermodell. Bei Rohrleitungen kann der Skineneffekt aufgrund des relativ großen Durchmessers nicht vernachlässigt werden. Da die Eindringtiefe im Allgemeinen kleiner als die doppelte Rohrleitungswandstärke ist, kann diese Berechnungsvariante verwendet werden. [12] [20]
- Bei der dritten Variante ($R_{iL,M}', X'_{iL,M}$) werden Messwerte herangezogen und diese direkt zur Bestimmung des inneren Selbstimpedanzbelages verwendet. Dies ist vor allem bei Fahrschienen notwendig, da die Berechnung aus einem Rundleitermodell aufgrund des Stromverdrängungseffektes und der stromabhängigen Permeabilität des Stahls zu falschen Ergebnissen führen würde. [6] [21]

$$\begin{aligned}
 [20] \quad R_{iL}' &= \begin{cases} R_{iL,v}' = \frac{\rho_L}{r_i^2 \cdot \pi} & \text{für } \frac{r_i}{\delta_L} \ll 1 \quad \text{kein Skineffekt} \\ R_{iL,s}' = \frac{\rho_L}{r_i^2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{r_i}{2 \cdot \delta_L} + \frac{1}{4} \right) & \text{für } \frac{r_i}{\delta_L} \gg 1 \quad \text{starker Skineffekt} \end{cases} \quad 27.) \\
 [21] \quad R_{iL,M}' &= \underbrace{0,06 - 0,125 \, \Omega/km}_{\text{Fahrschiene UIC 54, 0,1-1 kA}} \quad \text{Messwerte}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [20] \quad X_{iL}' &= \begin{cases} X_{iL,v}' = \frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{8 \cdot \pi} & \text{für } \frac{r_i}{\delta_L} \ll 1 \quad \text{kein Skineffekt} \\ X_{iL,s}' = \frac{\rho_L}{r_i^2 \cdot \pi} \cdot \frac{r_i}{2 \cdot \delta_L} = \frac{\rho_L}{2 \cdot r_i \cdot \pi \cdot \delta_L} & \text{für } \frac{r_i}{\delta_L} \gg 1 \quad \text{starker Skineffekt} \end{cases} \quad 28.) \\
 [21] \quad X_{iL,M}' &= \underbrace{0,075 - 0,11 \, \Omega/km}_{\text{Fahrschiene UIC 54, 0,1-1 kA}} \quad \text{Messwerte}
 \end{aligned}$$

$R_{iL,v}'$ Widerstandsbelag Vollleiter ohne Skineffekt (Ω/m)

$R_{iL,s}'$ Widerstandsbelag Leiter mit Skineffekt (Ω/m)

$R_{iL,M}'$ Widerstandsbelag Messwert (Ω/m)

$X_{iL,v}'$ Innerer Reaktanzbelag ohne Skineffekt, Vollleiter (Ω/m)

$X_{iL,s}'$ Innerer Reaktanzbelag mit Skineffekt (Ω/m)

$X_{iL,M}'$ Innerer Reaktanzbelag Messwert (Ω/m)

ω Kreisfrequenz (1/s)

mit: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

f Frequenz (Hz)

μ_0 magnetische Feldkonstante (Vs/Am)

μ_r relative Permeabilität

δ_L Eindringtiefe ins Material (m)

(siehe Formel 29)

ρ_L spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)

Die Eindringtiefe des Stroms in einen Rundleiter (δ_L) ergibt sich mit Formel 29.

$$[20] \quad \delta_L = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_L}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} \quad 29.)$$

2.5.1.2 Carson-Reihe (Verwendung der 1. Glieder der Reihenentwicklung)

Werden nur die ersten Glieder der Carson-Reihe verwendet ergibt sich der Selbstimpedanzbelag der Leiter-Erde-Schleife mit den Korrekturtermen aus Formel 30 zu Formel 31. Die vollständigen Berechnungsgleichungen der Carson-Reihen sind in Kapitel 7.1 zu finden. Die Formeln zur Berechnung des Widerstandsbelages (R_i') und des inneren Reaktanzbelages (X_i') sind in Kapitel 2.5.1.1 dargestellt. [16]

$$[16] \quad P_{ii} = \frac{\pi}{8}, Q_{ii} = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{d_E}{2 \cdot h_i}\right), \quad (30.)$$

P_{ii}, Q_{ii} Korrekturterme Selbstimpedanzbelag Carson
 d_E äquivalenter Abstand zum Erdrückleiter (m) (siehe Formel 32)

$$[16] \quad \underline{Z}_{iiE}' = \left(R_{iL}' + \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} \right) + j \left(\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{d_E}{r_i}\right) + X_{iL}' \right) \quad (31.)$$

\underline{Z}_{iiE}' Selbstimpedanzbelag Leiter-Erde Schleife (Ω/m)
 R_{E}' Widerstandsbelag Erdrückleitung (Ω/m)
 R_{iL}' Widerstandsbelag Leiter (Ω/m) (siehe Formel 27)
 X_{a}' Äußerer Reaktanzbelag (Ω/m)
 X_{iL}' Innerer Reaktanzbelag (Ω/m) (siehe Formel 28)

Der äquivalente Abstand zum Erdrückleiter (d_E) kann mit Formel 32 berechnet werden.

$$[16] \quad d_E = \frac{e^{\frac{1}{2} + \ln(2) - C}}{\sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{1}{\rho_E}}} = \frac{1,8514}{\sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{1}{\rho_E}}} \quad (32.)$$

ρ_E spezifischer Bodenwiderstand (Ωm)
 e Eulersche Zahl $e = 2,7182818284$
 C Euler – Mascheroni Konstante $C = 0,5772156649$

2.5.1.3 Näherung nach Dubanton

Die Näherung nach Dubanton ergibt sich mit Formel 33, wobei die komplexe Eindringtiefe mit Formel 34 berechnet wird. Die Formeln zur Berechnung des Widerstandsbelages (R_i') und des inneren Reaktanzbelages (X_i') sind in Kapitel 2.5.1.1 dargestellt. [16]

$$[16] \quad \underline{Z}_{iiE}' = R_{iL}' + j \cdot \left(\frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{8 \cdot \pi} + \frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot (h_i + \underline{p})}{r_i}\right) \right) \quad (33.)$$

$$[16] \quad \underline{p} = \frac{1}{\sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \rho_E}} = e^{-j \cdot \frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \rho_E}} = (1 - j) \cdot \frac{d_E / \sqrt{2}}{1,8514} \quad (34.)$$

\underline{p} Komplexe Eindringtiefe (m)

2.5.2 Gegenimpedanzbelag zweier Leiter-Erde Schleifen

In diesem Kapitel werden zwei Methoden zur Berechnung des Gegenimpedanzbelages zweier Leiter-Erde Schleifen vorgestellt (siehe Kapitel 2.5.2.1, 2.5.2.2). Die Berechnungen der Gegenimpedanzbeläge erfolgt in dieser Arbeit mit der Näherung nach Dubaton (siehe Formel 37). Diese berücksichtigt die Höhenunterschiede zwischen den Leitern und ist sehr leicht zu implementieren. Sie ist zwar für Beeinflussungsprobleme definiert, bei denen sich die Leiter über der Erdoberfläche befinden, kann aber auch für Beeinflussungsprobleme in Erde (Rohrleitungen) verwendet werden. Der Fehler ist dabei relativ gering und kann bei geringen Verlegetiefe vernachlässigt werden. [22]

2.5.2.1 Carson-Reihe (Verwendung der 1. Glieder der Reihenentwicklung)

Werden nur die ersten Glieder der Carson-Reihe verwendet ergibt sich der Gegenimpedanzbelag der Leiter-Erde Schleife mit den Korrekturtermen aus Formel 35 zu Formel 36. Die vollständigen Berechnungsgleichungen der Carson-Reihen sind in Kapitel 7.1 zu finden.

$$[16] \quad P_{ik} = \frac{\pi}{8}, Q_{ik} = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{d_E}{d_{ik}}\right) \quad (35.)$$

P_{ik}, Q_{ik} Korrekturterme Gegenimpedanzbelag Carson

$$[16] \quad \underline{Z}_{ikE}' = \underbrace{\frac{\omega \cdot \mu_0}{8}}_{R_{E'}} + j \underbrace{\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{d_E}{d_{ik}}\right)}_{X_{ik}'} \quad (36.)$$

\underline{Z}_{ikE}' Gegenimpedanzbelag zwischen Leitung i und k (Ω/m)

X_{ik}' Gegenreaktanzbelag zwischen Leitung i und k (Ω/m)

2.5.2.2 Näherung nach Dubaton / Complex Image Formular

Die Näherung nach Dubanton ergibt sich mit Formel 37, wobei die komplexe Eindringtiefe (\underline{p}) mit Formel 34 berechnet wird.

$$[16] \quad \underline{Z}_{ikE}' = j\omega \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{(h_i + h_k + 2 \cdot \underline{p})^2 + x_{ik}^2}}{d_{ik}} \quad (37.)$$

2.5.3 Queradmittanzbelag

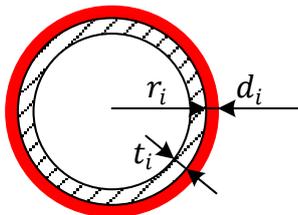
Zur Bestimmung des Queradmittanzbelages (\underline{Y}_{iq}') werden in diesem Kapitel Formeln oder Werte für unterschiedliche Leiterarten angegeben. Allgemein betrachtet setzt sich der Queradmittanzbelag zwischen dem Leiter i und Erde aus dem Ableitungsbelag (G_i') und dem Kapazitätsbelag (C_i') zusammen.

$$\underline{Y}_{iq}' = G_i' + j\omega \cdot C_i' \quad (38.)$$

\underline{Y}_{iq}'	Querableitungsbelag der Leitung i ($1/\Omega m$)
G_i'	Ableitungsbelag der Leitung i (S/m)
C_i'	Kapazitätsbelag der Leitung i (F/m)

Dies Arbeit unterscheidet hinsichtlich des Queradmittanzbelages drei Leiterarten. Die Unterschiede in deren Berechnung wird nachfolgen erläutert.

- **Rohrleitungen:** Der Queradmittanzbelag bei Rohrleitungen kann mit zwei Varianten bestimmt werden (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,s}'$, $\underline{Y}_{iq,c}'$). Die Ergebnisse unterscheiden sich zwar geringfügig, weshalb wird hier nicht näher darauf eingegangen wird. Zur Bestimmung des Queradmittanzbelages bei Rohrleitungen wird in dieser Arbeit die Variante 1 ($\underline{Y}_{iq,s}'$) verwendet. Der Querschnitt durch ein Isoliertes Rohr ist in Abbildung 2-12 zu sehen.



r_i	Radius der Rohrleitung i (m)
t_i	Wandstärke der Rohrleitung i (m) Typische Werte: $t_i = 5 - 15 \text{ mm}$
d_i	Isolierungswandstärke der Rohrleitung i (m) Typische Werte: $d_i = 1 - 5 \text{ mm}$

Abbildung 2-12: Querschnitt durch eine isolierte Rohrleitung [12]

- **Fahrschienen:** Der Queradmittanzbelag bei Fahrschienen ist von vielen Faktoren abhängig, wie z. B. den Witterungsbedingungen, dem spezifischen Erdwiderstand oder der Konstruktion des Oberbaues. Für DC-Bahnstrecken sind Richtwerte vorhanden [6, p. 443], die hier die für Berechnung verwendet werden können (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,F}'$). In der DIN EN 50122-2 [23] wird für den Querableitungsbelag zwischen Gleis und Erde ein Wert von $1 S/km$ angegeben, welcher auf für diese Arbeit verwendet wird.
- **Leiter in Luft:** Für die auf Masten aufgespannten Leiter der Oberleitungsanlage (z. B. Fahrleitungen, Tragseile, Verstärkungsleitungen), wird vereinfachend angenommen, dass die Queradmittanzbeläge vernachlässigt werden können (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,L}'$). Dies ist möglich, da die in Luft hängenden Leiter gegenüber Erde sehr gut isoliert sind.

$$\begin{aligned}
 [12] \quad & \left. \begin{aligned} \underline{Y}_{iq,S}' &= \frac{2 \cdot r_i \cdot \pi}{r_u} + j\omega \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \frac{r_i + t_i}{r_i}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{für Rohrleitungen (Var. 1)} \\ \text{für Rohrleitungen (Var. 2)} \end{array} \\
 [24] \quad \underline{Y}_{iq}' &= \left\{ \begin{array}{l} \underline{Y}_{iq,C}' = \frac{2 \cdot r_i \cdot \pi}{r_u} + j\omega \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_i}{d_i} \\ \underline{Y}_{iq,F}' = 1 \frac{S}{km} \\ \underline{Y}_{iq,L}' = 0 \rightarrow \text{isoliert (Vereinfachung)} \end{array} \right. \quad 39.) \\
 [6] \quad & \left. \begin{array}{l} \text{für Fahrschienen} \\ \text{Richtwert: } 0,005 - 50 S/km \\ \text{für in Luft hängende Leiter} \\ \text{z. B. Fahrleitungen} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$\underline{Y}_{iq,S}'$ Querableitungsbelag der Rohrleitung i nach Schmutzner ($1/\Omega m$)

$\underline{Y}_{iq,C}'$ Querableitungsbelag der Rohrleitung i nach Cigré ($1/\Omega m$)

$\underline{Y}_{iq,F}'$ Querableitungsbelag der Fahrschiene i ($1/\Omega m$)

$\underline{Y}_{iq,L}'$ Querableitungsbelag für den in Luft hängenden Leiter i ($1/\Omega m$)

r_u auf die Fläche bezogener Umhüllungswiderstand (Ωm^2)

ϵ_0 Permittivität des Vakuums (F/m)

ϵ_r relative Permittivität der Isolierung

$\epsilon_0 = 8,85432 \cdot 10^{-12} F/m$

für Rohrumhüllung: $\epsilon_r = 5$

2.6 Kettenleitermodell

Wie in Kapitel 2.3 beschrieben, kann das elektrische Verhalten eines Leiters mit Rückleitung über Erde (Leiterschleife) durch ein π -Ersatzschaltbild beschrieben werden. Ist dabei die Leitungslänge hinreichend klein, gelten zusätzlich als Vereinfachung die Formeln 19 und 20. Die beiden π -Ersatzschaltbilder für kurze Leiter-Erde-Schleifen sind in Abbildung 2-1 dargestellt. Der linke Teil der Abbildung zeigt das π -Ersatzschaltbild ohne induktiver Beeinflussung und der rechte Teil das π -Ersatzschaltbild mit induktiver Beeinflussung. Die induzierte Spannung in ein Teilstück wird mit einer gesteuerten Spannungsquelle berücksichtigt und kann mit Formel 5 bzw. Formel 4 berechnet werden. [12]

Falls Kompensationsleitungen vorhanden sind, dann können diese die induzierte Spannung reduzieren (siehe Kapitel 2.8). Die induzierte Spannung (bei vorhandenen Kompensationsleitungen) kann mit Formel 56 errechnet werden, wodurch ein Berechnungsverfahren mit Reduktionsfaktoren aufgebaut werden kann.

Auf eine Berücksichtigung der Rückwirkung von Leitung i auf Leitung k wird zunächst verzichtet. Es wird angenommen, dass der Strom (I_k) der Leitung k bekannt ist und damit die induzierte Spannung berechnet werden kann. In Kapitel 2.9 wird darauf näher eingegangen und ein Ersatznetzwerk zur Berücksichtigung der Rückwirkung beschrieben.

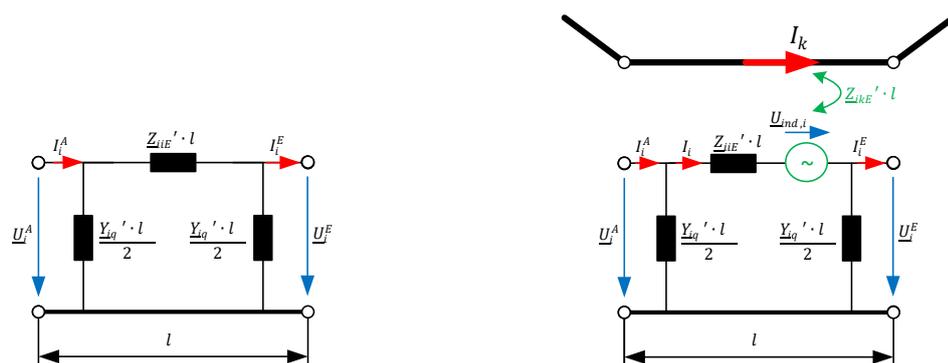


Abbildung 2-13: π -Ersatzschaltbilder der elektrischen Leitung (links ohne und rechts mit induktiver Beeinflussung) ([13] [12], abgeändert)

Z_{iiE}'	Selbstimpedanzbelag der Leitung i (Ω/m)	
Z_{ikE}'	Gegenimpedanzbelag zwischen deren Leitungen i und k (Ω/m)	
Y_{iq}'	Queradmittanzbelag der Leitung i ($1/\Omega m$)	
I_k	Strom in beeinflussender Leitung k (A)	
$U_{ind,i}$	induzierte elektrische Spannung in Leitung i (V)	(siehe Formel 5)
l	Länge der Beeinflussung/ der Leitung (m)	

Für zu lange Leitungen sind die Vereinfachungen in Formel 19 und 20 nicht mehr gültig. Diese Leitungen können als Kettenschaltung mehrerer kurzer Leitungen dargestellt werden. Die Leitungsparameter müssen nur mehr entlang der kurzen Leitungsstücke konstant sein. Damit können reale Bedingungen genauer nachgebildet werden und der Fehler, der durch die Verwendung des π -Ersatzschaltbildes entsteht, verringert sich bei kürzeren Leitungsstücken. Mit dem Knotenspannungsverfahren (siehe Kapitel 2.6) können die Ströme und Spannungen an den Enden der Teilstücke leicht ermittelt werden. Eine hohe Unterteilung führt zwar zu einer höheren Genauigkeit, diese wird aber mit erhöhtem Rechenaufwand erkauft. In dieser Arbeit wird eine Unterteilung in Teilstücke von 10 – 250 m verwendet. [13] [12]

In Abbildung 2-14 ist exemplarisch die Unterteilung einer beeinflussten Leitung (Leitung 1) in vier Teilstücke dargestellt, wobei die mittleren Teilstücke durch Leitung 2 induktiv beeinflusst werden. Bei einer schrägen Näherung wird bei der Ermittlung des Gegenimpedanzbelages ein orthogonal auf das beeinflussende System stehender mittlerer Abstand verwendet [25]. Durch die Verwendung eines mittleren Abstandes werden die Leiterstücke quasi parallelisiert weshalb dies in weiterer Folge als Leitungsstückparallelisierung bezeichnet wird.

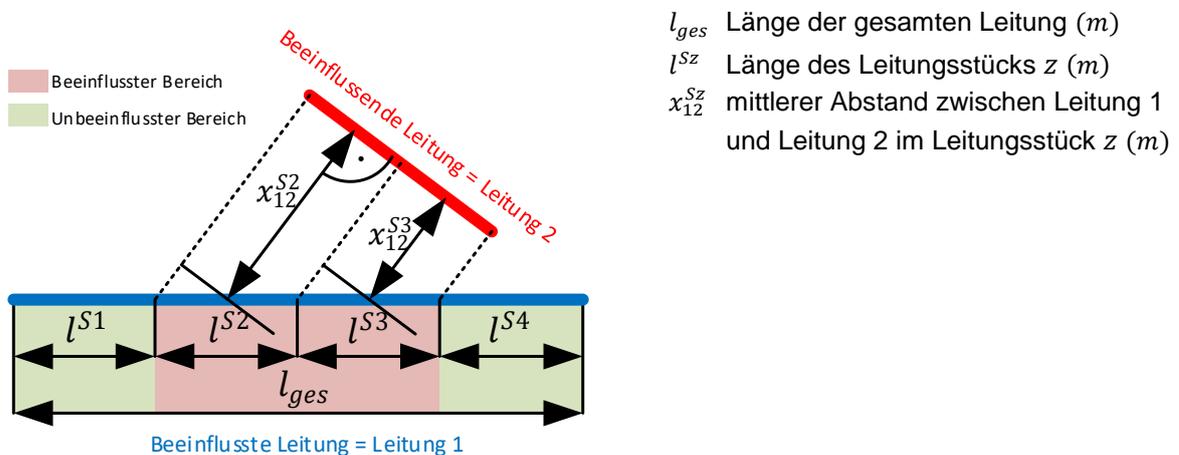


Abbildung 2-14: Kettenleitermodell lange Leitung, Schema der Unterteilung, Leitungsstückparallelisierung

Abbildung 2-15 zeigt das Kettenleitermodell von Leitung 1. Jedes Leitungsstück wird durch ein π -Ersatzschaltbild dargestellt und anschließend aneinandergereiht.

In Kapitel 2.7.2 wird an einem Beispiel gezeigt, wie der Spannungsverlauf auf einer beeinflussten Leitung (Leitung 1) ermittelt werden kann. Dieses Beispiel baut auf dem in Abbildung 2-15 dargestellten Kettenleitermodell von Leitung 1 auf.

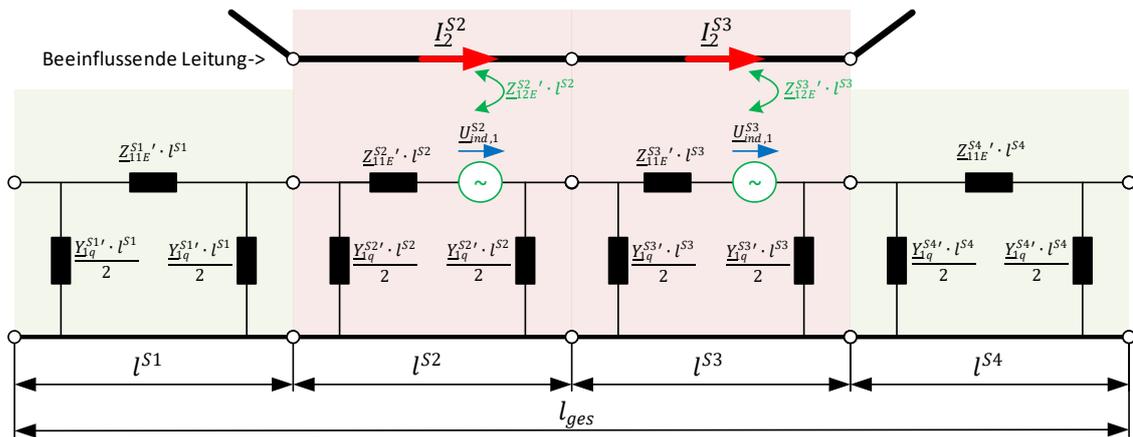


Abbildung 2-15: Darstellung einer langen induktiv beeinflussten Leitung mit dem Kettenleitermodell, π -Ersatzschaltbilder

- I_2^{Sz} Wechselstrom in beeinflussender Leitung k des Leitungsstücks z (A)
- $Z_{11E}^{Sz'}$ Selbstimpedanzbelag des Leitungsstücks z (Ω/m)
- $Z_{12E}^{Sz'}$ Gegenimpedanzbelag des Leitungsstücks z (Ω/m)
- $Y_{1q}^{Sz'}$ Queradmittanzbelag des Leitungsstücks z ($1/\Omega m$)
- $U_{ind,1}^{Sz}$ induzierte elektrische Spannung in Leitungsstücks z (V) (siehe Formel 5)
- l^{Sz} Länge der Beeinflussung/Leitung des Leitungsstücks z (m)

2.7 Knotenspannungsanalyse in Matrixform

Die Knotenspannungsanalyse in Matrixform eignet sich besonders gut, um Netzwerke computergestützt zu berechnen. Der theoretische Aufbau dieses Verfahrens kann nach [26] in vier Schritten zusammengefasst werden, wobei das Verfahren hier für die komplexe Rechnung erweitert wurde. Zunächst wird die Knotenspannungsanalyse in Matrixform theoretisch behandelt und anschließend an einem Beispiel angewendet. Eine Zusammenfassung der verwendeten Variablen findet sich in Tabelle 2-4. [26]

2.7.1 Theoretischer Aufbau

Im Vorfeld müssen bei diesem Verfahren vorhandene Spannungsquellen durch ihr Norton-Äquivalent ersetzt werden (Formel 40). Es ist prinzipiell möglich auch Spannungsquellen in der Knotenspannungsanalyse zu berücksichtigen, jedoch sind dafür Erweiterungen nötig, die für diese Arbeit aber nicht benötigt werden. [26]

$$[26] \quad \underline{I}_{Nort} = \frac{\underline{U}_{They}}{\underline{Z}_{iNort}} \quad \text{mit} \quad \underline{Z}_{iNort} = \underline{Z}_{iThey} \quad 40.)$$

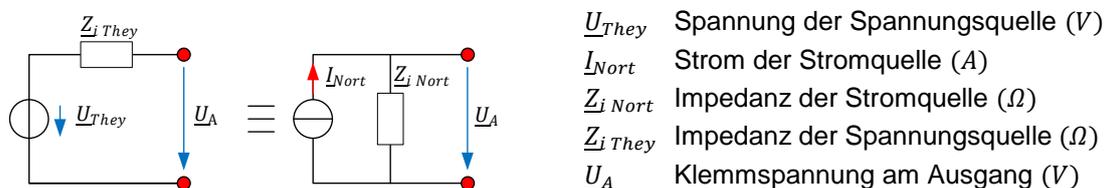


Abbildung 2-16: Gleichwertigkeit der linearen Spannungs- und Stromquellenersatzschaltungen [26]

2.7.1.1 Schritt 1

Zu Beginn werden $k - 1$ unabhängige Knoten und ein Bezugsknoten ausgewählt. Somit können Knotenspannungen eingeführt werden. Angelehnt an den allgemeinen Zweig (siehe Abbildung 2-17) ergibt sich für einen Zweig (j) die Zweigspannung (\underline{U}_z^j) aus der Differenz der anliegenden Knotenspannungen (siehe Formel 41). [26]

$$[26] \quad \underline{U}_z^j = \underline{U}_k^i - \underline{U}_k^{i+1} \quad 41.)$$

Die Beziehung zwischen dem Knotenspannungsvektor (\underline{U}_k) und dem Zweigspannungsvektor (\underline{U}_z) kann mithilfe der Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix (\underline{A}^T) ausgedrückt werden (siehe Formel 42). [26]

$$[26] \underline{U}_z = \mathbf{A}^T \cdot \underline{U}_k \quad 42.)$$

Um die Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix (\mathbf{A}^T) aufzustellen wird ein Netzwerkgraph entwickelt. Dazu werden die Knoten und Zweige nummeriert und jeden Zweig eine Richtung (=Stromrichtung) zugeordnet. Der Aufbau von \mathbf{A}^T ist in Formel 44 dargestellt, wobei die Elemente $a_{i,j}$ ($i = 1 \dots k - 1, j = 1 \dots z$) durch die Definition 43 festgelegt werden. Der in der Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix (\mathbf{A}^T) nicht vorhandene Knoten entspricht dem Bezugsknoten. [26]

$$[26] a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{wenn Zweig (Strom) } j \text{ vom Knoten } i \text{ wegführt} \\ -1 & \text{wenn Zweig (Strom) } j \text{ vom Knoten } i \text{ hinführt} \\ 0 & \text{wenn Zweig (Strom) } j \text{ mit Knoten } i \text{ nicht verbunden ist} \end{cases} \quad 43.)$$

Die Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix (\mathbf{A}^T) kann somit in jeder Zeile nur ein Element mit +1 und eines mit -1 enthalten. [26]

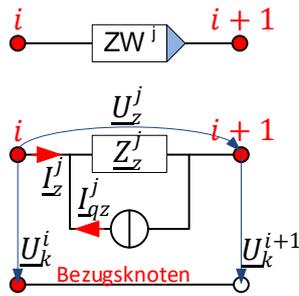
$$[26] \mathbf{A}^T = \begin{matrix} & \underline{U}_k^1 & \underline{U}_k^2 & \dots & \underline{U}_k^{k-1} \\ \underline{U}_z^1 & \left[\begin{matrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \dots & a_{k-1,1} \end{matrix} \right. \\ \underline{U}_z^2 & \left[\begin{matrix} a_{1,2} & a_{2,2} & \dots & a_{k-1,2} \end{matrix} \right. \\ \vdots & \left[\begin{matrix} \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{matrix} \right. \\ \underline{U}_z^z & \left[\begin{matrix} a_{1,z} & a_{2,z} & \dots & a_{k-1,z} \end{matrix} \right. \end{matrix} \quad 44.)$$

2.7.1.2 Schritt 2

Jeder Netzwerkzweig kann als allgemeiner Netzwerkzweig ausgedrückt werden (siehe Abbildung 2-17 & Formel 45). Angelehnt an Abbildung 2-17 besteht ein allgemeiner Netzwerkzweig aus der Stromquelle (\underline{I}_{qz}^j) und Impedanz (\underline{Z}_z^j). Durch Ansetzen der Knotengleichung ergibt sich der Zweigstrom (\underline{I}_z^j) eines Netzwerkzweiges wie in Formel 46 ersichtlich. [26]

$$[26] \underline{I}_z^j = Y_z^j \cdot \underline{U}_z^j - \underline{I}_{qz}^j \quad \text{mit} \quad Y_z^j = \frac{1}{\underline{Z}_z^j} \quad 45.)$$

Das gesamte Netzwerk wird mit der Matrixschreibweise als allgemeiner Netzwerkzweig dargestellt (siehe Formel 46). Dabei steht jede Zeile der Matrix für einen Zweig des Netzwerks. Die Zweigadmittanzmatrix (\underline{Y}_z) ist eine Diagonalmatrix bestehend aus Zweigadmittanzen. [26]



Diese Abbildung zeigt den allgemeinen Netzwerkzweig in vereinfachter und vollständiger Form. Der Zweig j liegt zwischen den beiden Knoten i und $i + 1$. Die Darstellung oben stellt den Netzwerkzweig vereinfacht dar. Die Richtung des Zweiges gibt der blaue Pfeil an. Die untere Darstellung stellt den Netzwerkzweig vollständig dar.

Abbildung 2-17: Allgemeiner Netzwerkzweig im Verbraucherzählpfeilsystem [26]

$$[26] \underline{I}_z = \underline{Y}_z \cdot \underline{U}_z - \underline{I}_{qz} \quad \text{mit} \quad \underline{Y}_z = \frac{1}{\underline{Z}_z} \quad 46.)$$

2.7.1.3 Schritt 3

Ausgehend von der Matrixschreibweise der Netzwerkzweige (siehe Formel 46) kann der Knotensatz formuliert werden (siehe Formel 47). Der Knotensatz besagt, dass die Summe aller zu- und abfließenden Ströme in einem Knoten null ergibt. [26]

$$[26] \underline{A} \cdot \underline{I}_z = \underline{A} \cdot \underline{Y}_z \cdot \underline{U}_z - \underline{A} \cdot \underline{I}_{qz} = \underbrace{\underline{A} \cdot \underline{Y}_z \cdot \underline{A}^T}_{\underline{Y}_k} \cdot \underline{U}_k - \underbrace{\underline{A} \cdot \underline{I}_{qz}}_{\underline{I}_{qk}} = \underline{0} \quad 47.)$$

2.7.1.4 Schritt 4

Im letzten Schritt wird durch Umformung von Formel 47 zu Formel 48 der Knotenspannungsvektor (\underline{U}_k) ermittelt. Dabei umfasst der Knotenquellenstromvektor (\underline{I}_{qk}) die Summe der Quellenströme eines Knotens. Mit Formel 42 kann daraus wieder der Zweigspannungsvektor berechnet werden. [26]

$$[26] \underline{Y}_k \cdot \underline{U}_k = \underline{I}_{qk} \quad \rightarrow \quad \underline{U}_k = \underline{Y}_k^{-1} \cdot \underline{I}_{qk} \quad 48.)$$

2.7.1.5 Empfehlung für rechnergestützte Implementierung

Das Gleichungssystem der Knotenspannungsanalyse kann direkt aus der Schaltung gewonnen werden [26]. Für die rechnergestützte Implementierung empfiehlt sich die Knotenspannungsanalyse in vier Punkte zu gliedern. In Kapitel 2.7.2 wird dies anhand der Spannungsberechnung am Kettenleitermodells demonstriert.

1. Umwandlung von Spannungsquellen in Stromquellen
2. Nummerierung für Knoten und Zweige einführen, Zweigrichtung festlegen
3. Die Matrizen \underline{A}^T und \underline{Y}_z aufbauen, den Zeilenvektor \underline{I}_{qz} aufbauen
4. Gleichungssystem lösen (Formel 47, 48.)

Variable	Dimension (Matrix)	Beschreibung	Einheit
k		Anzahl an Knoten (inklusive Bezugsknoten)	
z		Anzahl an Zweigen	
j		Zweig mit Nummer j	
i		Knoten mit Nummer i	
\underline{U}_z^j		Zweigspannung j	(V)
$\underline{U}_z = \begin{bmatrix} \underline{U}_z^1 \\ \vdots \\ \underline{U}_z^z \end{bmatrix}$	$[z \times 1]$	Zweigspannungsvektor	(V)
\underline{I}_z^j		Zweigstrom	(A)
$\underline{I}_z = \begin{bmatrix} \underline{I}_z^1 \\ \vdots \\ \underline{I}_z^z \end{bmatrix}$	$[z \times 1]$	Zweigstromvektor	(A)
\underline{U}_k^i		Knotenspannung i	(V)
$\underline{U}_k = \begin{bmatrix} \underline{U}_k^1 \\ \vdots \\ \underline{U}_k^{k-1} \end{bmatrix}$	$[(k-1) \times 1]$	Knotenspannungsvektor	(V)
$\underline{A}^T = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{k-1,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,z} & a_{2,z} & a_{k-1,z} \end{bmatrix}$	$[z \times (k-1)]$	Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix	
\underline{I}_{qz}^j		Zweigquellenstrom	(A)
$\underline{I}_{qz} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{qz}^1 \\ \vdots \\ \underline{I}_{qz}^z \end{bmatrix}$	$[z \times 1]$	Zweigquellenstromvektor	(A)
\underline{Y}_z^j		Zweigadmittanz j	(1/Ω)
$\underline{Y}_z = \begin{bmatrix} \underline{Y}_z^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_z^z \end{bmatrix}$	$[z \times z]$	Zweigadmittanzmatrix	(1/Ω)
\underline{Z}_z^j		Zweigimpedanz j	(Ω)
$\underline{Z}_z = \begin{bmatrix} \underline{Z}_z^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_z^z \end{bmatrix}$	$[z \times z]$	Zweigimpedanzmatrix	(Ω)
$\underline{I}_{qk} = \underline{A} \cdot \underline{I}_{qz}$	$[(k-1) \times 1]$	Knotenstromvektor	(A)
$\underline{Y}_k = \underline{A} \cdot \underline{Y}_z \cdot \underline{A}^T$	$[(k-1) \times (k-1)]$	Knotenadmittanzmatrix	(1/Ω)

Tabelle 2-4: Variablen bei der Knotenspannungsanalyse

2.7.2 Berechnung einer induktiven Beeinflussung durch Anwendung des Kettenleitermodells und die Knotenspannungsanalyse

Ausgehend von der im Kapitel 2.6 beschriebenen Unterteilung einer langen Leitung, lassen sich die Ströme und Spannungen mit der Knotenspannungsanalyse ermitteln. Somit kann z. B. die von einer Wechselstrombahnanlage ausgehende Beeinflussung auf eine Rohrleitung berechnet werden. Exemplarisch wird dies an einem Rohrleitungsabschnitt mit einer Gesamtlänge von 1000 m und den Parametern laut Formel 49 beschrieben. Die Rohrleitung wird in vier Leitungsstücke unterteilt, wobei die beiden mittleren Leitungsstücke durch die schräge Annäherung einer Wechselstrombahnanlage induktiv beeinflusst werden (siehe Abbildung 2-14).

Es wird angenommen, dass die induzierten Spannungen in die Rohrleitung bekannt sind. Dadurch muss die induktive Rückwirkung der Rohrleitung auf die beeinflussende Leitung nicht berücksichtigt werden. Kapitel 2.9 beschreibt eine Möglichkeit wie die Rückwirkung berücksichtigt werden kann.

$$\begin{aligned}
 \underline{Y}_{1q}^{S1'} = \underline{Y}_{1q}^{S2'} = \underline{Y}_{1q}^{S3'} = \underline{Y}_{1q}^{S4'} &= 3,1416 \cdot 10^{-5} + j \cdot 1,4739 \cdot 10^{-6} \quad \Omega/m \\
 \underline{Z}_{11E}^{S1'} = \underline{Z}_{11E}^{S2'} = \underline{Z}_{11E}^{S3'} = \underline{Z}_{11E}^{S4'} &= 3,1154 \cdot 10^{-5} + j \cdot 1,8416 \cdot 10^{-4} \quad \Omega/m \\
 l^{S1} = l^{S2} = l^{S3} = l^{S4} &= 250 \text{ m}, l_{ges} = 1000 \text{ m} \\
 \underline{U}_{ind,1}^{S2} = \underline{U}_{ind,1}^{S3} / 2 &= 25 \text{ V}
 \end{aligned} \tag{49.)}$$

$\underline{Z}_{11E}^{Sz'}$	Selbstimpedanzbelag des Leitungsstücks z (Ω/m)	
$\underline{Y}_{1q}^{Sz'}$	Queradmittanzbelag des Leitungsstücks z ($1/\Omega m$)	
$\underline{U}_{ind,1}^{Sz}$	induzierte elektrische Spannung in Leitungsstücks z (V)	(siehe Formel 5)
l^{Sz}	Länge des Leitungsstücks z (m)	
l_{ges}	Gesamtlänge der Rohrleitung	

2.7.2.1 Punkt 1: Umwandlung von Spannungsquellen in Stromquellen

Durch Umwandlung der Spannungsquellen in Stromquellen verändert sich die Ersatzschaltung von Abbildung 2-15 (Kapitel 2.6) zu Abbildung 2-18. Die Umwandlung der Spannungsquellen in Stromquellen erfolgt mit der Selbstimpedanz des Leitungsstückes (siehe Formel 40, 50).

$$\underline{I}_{ind,1}^{S2} = \frac{\underline{U}_{ind,1}^{S2}}{\underline{Z}_{11E}^{S2'} \cdot l^{S2}} \tag{50.)}$$

$\underline{I}_{ind,1}^{S2}$ Strom der Ersatzstromquelle im Leitungsstück 2

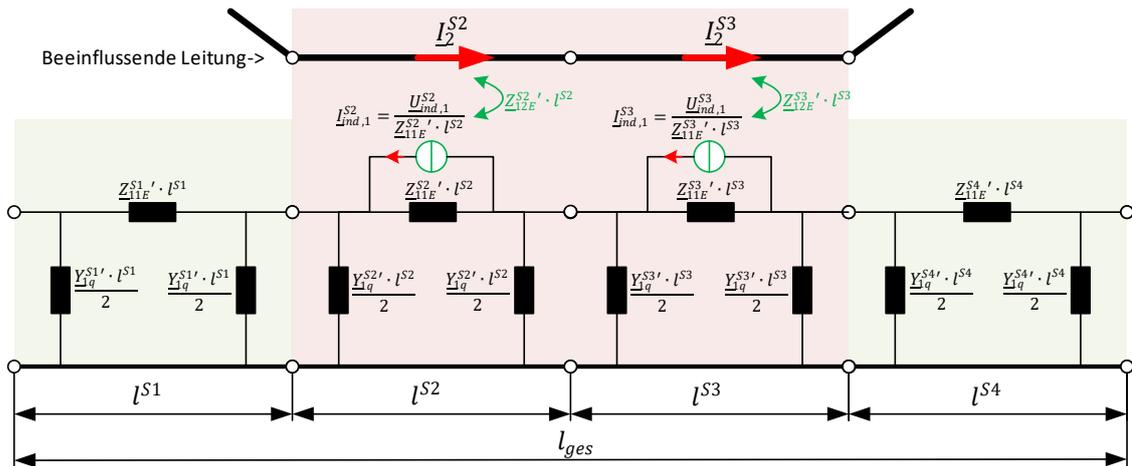


Abbildung 2-18: Kettenleitermodell Umwandlung in Stromquellen

2.7.2.2 Punkt 2: Nummerierung für Knoten und Zweige einführen, Zweigrichtung festlegen

Die Enden der Leitungsstücke werden als Knoten definiert und für den Bezugsknoten wird das gemeinsame Potential ausgewählt. Damit werden die Knoten- und Zweignummerierung inklusive der Zweigrichtungen nach Abbildung 2-19 definiert. Zu beachten ist, dass die Querableitungen benachbarter Leitungsstücke in einem Zweig zusammengefasst werden.

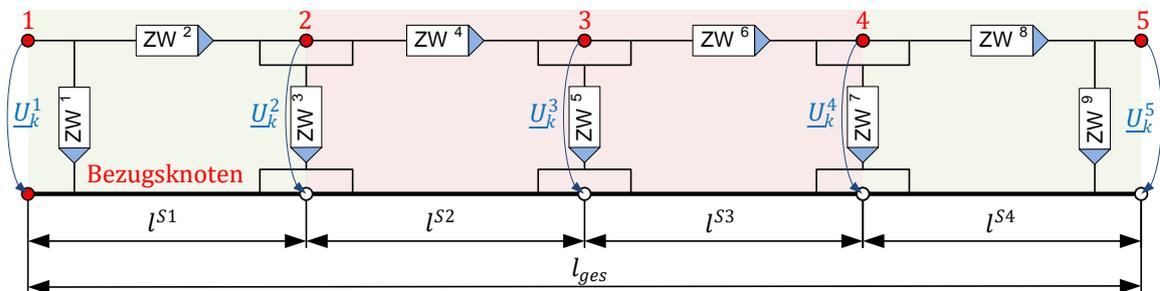


Abbildung 2-19: Knoten- und Zweignummerierung, Zweigrichtungen, Kettenleitermodell

\underline{U}_k^i Knotenspannung des Knotens i (V)

2.7.2.3 Punkt 3: Die Matrizen A^T und \underline{Y}_z aufbauen, den Zeilenvektor \underline{I}_{qz} aufbauen

Die Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix (A^T) ergibt sich mit der Definition von Formel 43 und 44 zu für dieses Beispiel zu Formel 51.

$$A^T = \begin{matrix} & \underline{U}_k^1 & \underline{U}_k^2 & \underline{U}_k^3 & \underline{U}_k^4 & \underline{U}_k^5 \\ \underline{U}_z^1 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (51.)$$

Da nur in den Zweigen vier und sechs Zweigstromquellen vorhanden sind, ergibt sich der Zweigquellenstromvektor (\underline{I}_{qz}) zu Formel 52.

$$\underline{I}_{qz} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_{qz}^4 = I_{ind,1}^{S2} = \frac{U_{ind,1}^{S2}}{Z_{11E}^{S2'} \cdot l^{S2}} \\ 0 \\ I_{qz}^6 = I_{ind,1}^{S3} = \frac{U_{ind,1}^{S3}}{Z_{11E}^{S3'} \cdot l^{S3}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (52.)$$

In die Zweigadmittanzmatrix (\underline{Y}_z) werden die Zweigadmittanzen der Zweige diagonal eingetragen. Aus Darstellungsgründen sind in Formel 53 nur die Zweigadmittanzen (\underline{Y}_z^1) bis (\underline{Y}_z^4) angeführt, jedoch ist bei den restlichen Zweigadmittanzen analog vorzugehen.

$$\underline{Y}_z = \begin{bmatrix} \underline{Y}_z^1 = \frac{Y_{1q}^{S1'} \cdot l^{S1}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_z^2 = \frac{1}{Z_{11E}^{S1'} \cdot l^{S1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_z^3 = \frac{Y_{1q}^{S1'} \cdot l^{S1}}{2} + \frac{Y_{1q}^{S2'} \cdot l^{S2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_z^4 = \frac{1}{Z_{11E}^{S2'} \cdot l^{S2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_z^5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_z^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_z^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_z^8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_z^9 \end{bmatrix} \quad (53.)$$

2.7.2.4 Punkt 4: Gleichungssystem lösen (Formel 47, 48)

Mit den Matrizen (A^T , \underline{Y}_z) und dem Zeilenvektor (\underline{I}_{qz}) kann das Gleichungssystem gelöst werden und der Knotenspannungsvektor (\underline{U}_k) berechnet werden (siehe Formel 47, 48). Daraus gibt sich für dieses Beispiel die Lösung des Gleichungssystems zu Formel 54. Die damit ermittelten Knotenspannungen entlang der Leitung werden in Diagramm 2-1 graphisch dargestellt.

$$\underline{U}_k = \underbrace{(A \cdot \underline{Y}_z \cdot A^T)^{-1}}_{\underline{Y}_k} \cdot \underbrace{A \cdot \underline{I}_{qz}}_{\underline{I}_{qk}} = \begin{bmatrix} 34.3685 & -j \cdot 0.0529 \\ 34.3700 & -j \cdot 0.0404 \\ 9.3747 & -j \cdot 0.0028 \\ -40.6199 & j \cdot 0.0416 \\ -40.6181 & j \cdot 0.0564 \end{bmatrix} \text{ V} \quad (54.)$$

Falls benötigt kann nun der Zweigspannungsvektor (\underline{U}_z) und der Zweigstromvektor (\underline{I}_z) aus dem Knotenspannungsvektor (\underline{U}_k) berechnet werden (siehe Formel 55, 56).

$$\underline{U}_z = A^T \cdot \underline{U}_k \quad (55.)$$

$$\underline{I}_z = \underline{Y}_z \cdot \underline{U}_z - \underline{I}_{qz} \quad (56.)$$

Diagramm 2-1 zeigt die mit Geraden verbundenen fünf Knotenspannungen der Rohrleitungsstücke. Die Knotenspannung hat im beeinflussten Bereich (Leitungsstück 3 und 4) einen V-förmigen Verlauf. Für das Ende des 3. Leitungsstückes ergibt sich, aufgrund der höheren induzierten Spannung in diesem Leitungsstück, ein Spannungsmaximum. In den nicht beeinflussten Leitungsstücken (1, 4) fällt die Spannung zu den Enden hin ab.

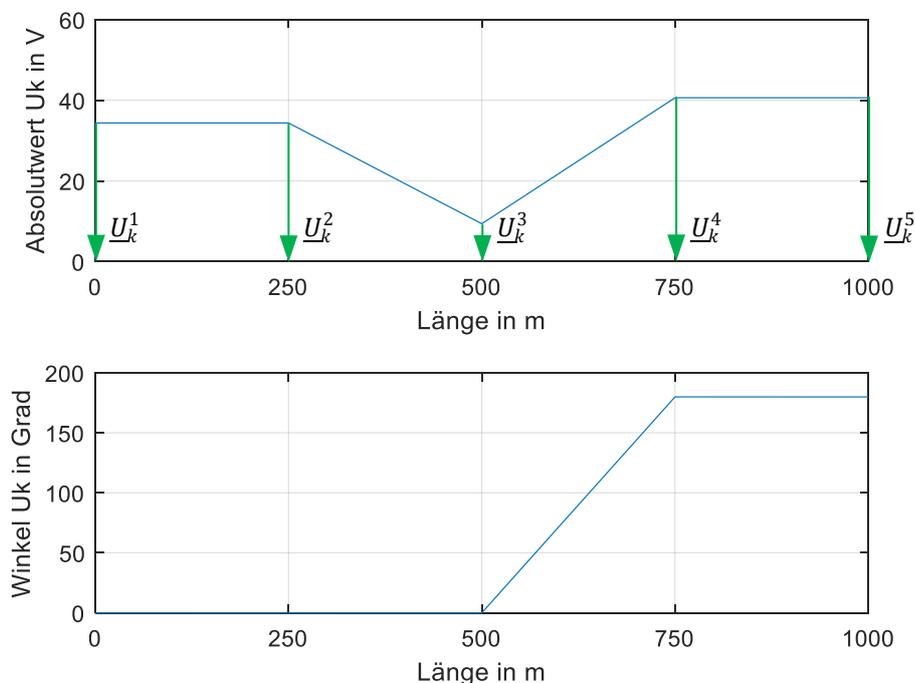


Diagramm 2-1: Knotenspannungen entlang der Rohrleitung (Kettenleitermodell)

2.8 Reduktionswirkung von Kompensationsleitungen

Kompensationsleitungen sind mindestens zweifach geerdete Leiter, durch die im Beeinflussungsfall ein Strom fließt. Dadurch wird das elektrische Feld von beeinflussenden Anlagen abgeschwächt. Kompensationsleitungen können theoretisch die induzierten Spannungen von beeinflussten Systemen reduzieren. [27]

2.8.1 Definition und Anwendung des Spannungsreduktionsfaktors

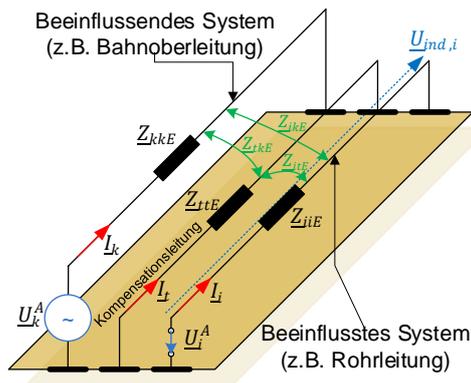
Der Spannungsreduktionsfaktor bildet die reduzierende Wirkung von Kompensationsleitungen ab. Er wird aus dem Verhältnis der induzierten Spannungen, bei vorhandener Kompensationsleitung und bei nicht vorhandener Kompensationsleitung, gebildet (siehe Formel 57). [27]

$$[27] \quad r_{sp,k} = \frac{\underline{U}_{ind,i} \text{ (mit KL)}}{\underline{U}_{ind,i} \text{ (ohne KL)}} \quad 57.)$$

$r_{sp,k}$ Spannungsreduktionsfaktor der Leitung k
 $\underline{U}_{ind,i}$ induzierte Spannung in Leitung i (V)
 (mit KL) → Bei Anwesenheit von Kompensationsleitungen
 (ohne KL) → Ohne Anwesenheit von Kompensationsleitungen

Abbildung 2-20 zeigt das einfache Modell für induktive Beeinflussung von Abbildung 2-5 mit der Erweiterung um eine Kompensationsleitung. Die beeinflussende Leitung k induziert in die offene Leiterschleife der beeinflussten Leitung i die Induktionsspannung ($\underline{U}_{ind,i}$). Dabei reduziert die an beiden Enden kurzgeschlossene Kompensationsleitung die Induktionsspannung. Mit der Kenntnis des Spannungsreduktionsfaktors kann die induzierte Spannung sehr leicht berechnet werden (siehe Formel 58). Die Spannung ($\underline{U}_{ind,i}(\text{ohne KL})$) entspricht der in Formel 4 definierten Induktionsspannung in der Leitung i .

$$\underline{I}_i = 0; \underline{U}_i^A = \underline{U}_{ind,i}(\text{mit 1 KL}) = \underline{U}_{ind,i}(\text{ohne KL}) \cdot r_{sp,k} = \overbrace{\underline{Z}_{ikE} \cdot \underline{I}_k}^{\text{Formel 4}} \cdot r_{sp,k} \quad 58.)$$

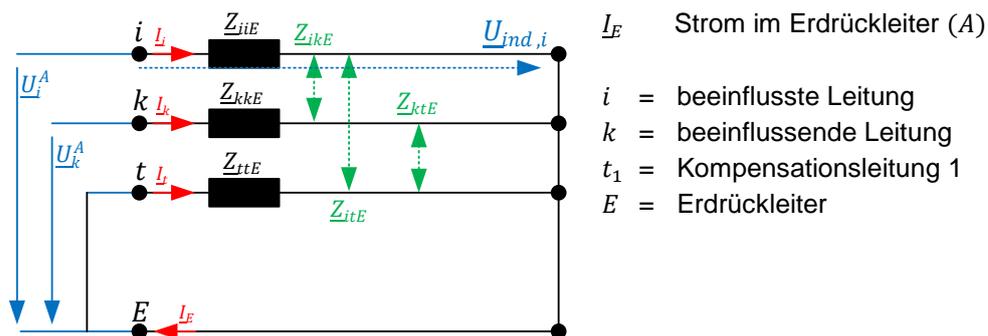


- \underline{U}_k^A Spannung/Spannungsquelle am Anfang der Leitung k (V)
- \underline{U}_i^A Spannung am offenen Anfang der Leitung i (V)
- \underline{I}_k Strom in beeinflussender Leitung k (A)
- \underline{I}_i Strom in beeinflusster Leitung i (A)
- \underline{I}_{t_1} Strom in Kompensationsleitung t_1 (A)
- $\underline{Z}_{ikE}, \underline{Z}_{it_1E}, \underline{Z}_{t_1kE}$ Gegenimpedanzen (Ω)
- $\underline{Z}_{iiE}, \underline{Z}_{kkE}, \underline{Z}_{t_1t_1E}$ Selbstimpedanzen (Ω)

Abbildung 2-20: Einfaches Modell für induktive Beeinflussung (Berücksichtigung einer Kompensationsleitung) ([7], abgeändert)

2.8.2 Berechnung des Spannungsreduktionsfaktors bei einer Kompensationsleitung

Die in Abbildung 2-20 dargestellte Beeinflussungssituation lässt sich durch das vereinfachte Ersatzschaltbild (siehe Abbildung 2-21) darstellen.



- \underline{I}_E Strom im Erdrückleiter (A)
- i = beeinflusste Leitung
- k = beeinflussende Leitung
- t_1 = Kompensationsleitung
- E = Erdrückleiter

Abbildung 2-21: Vereinfachtes Ersatzschaltbild bei induktiver Beeinflussung (Berücksichtigung eine Kompensationsleitung) ([27], abgeändert)

Aus Abbildung 2-21 lässt sich das Gleichungssystem für die drei Leitungen laut Formel 59 aufstellen. Dabei gilt für die einseitig offene, beeinflusste Leiterschleife i : $\underline{I}_i = 0$.

$$\begin{matrix} [6] \\ [27] \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_i^A \\ \underline{U}_k^A \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{iiE} & \underline{Z}_{ikE} & \underline{Z}_{it_1E} \\ \underline{Z}_{ikE} & \underline{Z}_{kkE} & \underline{Z}_{kt_1E} \\ \underline{Z}_{it_1E} & \underline{Z}_{kt_1E} & \underline{Z}_{t_1t_1E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I}_k \\ \underline{I}_{t_1} \end{bmatrix} \quad (59.)$$

Aus der dritten Zeile des Gleichungssystems (siehe Formel 59) wird der Strom der Kompensationsleitung (\underline{I}_{t_1}) durch den Strom in der beeinflussenden Leitung (\underline{I}_k) ausgedrückt (siehe Formel 60).

$$\begin{aligned}
 [6] \quad & 0 = \underline{Z}_{t_1 k E} \cdot \underline{I}_k + \underline{Z}_{t_1 t_1 E} \cdot \underline{I}_{t_1} \rightarrow \underline{I}_{t_1} = -\frac{\underline{Z}_{k t_1 E}}{\underline{Z}_{t_1 t_1 E}} \cdot \underline{I}_k \\
 [27] \quad & \hspace{15em} 60.)
 \end{aligned}$$

Über die Strombeziehung am Ende der Leitungen kann der Stromreduktionsfaktor ($r_{st,k}$) ermittelt werden (siehe Formel 61). Der Kompensationsleiterrückstrom reduziert den Erdrückstrom und damit die Beeinflussungsspannung. [6]

$$\begin{aligned}
 [6] \quad & \underline{I}_E = \underline{I}_{t_1} + \underline{I}_k \rightarrow \underline{I}_E = \underbrace{\left(1 - \frac{\underline{Z}_{k t_1 E}}{\underline{Z}_{t_1 t_1 E}}\right)}_{r_{st,k}} \cdot \underline{I}_k \\
 [27] \quad & \hspace{15em} 61.)
 \end{aligned}$$

$r_{st,k}$ Stromreduktionsfaktor

Aus der ersten Zeile des Gleichungssystems (siehe Formel 59) und Einsetzen des Stromes der beeinflussenden Leitung \underline{I}_k (siehe Formel 60), kann die Spannung an der einseitig offenen, beeinflussten Leiterschleife i berechnet werden (siehe Formel 62). Diese Spannung entspricht der induzierten Spannung unter Berücksichtigung einer Kompensationsleitung ($\underline{U}_{ind,i}$ (mit 1 KL)).

$$\begin{aligned}
 & \underline{U}_i^A = \underline{Z}_{i k E} \cdot \underline{I}_k + \underline{Z}_{i t_1 E} \cdot \underline{I}_{t_1} \rightarrow \\
 [6] \quad & \hspace{15em} 62.) \\
 [27] \quad & \underline{U}_i^A = \underbrace{\left(1 - \frac{\underline{Z}_{i t_1 E}}{\underline{Z}_{j k E}} \cdot \frac{\underline{Z}_{k t_1 E}}{\underline{Z}_{t_1 t_1 E}}\right)}_{r_{sp,k}} \cdot \underline{Z}_{i k E} \cdot \underline{I}_k = \underline{U}_{ind,i} \text{ (mit 1 KL)}
 \end{aligned}$$

Durch das ins Verhältnissetzen der induzierten Spannungen, errechnet sich der Spannungsreduktionsfaktor zu Formel 63.

$$\begin{aligned}
 [6] \quad & \hspace{15em} 63.) \\
 [27] \quad & r_{sp,k} = \frac{\underline{U}_{ind,i} \text{ (mit 1 KL)}}{\underline{U}_{ind,i} \text{ (ohne KL)}} = \frac{\left(1 - \frac{\underline{Z}_{i t_1 E}}{\underline{Z}_{j k E}} \cdot \frac{\underline{Z}_{k t_1 E}}{\underline{Z}_{t_1 t_1 E}}\right) \cdot \underline{Z}_{i k E} \cdot \underline{I}_k}{\underline{Z}_{i k E} \cdot \underline{I}_k} = 1 - \frac{\underline{Z}_{i t_1 E}}{\underline{Z}_{j k E}} \cdot \frac{\underline{Z}_{k t_1 E}}{\underline{Z}_{t_1 t_1 E}}
 \end{aligned}$$

2.8.3 Berechnung des Spannungsreduktionsfaktors bei mehreren Kompensationsleitungen

Die Berechnung des Spannungsreduktionsfaktors wird bei steigender Anzahl an Kompensationsleitungen zunehmend schwieriger. Abbildung 2-22 zeigt das vereinfachte Ersatzschaltbild mit zwei Kompensationsleitungen. Der daraus ermittelte Spannungsreduktionsfaktor ($r_{sp,k}$) definiert sich nach Formel 64. [25]

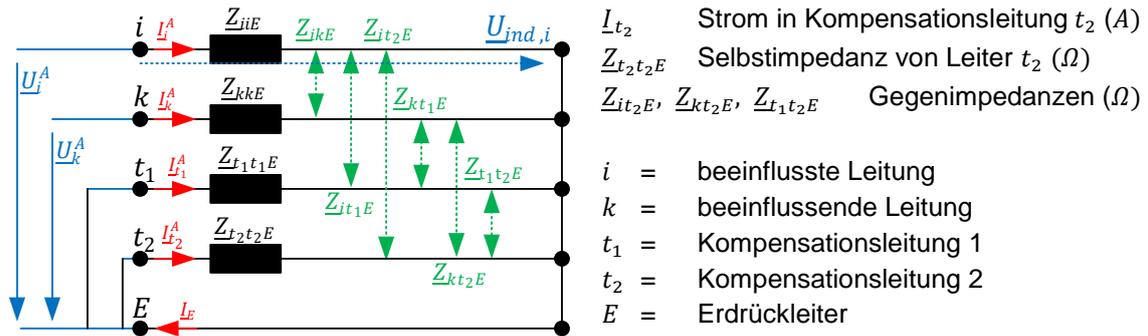


Abbildung 2-22: Vereinfachtes Ersatzschaltbild bei induktive Beeinflussung (Berücksichtigung zweier Kompensationsleitungen) ([27], abgeändert)

$$\begin{aligned}
 r_{sp,k} &= \frac{U_{ind,i} \text{ (mit 2 KL)}}{U_{ind,i} \text{ (ohne KL)}} \\
 [25] \quad &= 1 - \frac{Z_{kt_1E}}{Z_{ikE}} \cdot \left(1 - \frac{Z_{t_1t_2E}}{Z_{it_1E}} \cdot \frac{Z_{it_2E}}{Z_{t_2t_2E}} \cdot \frac{Z_{it_1E}}{Z_{t_1t_1E}} \right) - \frac{Z_{kt_1E}}{Z_{ikE}} \cdot \left(1 - \frac{Z_{t_1t_2E}}{Z_{it_2E}} \cdot \frac{Z_{it_1E}}{Z_{t_1t_1E}} \cdot \frac{Z_{it_1E}}{Z_{t_1t_1E}} \right) \quad 64.)
 \end{aligned}$$

Aufgrund des enormen Arbeitsaufwandes bei mehreren Kompensationsleitungen wird in der Praxis auf Näherungslösungen zurückgegriffen um den Gesamtreduktionsfaktor zu ermitteln. Die TE1 [25] gibt drei Näherungslösungen an, wobei diese aber unterschiedliche Ergebnisse liefern. Die einfachste Methode zur Berechnung des Gesamtreduktionsfaktors ist die Multiplikationsmethode (siehe Formel 65). [25]

$$[25] \quad r_{sp,k}^{ges} = r_{sp,k}^1 \cdot r_{sp,k}^2 \cdot \dots \quad 65.)$$

In der Grundlagenliteratur werden bei elektrischen Bahnen ganz allgemein die verminderten Einflüsse mit Reduktionsfaktoren berücksichtigt. Diese werden mit der Multiplikationsmethode zu einem Gesamtreduktionsfaktor zusammengefasst. [21]

Einflussfaktoren	Wert
r_G Für den durch Schienen fließenden Strom	0,2 in der Nähe von Unterwerken, zweigleisig 0,45 weiter entfernt von Unterwerken, zweigleisig 0,55 weiter entfernt von Unterwerken, eingleisig
r_E Für den durch Rückleiter fließenden Strom	0,55 – 0,7 abhängig von der Lage in Bezug auf Kettenwerk
r_K Für die Kabelschirme der beeinflussten Kabel	0,15 – 0,8 abhängig vom Aufbau der Kabel gemäß den Angaben des Herstellers
r_L Für andere geerdete Leiter und Bauteile im beeinflussten Bereich	0,7 – 0,8 in dicht bebauten Gebieten 0,9 – 1,0 in ländlichen Gebieten

Tabelle 2-5: Reduktionsfaktoren bei elektrischen Bahnen [21]

2.9 Segmentersatzschaltbilder für induktiv gekoppelte Leiter

Um die Auswirkungen der gegenseitigen induktiven Beeinflussung beschreiben zu können müssen die Kopplungsmechanismen zwischen den Leitungen nachgebildet werden. Die Abbildung 2-23 zeigt die vereinfachten Ersatzschaltbilder für zwei induktiv gekoppelte Leitungen, wobei beim rechten Teil die Kopplungen durch das Ersatznetzwerk nach Clarke [28] dargestellt sind. [29]

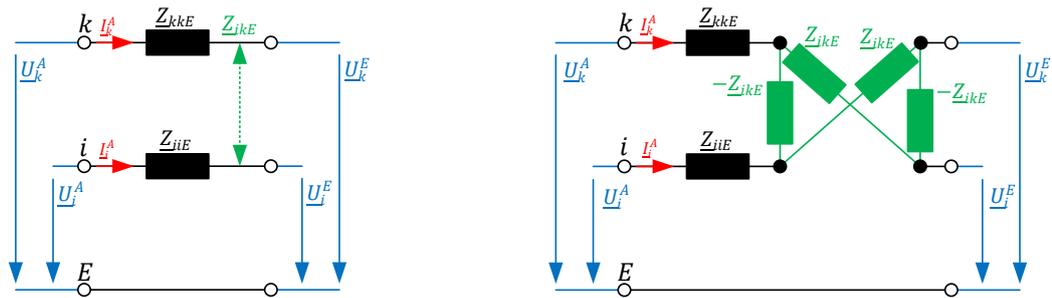


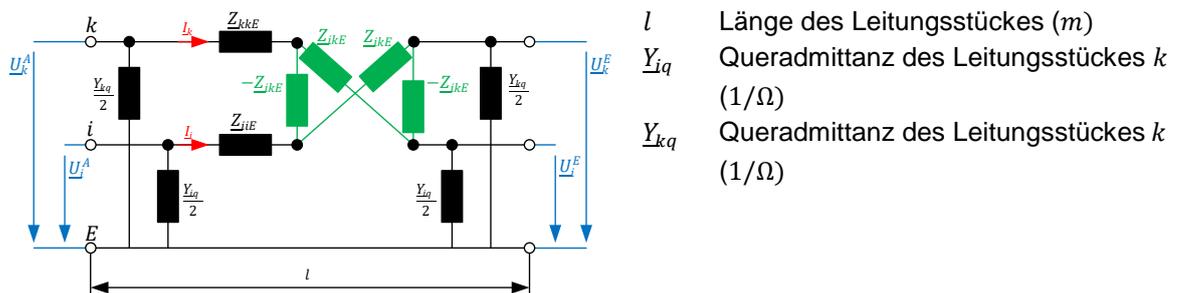
Abbildung 2-23: Ersatzschaltbilder bei induktiver Kopplung (rechts mit Ersatznetzwerk nach Clarke [28])

\underline{U}_k^A	Spannung am Anfang der Leitung/ Leitungsstück k (V)
\underline{U}_i^A	Spannung am Anfang der Leitung/ Leitungsstück i (V)
\underline{U}_k^E	Spannung am Ende der Leitung/ Leitungsstück k (V)
\underline{U}_i^E	Spannung am Ende der Leitung/ Leitungsstück i (V)
I_k	Strom in beeinflussender Leitung/ Leitungsstück k (A)
I_i	Strom in beeinflusster Leitung/ Leitungsstück i (A)
Z_{ikE}	Gegenimpedanz zwischen Leitung/ Leitungsstück i und Leitung/ Leitungsstück k (Ω)
Z_{iiE}	Selbstimpedanz Leitung/ Leitungsstück i (Ω)
Z_{kkE}	Selbstimpedanz Leitung/ Leitungsstück k (Ω)

Für zwei induktive gekoppelte Leiter-Erde-Schleifen gilt das Gleichungssystem nach Formel 66. Die Kopplung zwischen zwei Leiter-Erde-Schleifen kann z. B. mit gesteuerten Spannungsquellen oder dem Ersatznetzwerk nachgebildet werden (siehe Abbildung 2-23, rechts). Beim Ersatznetzwerk ergeben sich aufgrund der ausschließlichen Verwendung von passiven Bauteilen (Gegenimpedanzen), wesentliche Vereinfachungen für die Knotenspannungsanalyse. [29]

$$[29] \begin{bmatrix} \underline{U}_i^A \\ \underline{U}_k^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{iiE} & Z_{ikE} \\ Z_{ikE} & Z_{kkE} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_i \\ I_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_i^E \\ \underline{U}_k^E \end{bmatrix} \quad (66.)$$

Durch Kombination des Ersatznetzwerkes mit dem Kettenleitermodell von Kapitel 2.6 lassen sich induktiv gekoppelte Leitungsstücke mit einem Segmentersatzschaltbild betrachten. Dazu werden alle Leitungen in kleine Leitungsstücke unterteilt und diese mit π -Ersatzschaltbildern dargestellt. Die Kopplungen zwischen den Leitungsstücken werden mit dem Ersatznetzwerk berücksichtigt. Die verkoppelten Leitungsstücke werden zu einem Segment zusammengefasst und ergeben ein Segmentersatzschaltbild. Zwei induktiv gekoppelte Leitungsstücke lassen sich mit dem in Abbildung 2-24 dargestellten Segmentersatzschaltbild darstellen.



- l Länge des Leitungsstückes (m)
- Y_{iq} Querschnittswert des Leitungsstückes k ($1/\Omega$)
- Y_{kq} Querschnittswert des Leitungsstückes k ($1/\Omega$)

Abbildung 2-24: Segmentersatzschaltbild für zwei induktiv gekoppelte Leitungsstücke

Sind mehrere Leitungen induktiv gekoppelt, dann müssen alle Kopplungen zwischen den einzelnen Leitungen berücksichtigt werden. Für drei induktiv gekoppelte Leitungen ergibt sich ein Segmentersatzschaltbild nach Abbildung 2-25.

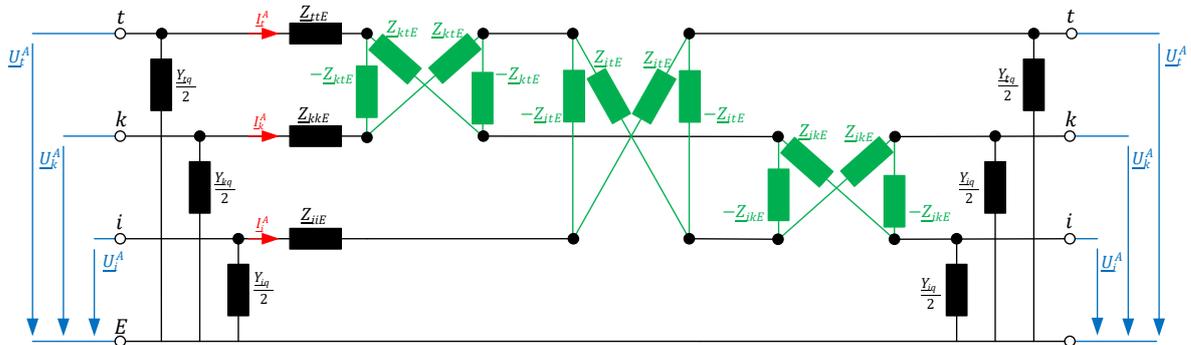


Abbildung 2-25: Segmentersatzschaltbild für drei induktiv gekoppelte Leitungsstücke

- U_t^A Spannung am Anfang der Leitung/ Leitungsstück i (V)
- U_t^E Spannung am Ende der Leitung/ Leitungsstück i (V)
- I_t Strom in beeinflussender Leitung/ Leitungsstück t (A)
- Z_{itE} Gegenimpedanz zwischen Leitung/ Leitungsstück i und Leitung/ Leitungsstück t (Ω)
- Z_{ktE} Gegenimpedanz zwischen Leitung/ Leitungsstück k und Leitung/ Leitungsstück t (Ω)
- Z_{ttE} Selbstimpedanz der Leitung/ Leitungsstück t (Ω)
- Y_{tq} Querschnittswert der Leitung/ Leitungsstück t ($1/\Omega$)

2.10 Grundsätzlicher Aufbau von Wechselstrombahnstrecken

Damit Wechselstrombahnstrecken elektrisch nachgebildet bzw. modelliert werden können, ist es notwendig ein Grundverständnis von dessen Aufbau zu haben. In Abbildung 2-26 ist der Aufbau einer zweigleisigen Strecke dargestellt.

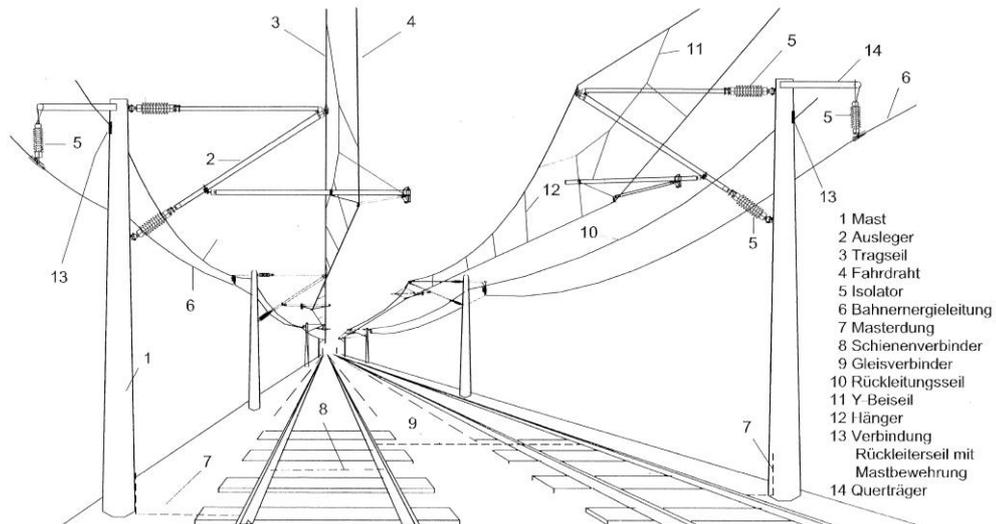


Abbildung 2-26: Aufbau einer zweigleisigen Strecke [6]

Abbildung 2-27 zeigt die Positionen der metallischen Strukturen (Leiter) in einem x-z-Koordinatensystem. Diese werden zur Berechnung der Leitungskenngrößen benötigt.

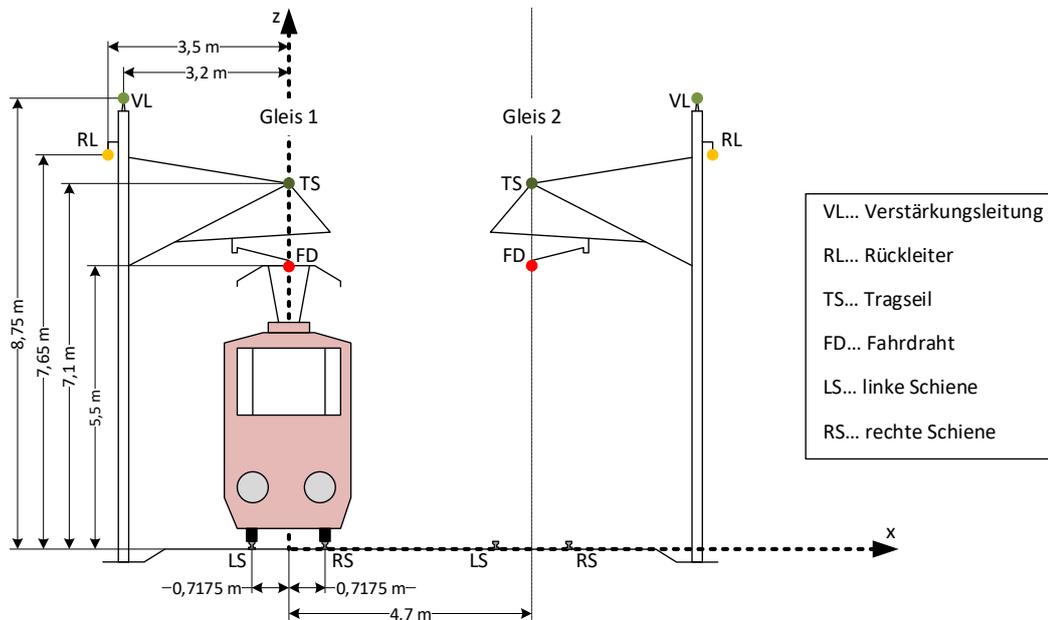


Abbildung 2-27: Höhen und Abstände der Leiter einer zweigleisigen Strecke [30]

Nachfolgend werden wichtige Begriffe im Zusammenhang mit Bahnstrecken beschrieben.

Eine Fahrleitungsanlage ist eine Anlage zur Versorgung von Fahrzeugen mit elektrischer Energie über einen Stromabnehmer. [6]

Unterwerke sind Umspannwerke, die Bahnenergie in die Fahrleitungsanlage einspeisen. [6]

Oberleitung ist eine über oder neben den Fahrzeugen angeordnete Fahrleitung, die dessen Versorgung mit elektrischer Energie über Dach oder Seitenstromabnehmer dient. [6]

Der Fahrdraht ist ein elektrischer Leiter der Oberleitung, der den Kontakt mit dem Stromabnehmer herstellt [6].

Verstärkungsleitung ist eine parallel zur Oberleitung verlegte Freileitung oder ein Kabel. Sie ist zur Erhöhung des nutzbaren Leitungsquerschnitts in bestimmten Abständen mit der Oberleitung verbunden. [6]

Das Tragseil „trägt“ den Fahrdraht und hält ihn in Position, sodass dieser einigermaßen gerade über den Gleisen verläuft. [6]

Rückleiterseil ist ein zur Rückstromführung verwendetes Leiterseil. Verringert den in Erde zurückfließenden Strom und reduziert damit die induktive Beeinflussung. [6]

Ein Gleis bezeichnet die Fahrbahn für Schienenfahrzeuge. Es besteht aus hintereinanderliegenden Schwellen, auf denen zwei parallele Schienen befestigt sind. [6]

Gleisverbinder bzw. Schienenverbinder dienen dem Potentialausgleich. Sie verbinden die Gleise bzw. Schiene elektrisch und bewirken eine gleichmäßige Aufteilung des zurückfließenden Stromes. [6]

Die Masterdung verbindet die Masten mit den Schienen. Die Maste wirken wie Erdungsanlagen und können als solche behandelt werden. [6]

3 Methode und Umsetzung

In meiner Funktion als Projektmitarbeiter am Institut für Elektrische Anlagen und Netze wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Dipl.-Ing. Christian Wahl, BSc ein Berechnungsprogramm in Matlab[®] entwickelt. Dieses Programm mit dem Namen AiO kann die von Hochspannungsfreileitungen verursachten Beeinflussungsspannungen in Rohrleitungen berechnen. In der Dissertation [31] von Herrn Wahl werden damit grundlegende Beeinflussungssituationen zwischen Rohrleitungen und Hochspannungsfreileitungen untersucht.

Im Zuge der Masterarbeit wurde dieses Programm bzw. das dafür verwendete Modell weiterentwickelt und dokumentiert. Ziel war fortan ebenfalls die von Wechselstrombahnanlagen ausgehende Beeinflussung auf Rohrleitungssysteme berechnen zu können.

Der enorme Entwicklungsaufwand und die Komplexität des Themenbereiches führten zu einer Entwicklungsdauer von einigen Jahren. Um das Programm für möglichst viele Versionen von Matlab[®] kompatibel zu halten, wurde das Programm mit mehreren Versionen entwickelt und getestet. Für die GUI (Graphical User Interfaces) kam hauptsächlich die Version 2011b zum Einsatz. Die Funktionalität des Programms wurde mit folgenden Versionen getestet: 2011b, 2012b, 2014b, 2015a, R2017b.

In Kapitel 3.1 wird der grundsätzliche Aufbau des Programms AiO beschrieben. Dabei konzentrieren sich die nachfolgenden Ausführungen auf die implementierte Modellbildung (siehe Kapitel 3.1.2).

In Kapitel 3.2 wird an einem Fallbeispiel gezeigt, wie die induktive Beeinflussung einer Rohrleitung berechnet werden kann. Dabei wurde bedacht, dass das entwickelte Programm nicht jedem zur Verfügung steht. Das Fallbeispiel zeigt, wie eine derartige Berechnung auch ohne Programm durchgeführt werden kann.

3.1 Aufbau des entwickelten Programms AiO

In Abbildung 3-1 ist der grundsätzliche Aufbau des entwickelten Programms beschrieben. Dessen Funktionalität kann vereinfacht in „Vorbereitung für Modellbildung“ und „Modellbildung und Berechnung“ unterteilt werden.

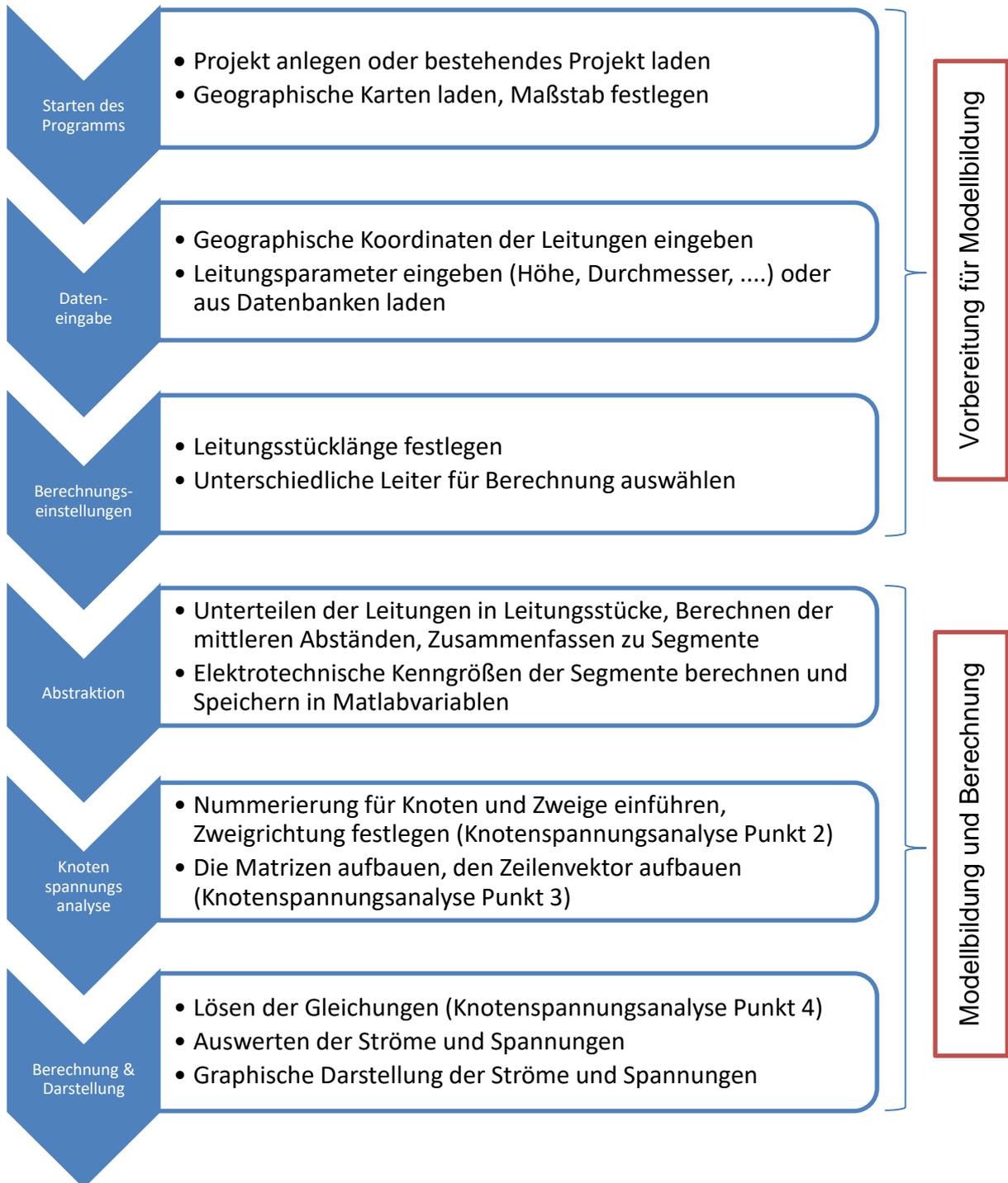


Abbildung 3-1: Grundsätzlicher Aufbau des entwickelten Programms AiO

3.1.1 Vorbereitung Modellbildung

Die „Vorbereitung Modellbildung“ hat die Aufgabe alle benötigten Daten für die „Modellbildung und Berechnung“ bereitzustellen. Dafür kann der Anwender zur leichteren Dateneingabe die Leitungsverläufe in maßstäbliche Karten einzeichnen und die Leitungsparameter in Eingabemasken eintragen. Ebenfalls können Leitungsparameter aus Datenbanken geladen oder in solchen gespeichert werden. Abschließend werden Einstellungen für die Berechnung vorgenommen.

An dieser Stelle wird darauf verzichtet auf die „Vorbereitung Modellbildung“ näher einzugehen, da es für das Ergebnis unwesentlich ist, wie die Daten von Benutzern eingegeben werden. Viel wichtiger sind die Verarbeitung der Daten und der darauffolgende Aufbau des Modells (Kapitel 3.1.2).

3.1.2 Modellbildung und Berechnung

Grundsätzlich werden bei der Modellbildung die Leitungen in Leitungsstücke zerlegt (siehe Kapitel 2.6), zu Segmenten zusammengefasst und mit Segmentersatzschaltbildern (siehe Kapitel 2.9) betrachtet. Diese Segmentersatzschaltbilder werden mit Stromquellen und Impedanzen beschalten um reale Verhältnisse nachzubilden. Abschließend wird die Knotenspannungsanalyse (siehe Kapitel 2.7) auf das gesamte Netzwerk angewendet und damit die Ströme und Spannungen berechnet. Genauere Informationen zur Modellbildung sind den nachfolgenden Kapiteln zu entnehmen.

Im Anhang unter Kapitel 7.3 sind die Matlabfunktionen für die „Modellbildung und Berechnung“ zu finden. Das Unterkapitel 7.3.1 enthält ein kurzes Skript mit dem die Modellbildung getestet werden kann.

Der Vorgang der „Modellbildung und Berechnung“ wird anhand eines begleitenden Beispiels erklärt. Dieses ist kein Beispiel im eigentlichen Sinne da es keine Zahlenwerte enthält und ausschließlich der Veranschaulichung der Zusammenhänge dient. Einige Abbildungen sind aus Platzgründen im Anhang unter Kapitel 7.2 zu finden.

3.1.2.1 Abstraktion

In der Abstraktionsphase des Programms werden die Daten in eine logische Struktur gebracht, damit später eine Knotenspannungsanalyse durchgeführt werden kann. Dazu werden Matlabvariablen verwendet, in denen die Informationen, den Leitungen und Positionen zugeordnet, gespeichert werden. Diese Variablen bilden das gesamte Netzwerk durch aneinandergereihte Segmentersatzschaltbildern (siehe Kapitel 2.9) ab. Eine Übersicht der verwendeten Variablen (Tabelle 3-1) ist am Ende dieses Unterkapitels zu finden.

Das entwickelte Programm setzt die Matlabvariablen der Abstraktionsphase vollautomatisch. Dieser Vorgang kann jedoch auch von einem Benutzer durchgeführt werden, was anhand des Fallbeispiels in Kapitel 3.2 gezeigt wird.

- **Unterteilen der Leitungen in Leitungsstücke, Berechnen von mittleren Abständen, Zusammenfassen zu Segmente**

Zu Beginn der Abstraktion werden die Leitungen, wie beim Kettenleitermodell, in kurze Leitungsstücke aufgeteilt und anschließend werden die mittleren Abstände zu verkoppelten Leitungsstücken berechnet (siehe Kapitel 2.6). Die mittleren Abstände werden zur Berechnung der Gegenimpedanzen benötigt. Das anschließende Zusammenfassen der Leitungsstücke in Segmente ermöglicht eine Betrachtung des Netzwerks mit Segmentersatzschaltbildern (siehe Kapitel 2.9). Diese Phase der Abstraktion ist programmieretechnisch sehr aufwendig, da die Zuordnung zu den Segmenten bei an der Praxis orientierten Beispielen, sehr kompliziert werden kann.

Abbildung 3-2 zeigt als begleitendes Beispiel von drei parallele, verkoppelte Leitungen mit jeweils unterschiedlicher Länge. Diese unterschiedlichen Längen führen dazu, dass die Leitungen nicht in jedem Segment vorhanden sind. Die Ermittlung der mittleren Abstände erfolgt programmintern und ist bereits in die Abbildung 3-2 eingezeichnet.

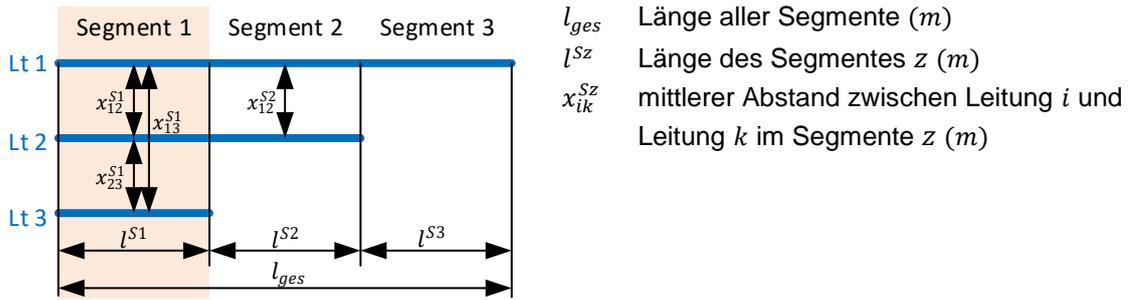


Abbildung 3-2: begl. Beispiel; Zuordnung der Leitungsstücke zu Segmente

In der Matrix M wird die Anzahl der Leitungen und Segmente gespeichert. Jede Spalte dieser Matrix steht für ein Segment und jede Zeile für ein Leitungsstück. Eine 1 bedeutet, dass das Leitungsstück im Segment vorhanden ist und mit den übrigen Leitungsstücken verkoppelt ist, wohingegen eine 0 bedeutet, dass das Leitungsstück nicht im Segment vorhanden ist. Formel 67 zeigt die Matrix M für das oben definierte begleitende Beispiel.

Mit der Matrix $M_{isolierung}$ können Leitungsunterbrechungen, wie z. B. Isoliertrennstellen bei Rohrleitungen, definiert werden. Sollte sich nach dem ersten Segment von Leitung 1 eine Isoliertrennstelle befinden, dann definiert sich $M_{isolierung}$ nach Formel 68.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \text{Segment 1} \end{bmatrix} \quad (67.)$$

$$M_{isolierung} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \text{Nach Segment 1} \end{bmatrix} \quad (68.)$$

- Elektrotechnische Kenngrößen der Segmente berechnen und Speichern in Matlabvariablen**

Das Ermitteln und Speichern der elektrotechnischen Kenngrößen erfolgt in drei Schritten. Diese Schritte werden nachfolgend beschrieben.

Schritt 1 und 2: Selbst- und Gegenimpedanzen

Schritt 1 bezieht sich auf das Ermitteln und Abspeichern der Selbst- und Gegenimpedanzen eines Segmentes und Schritt 2 auf das Wiederholen dieses Vorgangs für jedes Segment. Die Formeln für deren Berechnung sind in Kapitel 2.4 zu finden, wobei zur Berechnung der Gegenimpedanzen die zuvor ermittelten mittleren Abstände benötigt werden. Die Selbst- und Gegenimpedanzen werden in Admittanzen umgerechnet und entsprechend ihrer Sektion in der YY Matrix gespeichert. Exemplarisch wird das Setzen der Matrixelemente in Formel 69 gezeigt. Für das begleitende Beispiel ergibt sich eine YY Matrix nach Formel 70.

$$YY(2,2,1) = \boxed{\underline{Y}_{22E}^{S1}} = \frac{1}{\underline{Z}_{22E}^{S1}}, YY(2,3,1) = \boxed{\underline{Y}_{23E}^{S1}} = \frac{1}{\underline{Z}_{23E}^{S1}} \quad 69.)$$

$$YY = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \underline{Y}_{11E}^{S1} & \underline{Y}_{12E}^{S1} & \underline{Y}_{13E}^{S1} & \underline{Y}_{11E}^{S2} & \underline{Y}_{12E}^{S2} & 0 & \underline{Y}_{11E}^{S3} & 0 & 0 \\ \underline{Y}_{12E}^{S1} & \boxed{\underline{Y}_{22E}^{S1}} & \boxed{\underline{Y}_{23E}^{S1}} & \underline{Y}_{12E}^{S2} & \underline{Y}_{22E}^{S2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{Y}_{13E}^{S1} & \underline{Y}_{23E}^{S1} & \underline{Y}_{33E}^{S1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad 70.)$$

Segment 1

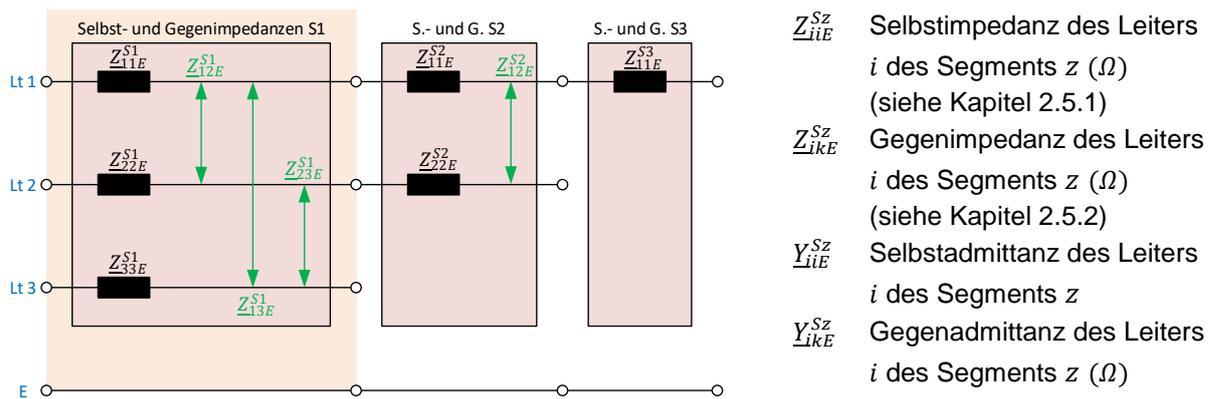


Abbildung 3-3: begl. Beispiel; Selbst- und Gegenimpedanzen der Segmente 1 bis 3

Schritt 3a: Erweiterung um Zusatzbeschaltungen (Erdverbindungen)

Im Schritt 3a werden Erdverbindungsadmittanzen und Erdverbindungsstromquellen eingefügt. Für jedes Segment können sowohl am Anfang als auch an dessen Ende Erdverbindungen eingefügt werden. Mit den Admittanzen können z. B. Erdungsanlagen (siehe Kapitel 2.4), Transformatoradmittanzen (Innenwiderstände für Stromquellen) oder die Querableitungen von Leitungen (siehe Kapitel 2.5.3) berücksichtigt werden. Mit den Stromquellen lassen sich die in Leitungen eingespeisten Ströme nachbilden.

Gespeichert werden die Admittanzen in der Matrix $Y_Everbindung$ und die Zweigquellenströme in der Matrix $Iqz_Everbindung$. Bezogen auf das begleitende Beispiel ergeben sich damit die beiden Matrizen nach Formel 71 und Formel 73 (siehe Abbildung 3-4). Die Matrizen sind so aufgebaut, dass sich die erste Dimension auf die Leitung, die zweite Dimension auf den Anfang (1) oder das Ende (2) des Segmentes und die dritte Dimension auf das Segment bezieht. Exemplarisch zeigt Formel 71 das Setzen der Erdverbindungen, am Ende des 1. Segmentes, für die 1. Leitung. Nichtvorhandene Erdverbindungen müssen mit einer 0 in die Matrizen eingetragen werden (siehe Formel 72)!

$$Y_Everbindung(1,2,1) = \underline{Y}_{1E}^{S1E}, Iqz_Everbindung(1,2,1) = \underline{I}_{qz1E}^{S1E} \quad 71.)$$

$$\underline{Y}_{iE}^{SZA} = 0, \underline{Y}_{iE}^{SZE} = 0, \underline{I}_{qziE}^{SZA} = 0, \underline{I}_{qziE}^{SZE} = 0, \quad \text{keine Erdverbindung} \quad 72.)$$

$$Y_Everbindung = \left[\begin{array}{cc|cc|cc} \underline{Y}_{1E}^{S1A} & \underline{Y}_{1E}^{S1E} & \underline{Y}_{1E}^{S2A} & \underline{Y}_{1E}^{S2E} & \underline{Y}_{1E}^{S3A} & \underline{Y}_{1E}^{S3E} \\ \underline{Y}_{2E}^{S1A} & \underline{Y}_{2E}^{S1E} & \underline{Y}_{2E}^{S2A} & \underline{Y}_{2E}^{S2E} & 0 & 0 \\ \underline{Y}_{3E}^{S1A} & \underline{Y}_{3E}^{S1E} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad 73.)$$

Segment 1

$$Iqz_Everbindung = \left[\begin{array}{cc|cc|cc} \underline{I}_{qz1E}^{S1A} & \underline{I}_{qz1E}^{S1E} & \underline{I}_{qz1E}^{S2A} & \underline{I}_{qz1E}^{S2E} & \underline{I}_{qz1E}^{S3A} & \underline{I}_{qz1E}^{S3E} \\ \underline{I}_{qz2E}^{S1A} & \underline{I}_{qz2E}^{S1E} & \underline{I}_{qz2E}^{S2A} & \underline{I}_{qz2E}^{S2E} & 0 & 0 \\ \underline{I}_{qz3E}^{S1A} & \underline{I}_{qz3E}^{S1E} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad 74.)$$

Segment 1

$\underline{Y}_{iqE}^{SZA}$ Admittanz zwischen der Leitung i und Erde am Anfang des Segments z ($1/\Omega$)

$\underline{Y}_{iqE}^{SZE}$ Admittanz zwischen der Leitung i und Erde am Ende des Segments z ($1/\Omega$)

$\underline{I}_{qziE}^{SZA}$ Zweigquellenstrom zwischen der Leitung i und Erde am Anfang des Segments z (A)

$\underline{I}_{qziE}^{SZE}$ Zweigquellenstrom zwischen der Leitung i und Erde am Ende des Segments z (A)

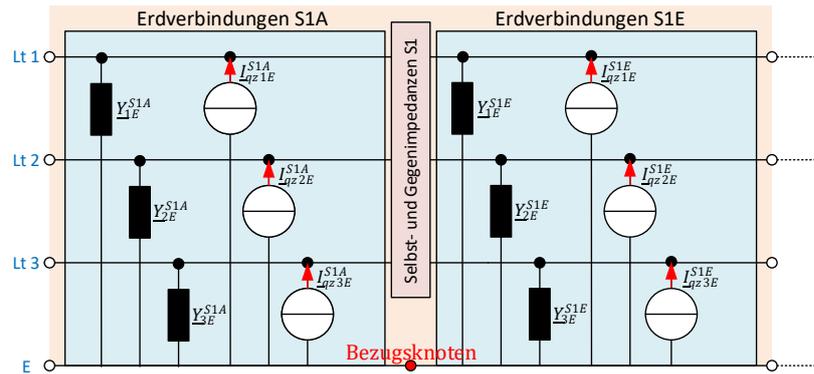


Abbildung 3-4: begl. Beispiel; Erdverbindungen im Segment 1

Schritt 3b: Erweiterung um Zusatzbeschaltungen (Leitungsverbindungen)

Im Schritt 3b werden Leitungsverbindungsadmittanzen und Leitungsverbindungsstromquellen eingefügt. Ähnlich den Erdverbindungen können am Anfang und am Ende der Segmente Leitungsverbindungen eingefügt werden. Mit den Admittanzen können Direktverbindungen (z. B. Fahrleitung-Verstärkungsleitung) zwischen den Leitungen oder Transformatoradmittanzen (Innenwiderstände für Stromquellen) modelliert werden. Mit den Stromquellen können eingespeiste Ströme zwischen Leitungen (z. B. Fahrleitung-Schiene) nachgebildet werden.

Gespeichert werden die Admittanzen in der Matrix $Y_{Lverbindung}$ und die Zweigquellenströme in der Matrix $I_{qz_Lverbindung}$. Bezogen auf das begleitende Beispiel ergeben sich damit die beiden Matrizen nach Formel 77 und Formel 78 (siehe Abbildung 3-5). Die Matrizen sind so aufgebaut, dass sich die erste und zweite Dimension auf die verkoppelten Leitungen, die dritte Dimension auf den Anfang (1) oder das Ende (2) des Segmentes und die vierte Dimension auf das Segment bezieht. Exemplarisch zeigt Formel 75 das Setzen der Leitungsverbindungen, am Ende des 1. Segmentes, zwischen Leitung 1 und 3. Nichtvorhandene Leitungsverbindungen werden mit einer 0 in die Matrizen eingetragen (siehe Formel 76).

$$Y_{Lverbindung}(1,3,2,1) = \boxed{Y_{13v}^{S1E}}, I_{qz_Lverbindung}(1,3,2,1) = \boxed{I_{qz13v}^{S1E}} \quad 75.)$$

$$\underline{Y}_{ikv}^{SZA} = 0, \underline{Y}_{ikv}^{SZE} = 0, \underline{I}_{qz1kv}^{SZA} = 0, \underline{I}_{qz1kv}^{SZE} = 0 \quad \text{keine Leitungsverbindung} \quad 76.)$$

$$Y_Lverbindung = \left[\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & Y_{12v}^{S1A} & Y_{13v}^{S1A} & 0 & Y_{12v}^{S1E} & Y_{13v}^{S1E} \\ 0 & 0 & Y_{23v}^{S1A} & 0 & 0 & Y_{23v}^{S1E} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} [\cdot][\cdot] \\ [\cdot][\cdot] \end{array} \right] \right] \quad (77.)$$

Segment 1

$$Iqz_Lverbindung = \left[\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & I_{qz12v}^{S1A} & I_{qz13v}^{S1A} & 0 & I_{qz12v}^{S1E} & I_{qz13v}^{S1E} \\ 0 & 0 & I_{qz23v}^{S1A} & 0 & 0 & I_{qz23v}^{S1E} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} [\cdot][\cdot] \\ [\cdot][\cdot] \end{array} \right] \right] \quad (78.)$$

Segment 1

- Y_{ikv}^{SZA} Admittanz zwischen den Leitungen i und k am Anfang des Segments z
- Y_{ikv}^{SZE} Admittanz zwischen den Leitungen i und k am Ende des Segments z
- I_{qzikv}^{SZA} Zweigquellenstrom zwischen den Leitungen i und k am Anfang des Segments z
- I_{qzikv}^{SZE} Zweigquellenstrom zwischen den Leitungen i und k am Ende des Segments z

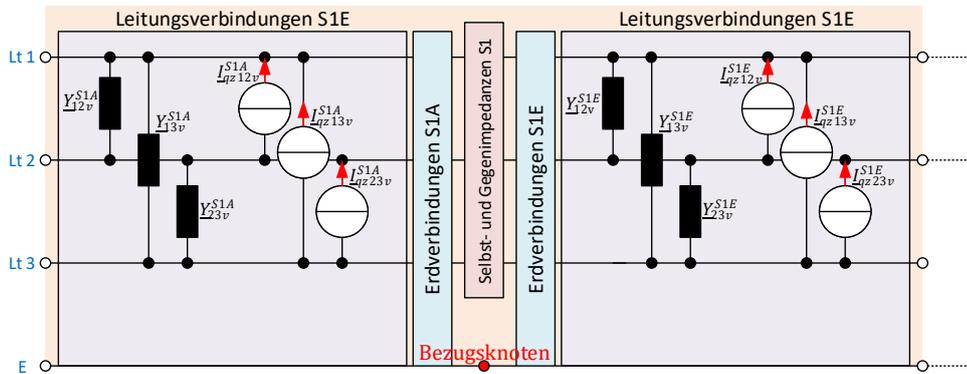


Abbildung 3-5: begl. Beispiel; Leitungsverbindungen im Segment 1

Variable	Dimension (Matrix)	Beschreibung
leitungen _[X]	Anzahl der Leitungen im Segment X	
leitungen	Anzahl der unterschiedlichen Leitungen entlang der Segmente	
segmente	Anzahl der Segmente die nacheinander angeordnet sind.	
M	[leitungen × segmente]	Bildet die Aneinanderkettung der Segmente ab. (Anzahl Leitungsstücke und wie diese miteinander verkoppelt sind)
M_isolierung	[leitungen × (segmente - 1)]	Bildet Isolationstrennstellen nach
YY	[leitungen × leitungen × segmente]	Enthält die Selbst- und Gegenimpedanzen der Segmente
Y_Everbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Enthält die zwischen den Leitungen und Erde liegenden Admittanzen
Iqz_Everbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Enthält die Zweigquellenströme der zwischen den Leitungen und Erde liegenden Stromquellen
Y_Lverbindung	[leitungen × leitungen × 2 × segmente]	Enthält die zwischen den Leitungen liegenden Admittanzen
Iqz_Lverbindung	[leitungen × leitungen × 2 × segmente]	Enthält die Zweigquellenströme der zwischen den Leitungen liegenden Stromquellen

Tabelle 3-1: Definierte Matlab-Variablen für die Abstraktion

3.1.2.2 Knotenspannungsanalyse

Die in der Abstraktionsphase den Leitungen und Positionen zugeordneten Informationen werden nun dazu verwendet die Matrizen und Zeilenvektoren der Knotenspannungsanalyse (siehe Kapitel 2.7) aufzubauen. Eine Übersicht der verwendeten Matlabvariablen (Tabelle 3-4) sowie des aufzurufenden Matlabcodes zur Durchführung der Knotenspannungsanalyse ist am Ende dieses Unterkapitels zu finden.

- **Nummerierung für Knoten und Zweige einführen, Zweigrichtung festlegen**
(siehe auch Kapitel 2.7.2.2: Knotenspannungsanalyse Punkt 2)

Damit die Matrizen und Zeilenvektoren der Knotenspannungsanalyse programmieretechnisch einfach aufgebaut werden können, ist eine zielgerichtete Wahl der Nummerierung für Knoten und Zweige äußerst wichtig. Diesbezüglich wurde viel Zeit investiert, um eine möglichst logische und einfach zu programmierende Nummerierung zu finden. Das Einführen einer Nummerierung für die Knoten und Zweige wird in drei Arbeitsschritte unterteilt.

Schritt 1 und 2: Selbst- und Gegenimpedanzen

In Abbildung 3-6 ist anhand des begleitenden Beispiels die selbst definierte Nummerierung der Knoten und Zweige für die Selbst- und Gegenimpedanzen dargestellt. Schritt 1 bezieht sich auf die Nummerierung eines Segmentes und Schritt 2 auf die weiterführende Nummerierung der fortlaufenden Segmente. Besonderheiten dieser Nummerierung sind:

- Die Nummerierung eines Segmentes ist nur von der Anzahl der Leitungen im Segment ($leitungen_{[X]}$) abhängig.
 - Dadurch ist eine segmentweise Betrachtung möglich.
- Die Knoten am Anfang und Ende der Segmente sind fortlaufend. (1, 2, 3 - 10, 11, 12) → Start - Endknotennummern
- Die Zweige der Selbstimpedanzen eines Segmentes sind fortlaufend und mit niedrigerer Nummer als die der Gegenimpedanzen.
- Durch die Definition der Nummerierung für Selbst- und Gegenimpedanzen ist die Knotennummerierung bereits vollständig. (Alle Knoten Nummeriert)
- In der Matlabvariable `Knoten_start_end` werden die Start- und Endknotennummern gespeichert. (siehe Formel 79)
 - Nicht vorhandene Knoten sind als 0 eingetragen.
- In der Matlabvariable `Zweige_slbstim` werden die Zweignummern der Selbstimpedanzen gespeichert. (siehe Formel 80)
 - Nicht vorhandene Zweige sind als 0 eingetragen.

$$\text{Knoten_start_end} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 11 \\ 3 & 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & 15 \\ 11 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 15 & 17 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad 79.)$$

$$\text{Zweige_slbstim} = \begin{bmatrix} 1 & 16 & 22 \\ 2 & 17 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 80.)$$

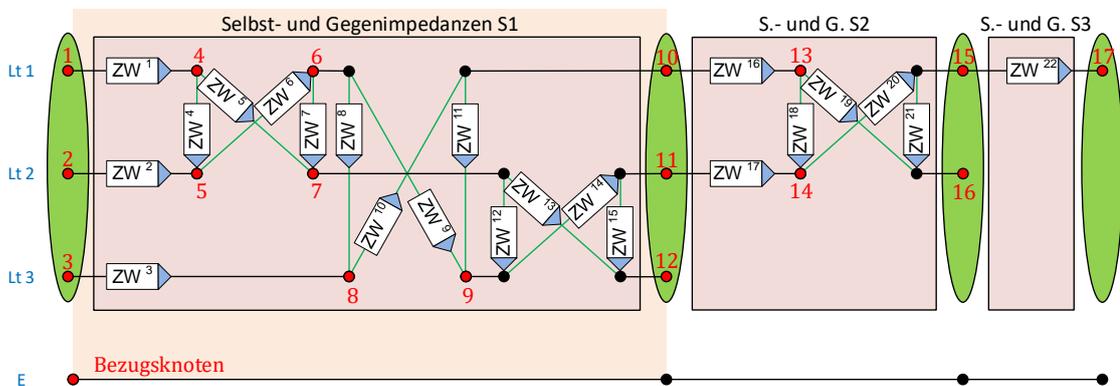


Abbildung 3-6: begl. Beispiel; Knoten- und Zweignummern für Selbst- und Gegenimpedanzen Segmente 1 bis 3

Schritt 3a: Erweiterung um Zusatzbeschaltung (Erdverbindungen)

In Abbildung 3-7 wird anhand des begleitenden Beispiels die Zweignummerierung für die Erdverbindungen des ersten Segmentes dargestellt. Besonderheiten dieser Nummerierung sind:

- Es werden keine neuen Knoten hinzugefügt (siehe Schritt 1 & 2: Selbst- und Gegenimpedanzen), sondern nur neue Zweige.
- Die Nummerierung erfolgt segmentweise (1. Segment, 2. Segment, usw.).
 - Zuerst werden die Zweige, die zwischen den Leitungen und Erde liegenden Admittanzen ($Y_{\text{Everbindung}}$), für alle Segmente hinzugefügt.
 - Abwechselnd am Anfang und Ende der Leitungen
 - Anschließend werden die Zweige, die zwischen den Leitungen und Erde liegenden Stromquellen ($I_{qz_Everbindung}$), für alle Segmente hinzugefügt.
 - Abwechselnd am Anfang und Ende der Leitungen
- In der Matlabvariable `Zweige_Y_Everbindung` werden die Zweignummern, die zwischen den Leitungen und Erde liegenden Admittanzen ($Y_{\text{Everbindung}}$), gespeichert. (siehe Formel 81)
 - Nicht vorhandene Zweige sind als 0 eingetragen
- In der Matlabvariable `Zweige_Iqz_Everbindung` werden die Zweignummern der zwischen den Leitungen und Erde liegenden Stromquellen ($I_{qz_Everbindung}$) gespeichert. (siehe Formel 82)
 - Nicht vorhandene Zweige sind als 0 eingetragen

$$\text{Zweige_Y_Everbindung} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 23 & 24 \\ 25 & 26 \\ 27 & 28 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 29 & 30 \\ 31 & 32 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 & 34 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (81.)$$

$$\text{Zweige_Iqz_Everbindung} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 35 & 36 \\ 37 & 38 \\ 39 & 40 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 41 & 42 \\ 43 & 44 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 45 & 46 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (82.)$$

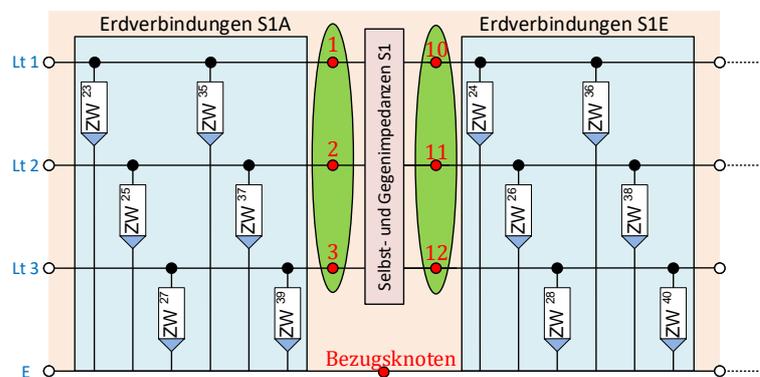


Abbildung 3-7: begl. Beispiel; Zweige der Erdverbindungen des Segmentes 1

Schritt 3b: Erweiterung um Zusatzbeschaltung (Leitungsverbindungen)

Abbildung 3-8 zeigt die definierte Nummerierung für die Leitungsverbindungen anhand des begleitenden Beispiels. Besonderheiten dieser Nummerierung sind:

- Es werden keine neuen Knoten eingefügt (siehe Schritt 1 & 2: Selbst- und Gegenimpedanzen), sondern nur neue Zweige.
- Die Nummerierung erfolgt segmentweise (1. Segment, 2. Segment, usw.).
 - Zuerst werden die Zweige, die zwischen den Leitungen liegenden Admittanzen (Y_Lverbindung), für alle Segmente hinzugefügt.
 - Abwechselnd am Anfang und Ende der Leitungen
 - Anschließend werden die Zweige der zwischen den Leitungen liegenden Stromquellen (Iqz_Lverbindung), für alle Segmente hinzugefügt.
 - Abwechselnd am Anfang und Ende der Leitungen
- In der Matlabvariable `Zweige_Y_Lverbindung` werden die Zweignummern der Admittanzen (Y_Lverbindung) gespeichert. (siehe Formel 83)
 - Nicht vorhandene Zweige sind als 0 eingetragen
- In der Matlabvariable `Zweige_Iqz_Lverbindung` werden die Zweignummern der Stromquellen (Iqz_Lverbindung) gespeichert. (siehe Formel 84)
 - Nicht vorhandene Zweige sind als 0 eingetragen

$$\text{Zweige_Y_Lverbindung} = \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 47 & 49 \\ 0 & 0 & 51 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 48 & 50 \\ 0 & 0 & 52 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \text{Segment 1} & \end{array} \right] \begin{array}{l} [\cdot] [\cdot] \\ [\cdot] [\cdot] \end{array} \quad 83.)$$

$$\text{Zweige_Iqz_Lverbindung} = \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 55 & 57 \\ 0 & 0 & 59 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 56 & 58 \\ 0 & 0 & 60 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \text{Segment 1} & \end{array} \right] \begin{array}{l} [\cdot] [\cdot] \\ [\cdot] [\cdot] \end{array} \quad 84.)$$

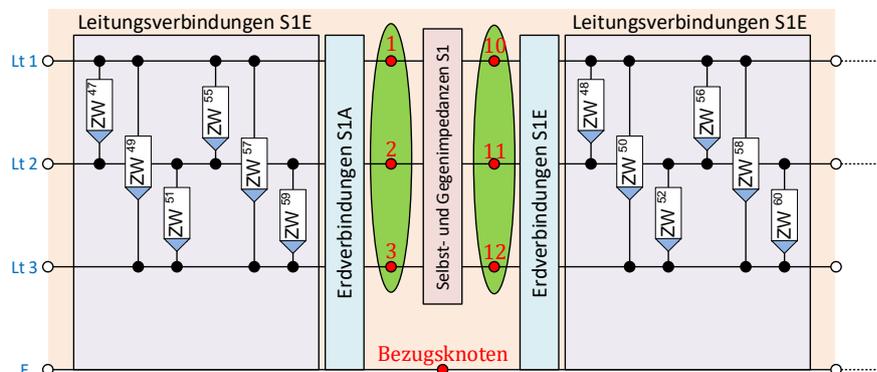


Abbildung 3-8: begleitendes Beispiel; Zweige der Leitungsverbindungen des Segmentes 1

- **Die Matrizen aufbauen, den Zeilenvektor aufbauen**
(siehe auch Kapitel 2.7.2.3:Knotenspannungsanalyse Punkt 3)

Aufgrund der festgelegten Nummerierung der Knoten und Zweige im vorherigen Abschnitt, ist die Struktur der Matrizen und Zeilenvektoren bereits festgelegt. Diesbezüglich werden nachfolgend die Besonderheiten der Struktur beschrieben und das implementierte Aufbauen in Matlab durch drei Schritte dargestellt. In Abbildung 3-9 ist der schematische Aufbau der Matrizen und Zeilenvektoren dargestellt. Die Tabelle 3-2 und die Tabelle 3-3 zeigen die Matrizen und Zeilenvektoren für das begleitende Beispiel.

Schritt 1: Selbst- und Gegenimpedanzen eines Segmentes ($AT_{part[X]}$, $Iqz_{part[X]}$, $Yz_{part[X]}$)

Die gewählte Nummerierung für die Knoten und Zweige der Selbst- und Gegenimpedanzen eines Segmentes ermöglicht im ersten Schritt eine von anderen Segmenten unabhängige Betrachtung. Dadurch ist es möglich für jedes Segment die Matrizen ($AT_{part[X]}$, $Yz_{part[X]}$) bzw. den Zeilenvektor ($Iqz_{part[X]}$) zu erzeugen und diese im zweiten Schritt anzupassen und zusammenzufügen. Diese Matrizen und der Zeilenvektor hängen nur von der Anzahl der Leitungen im Segment ($leitungen_{[X]}$) ab.

Die Anzahl der Knoten, Zweige und Kopplungen lässt sich für die Matrizen ($AT_{part[X]}$, $Yz_{part[X]}$) und den Zeilenvektor ($Iqz_{part[X]}$), für das Segment X mit den Formeln 85, 86 bzw. 87 berechnen.

$$knoten_{part[X]} = leitungen_{[X]}^2 + leitungen_{[X]} \quad 85.)$$

$$zweige_{part[X]} = leitungen_{[X]}^2 + leitungen_{[X]} * (leitungen_{[X]} - 1) \quad 86.)$$

$$kopplungen_{part[X]} = \frac{(leitungen_{[X]} - 1) * leitungen_{[X]}}{2} \quad 87.)$$

Schritt 2: Selbst- und Gegenimpedanzen aller Segmente (AT_{leit} , Iqz_{leit} , Yz_{leit})

Im zweiten Schritt werden die Matrizen ($AT_{part[X]}$, $Yz_{part[X]}$) und der Zeilenvektor ($Iqz_{part[X]}$) so aneinandergereiht, dass sich die Matrizen (AT_{leit} , Yz_{leit}) und der Zeilenvektor (Iqz_{leit}) ergeben. Durch die Aneinanderreihung entsteht für die Segmente eine fortlaufende Nummerierung der Knoten und Zweige. Zum besseren Verständnis kann der schematische Aufbau in Abbildung 3-9 studiert werden.

Die Anzahl der Knoten und Zweige lässt sich für die Matrizen (AT_leit, Yz_leit) und den Zeilenvektor (Yz_leit), mit den Formeln 88 bzw. 89 berechnen.

$$\text{knoten_leit} = \sum_{X=1}^{\text{leitungen}} \text{knoten_part}_{[X]} - \underbrace{(\text{leitungen}_{[X]} - \text{leitungen}_{[X-1]})}_{\text{wenn } X-1 \geq 0 \text{ und Wert größer 1}} \quad 88.)$$

$$\text{zweige_leit} = \sum_{X=1}^{\text{leitungen}} \text{zweige_part}_{[X]} \quad 89.)$$

Schritt 3: Erweiterung um Zusatzbeschaltungen (Erdverbindungen und Leitungsverbindungen) (AT_g, Izq_g, Yz_g)

Der letzte Schritt erweitert die Matrizen (AT_leit, Yz_leit) und den Zeilenvektor (Iqz_leit) um die Zweige der Zusatzbeschaltungen. Das Ergebnis der Knotenspannungsanalyse sind die Matrizen (AT_g, Yz_g) und der Zeilenvektor (Iqz_g).

Die Anzahl der Knoten und Zweige lässt sich für die Matrizen (AT_g, Yz_g) und den Zeilenvektor (Izq_g), mit den Formeln 90 bzw. 91 berechnen.

$$\text{knoten_g} = \text{knoten_leit} \quad 90.)$$

$$\begin{aligned} \text{zweige_g} = & \text{zweige_leit} + \text{Anzahl(Erdverbindungen)} \\ & + \text{Anzahl(Leitungsverbindungen)} \end{aligned} \quad 91.)$$

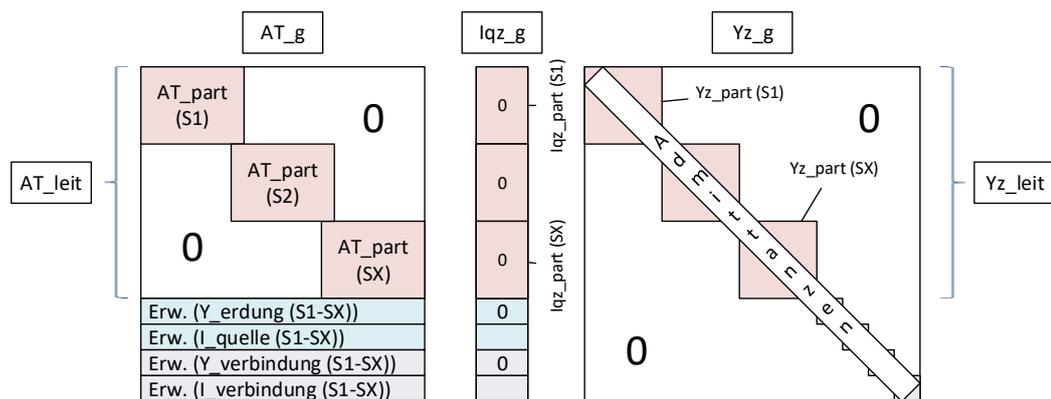


Abbildung 3-9: Schematischer Aufbau der Matrizen und des Zeilenvektors

Zur besseren Veranschaulichung sind die „unwichtigen“ Nullen in der Tabelle 3-2 und in der Tabelle 3-3 entfernt und als leere Zellen dargestellt.

		Yz_g																Y_Everbindung (S1)		Iqz_Everbindung (S1)		Y_Lverbindung (S1)		Iqz_Lverbindung (S1)			
		Zweige																									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	23	24	35	36	47	48	55	56	62	
Zweige	1	Y_{11E}^{S1}																									
	2		Y_{22E}^{S1}																								
	3			Y_{33E}^{S1}																							
	4				$-Y_{12E}^{S1}$																						
	5					Y_{12E}^{S1}																					
	6						Y_{12E}^{S1}																				
	7							$-Y_{12E}^{S1}$																			
	8								$-Y_{13E}^{S1}$																		
	9									Y_{13E}^{S1}																	
	10										Y_{13E}^{S1}																
	11											$-Y_{13E}^{S1}$															
	12												$-Y_{23E}^{S1}$														
	13													Y_{23E}^{S1}													
	14														Y_{23E}^{S1}												
	15															$-Y_{23E}^{S1}$											
	16																Y_{11E}^{S2}										
23																	Y_{1q}^{S1A}										
24																		Y_{1q}^{S1E}									
35																			0								
36																				0							
47																					Y_{12v}^{S1A}						
48																						Y_{12v}^{S1E}					
55																							0				
56																								0			
62																									0		

Tabelle 3-2: begl. Beispiel; Yz_g Matrix

		AT _g																Iqz _g	
		Knoten																Zeilenvektor	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
S. & G. (S1)	Startknoten	1	1		-1														
		2		1		-1													
		3			1				-1										
		4				1	-1												
		5					1	-1											
		6						1		-1									
		7							1	-1									
		8								1	-1								
		9									1	-1							
		10										1	-1						
		11											-1	1					
		12												1	-1				
		13													1	-1			
		14														1	-1		
		15															1	-1	
S. & G. (S2)		16									1		-1						
		17										1		-1					
		18											1	-1					
		19												1	-1				
		20													1	-1			
		21														1	-1		
		22															1	-1	
Erdverbindungen	Zweige	23	1																
		24									1								
		25		1															
		26											1						
	27			1															
	28																1		
	35	1																I_{qz1E}^{S1A}	
	36											1						I_{qz1E}^{S1E}	
	37		1															I_{qz2E}^{S1A}	
	38																1	I_{qz2E}^{S1E}	
39			1														I_{qz3E}^{S1A}		
40																1	I_{qz3E}^{S1E}		
Leitungsverbindungen	Y_Everbindung (S1)	47	1	-1															
		48										1	-1						
		49	1		-1														
		50											1	-1					
		51		1		-1													
	Iqz_Lverbindung (S1)	52												1	-1				
		55	1		-1													I_{qz12v}^{S1A}	
		56											1	-1				I_{qz12v}^{S1E}	
		57	1			-1												I_{qz13v}^{S1A}	
		58												1	-1			I_{qz13v}^{S1E}	
59		1			-1											I_{qz23v}^{S1A}			
60													1	-1		I_{qz23v}^{S1E}			
62															1	-1	I_{qz12v}^{S2E}		

Tabelle 3-3: begl. Beispiel; AT_g Matrix und Iqz_g Zeilenvektor

Aus den in der Abstraktionsphase definierten Matlabvariablen, können die Matrizen (AT_g, Yz_g) und der Zeilenvektor (Iqz_g) mit drei Matlabfunktionen erstellt werden.

Matlabcode:

```
%% Aus den Angaben notwendige Matrizen berechnen bzw zusammenstellen
[Yz_leit] = matrix_Yz_leit(M, YY);
[AT_leit, Knoten_start_end, Zweige_selbstim] = matrix_AT(M, M_isolierung);
[Yz_g, AT_g, Iqz_g, Zweige_Y_Everbindung, Zweige_Iqz_Everbindung,
    Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung] =
    matrix_abschliesen_v2(M, Yz_leit, AT_leit, Knoten_start_end,
        Zweige_selbstim, Y_Everbindung, Iqz_Everbindung, Y_Lverbindung,
        Iqz_Lverbindung);
```

Variable	Dimension (Matrix)	Beschreibung
leitungen _[X]		Anzahl der Leitungen im Segment X
kopplungen_part _[X]		Anzahl der Kopplungen die zwischen den Leitungen im Segment X bestehen
knoten_part _[X]		Anzahl der Knoten des Segmentes X ohne Zusatzbeschaltung
knoten_leit		Anzahl der Knoten aller Segmente ohne Zusatzbeschaltung
knoten_g		Anzahl der Knoten aller Segmente mit Zusatzbeschaltung
AT_part _[X]	[knoten_part × zweige_part]	Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix des Segmentes X ohne Zusatzbeschaltung
AT_leit	[knoten_leit × zweige_leit]	Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix aller Segmente ohne Zusatzbeschaltung
AT_g	[knoten_ges × zweige_ges]	Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix aller Segmente mit Zusatzbeschaltung
Yz_part _[X]	[zweige_part × zweige_part]	Zweigadmittanzmatrix des Segmentes X ohne Zusatzbeschaltung
Yz_leit	[zweige_leit × zweige_leit]	Zweigadmittanzmatrix aller Segmente ohne Zusatzbeschaltung
Yz_g	[zweige_ges × zweige_ges]	Zweigadmittanzmatrix des gesamten Netzwerks
Iqz_part _[X]	[zweige_part × 1]	Zweigquellenstromvektor des Segmentes X ohne Zusatzbeschaltung
Iqz_leit	[zweige_leit × 1]	Zweigquellenstromvektor aller Segmente ohne Zusatzbeschaltung
Iqz_g	[zweige_ges × 1]	Zweigquellenstromvektor des gesamten Netzwerks
Knoten_start_end	[leitungen × segmente × 2]	Start- und Endknotennummern der Segmente
Zweige_slbstim	[leitungen × segmente]	Zweignumern der Selbstimpedanzen
Zweige_Y_Everbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Zweignumern von Y_Everbindung
Zweige_Iqz_Everbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Zweignumern von Iqz_Everbindung
Zweige_Y_Lverbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Zweignumern von Y_Lverbindung
Zweige_Iqz_Lverbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Zweignumern von Iqz_Lverbindung

Tabelle 3-4: Definierte Matlabvariablen für die Knotenspannungsanalyse

3.1.2.3 Berechnung und Darstellung

Das durch die Matrizen (AT_g , Yz_g) und den Zeilenvektor (Iqz_g) aufgebaute Gleichungssystem wird nun gelöst, ausgewertet und die Ergebnisse dargestellt.

Eine Übersicht der verwendeten Matlabvariablen (Tabelle 3-5) sowie der aufzurufende Matlabcode für die Berechnung und Darstellung, ist am Ende dieses Unterkapitels zu finden.

- **Lösen der Gleichungen**
(siehe auch Kapitel 2.7.2.4: Knotenspannungsanalyse Punkt 4)

Die Lösung des Gleichungssystems ergibt den Knotenspannungsvektor (Uk_g). Ausgehend von diesem kann anschließend der Zweigspannungsvektor (Uz_g) und der Zweigstromvektor (Iz_g) berechnet werden. Damit sind alle Ströme und Spannungen der Knoten und Zweigen bekannt und können ausgewertet werden.

- **Auswerten der Ströme und Spannungen**

Damit die Ströme und Spannungen einfacher interpretiert werden können, müssen sie geordnet und zusammengefasst werden. Deshalb fasst die Matlabfunktion `fcn_matrix_auswerten` (siehe Kapitel 7.3.7) die Daten zu fünf Datensätzen zusammen.

- Iz_selbst : Ströme der Leitungen (Ström über die Zweige der Selbstimpedanzen)
 - Zugriff auf Iz_selbst : 1. Dimension-> Leitung, 2. Dimension-> Segment
- $Uk_segment$: Spannungen zwischen den Leitungen und Erde (Knotenspannungen am Anfang und Ende der Segmente)
 - Zugriff auf $Uk_segment$: 1. Dimension-> Leitung, 2. Dimension-> Anfang (1) oder Ende (2), 3. Dimension-> Segment
- $Iz_Y_Everbindung$: Ströme die zwischen den Leitungen und Erde fließen (Ströme über die Zweige der Erdverbindungsimpedanzen am Anfang und Ende der Segmente)
 - Zugriff auf $Iz_Y_Everbindung$: Gleich wie bei $Uk_segment$
- $Iz_Iqz_Everbindung$: Ströme die zwischen den Leitungen und Erde fließen (Ströme über die Zweige der Erdverbindungsstromquellen am Anfang und Ende der Segmente)
 - Zugriff auf $Iz_Iqz_Everbindung$: Gleich wie bei $Uk_segment$
 - Entspricht den negativen Zweigquellenströmen
- $I_Erdreich$: Ströme „unter einer Leitung“ (Zweigströme über die Erdverbindungsarme vom Beginn aufsummiert)
 - Zugriff auf $I_Erdreich$: Gleich wie bei Iz_selbst
 - Für Testzwecke erstellt, muss keine reale Gegebenheit widerspiegeln!

Abbildung 3-10 zeigt die ausgewerteten Ströme und Spannungen im 1. Segment für das begleitende Beispiel. Diese Abbildung zeigt, wie auf die Ströme und Spannungen aus den Datensätzen zugegriffen werden kann sowie dessen Richtungen.

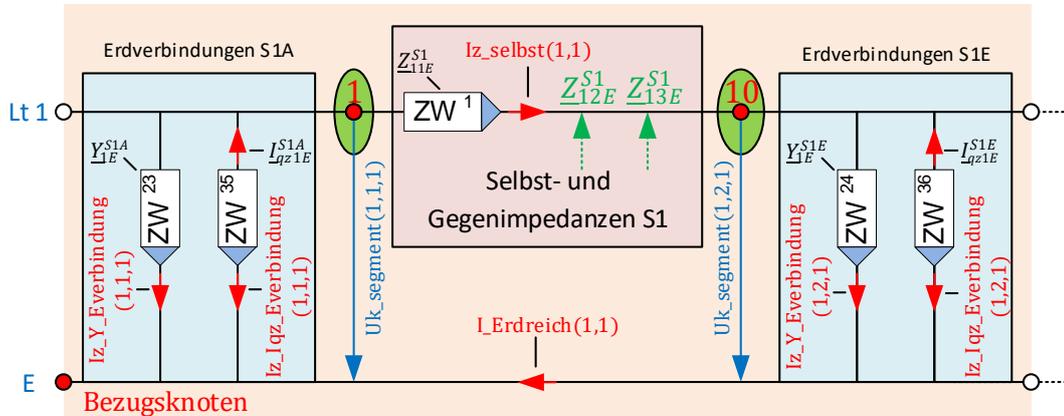


Abbildung 3-10: begl. Beispiel; Ausgewertete Ströme und Spannungen im Segment 1

- **Graphische Darstellung der Ströme und Spannungen**

Die ausgewerteten Datensätze können mit der Matlabfunktion `fcn_matrix_plot_Results_v2` (siehe Kapitel 7.3.7) graphisch dargestellt werden. Je nach Bedarf kann der Betrag und der Winkel für ausgewählte Leiter in einem Matlab-Bildfenster angezeigt werden. Folgende vier Datensätzen können dargestellt werden:

- Ströme entlang den Leitungen: I_{z_selbst}
- Spannungen zwischen den Leitungen und Erde: $U_{k_segment}$
- Ströme die zwischen den Leitungen und Erde fließen: $I_{z_Everbindung}$
 - $I_{z_Everbindung} = I_{z_Y_Everbindung} + I_{z_Iqz_Everbindung}$
- Ströme „unter einer Leitung“: $I_{Erdreich}$

Da das begleitende Beispiel ohne Zahlenwerte beschrieben wurde, kann dafür keine graphische Darstellung gezeigt werden. Alternativ kann, für das in Kapitel 3.2 beschriebene Fallbeispiel, die graphische Darstellung in Kapitel 3.2.6 betrachtet werden.

Matlabcode:

```

%% Lösen der Gleichungen
A_g = transpose(AT_g);

Yk_g = A_g * Yz_g * AT_g;
Iqk_g = A_g * (Iqz_g);
Uk_g = Yk_g \ Iqk_g;

Uz_g = AT_g * Uk_g;
Iz_g = Yz_g * Uz_g - Iqz_g;

%% Auswerten der Ströme und Spannungen
[Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung, Iz_Iqz_Everbindung, I_Erdreich] =
    fcn_matrix_auswerten(M, Iz_g, Uk_g, Knoten_start_end,
        Zweige_selbstim, Zweige_Y_Everbindung, Zweige_Iqz_Everbindung,
        Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung);

%% Graphische Darstellung der Ströme und Spannungen
fcn_matrix_plot_Results_v2(M, Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung,
    Iz_Iqz_Everbindung, I_Erdreich, 1:leitungen, 1:leitungen, 1:leitungen,
    1:leitungen);

```

Variable	Dimension (Matrix)	Beschreibung
AT_g	[knoten_ges × zweige_ges]	Zweig-Knoten-Inzidenzmatrix aller Segmente mit Zusatzbeschaltung
A_g	[zweige_ges × knoten_ges]	Knoten-Zweig-Inzidenzmatrix aller Segmente mit Zusatzbeschaltung
Yk_g	[knoten_ges × knoten_ges]	Knotenadmittanzmatrix des gesamten Netzwerks
Yz_g	[zweige_ges × zweige_ges]	Zweigadmittanzmatrix des gesamten Netzwerks
Iqk_g	[knoten_ges × 1]	Zweigquellenstromvektor des gesamten Netzwerks
Uk_g	[knoten_ges × 1]	Knotenspannungsvektor des gesamten Netzwerks
Uz_g	[zweige_ges × 1]	Zweigspannungsvektor des gesamten Netzwerks
Iz_g	[zweige_ges × 1]	Zweigstromvektor des gesamten Netzwerks
Iz_selbst	[leitungen × segmente]	Zweigströme über die Selbstimpedanzen
Uk_segment	[leitungen × 2 × segmente]	Knotenspannungen der Start und Endknotennummern
Iz_Y_Everbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Zweigströme der zwischen den Leitungen und Erde liegenden Admittanzen (Y_Everbindung)
Iz_Iqz_Everbindung	[leitungen × 2 × segmente]	Zweigströme der zwischen den Leitungen und Erde liegenden Stromquellen (Iqz_Everbindung)
I_Erdreich	[leitungen × segmente]	Ströme „unter einer Leitung“
Knoten_start_end, Zweige_slbstim, Zweige_Y_Everbindung, Zweige_Iqz_Everbindung, Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung		Knoten bzw. Zweignumern. Weiter Informationen siehe Tabelle 3-4.

Tabelle 3-5: Definierte Matlabvariablen für die Berechnung und Darstellung

3.2 Fallbeispiel: induktive Beeinflussung einer Rohrleitung

In diesem Kapitel wird der Vorgang der Modellbildung und Berechnung (siehe Kapitel 3.1.2) an einem Fallbeispiel demonstriert. Der Vorgang der Abstraktion wird in Kapitel 3.1.2.1 behandelt. Nach einer Beispielbeschreibung (siehe Kapitel 3.2.1) wird die Ersatzschaltung (siehe Kapitel 3.2.2) beschrieben. Die logische Struktur der abgespeicherten Daten in der Abstraktionsphase beruht auf dieser Ersatzschaltung. In Kapitel 3.2.3 wird gezeigt, wie die Parameter berechnet werden können und wie diese in den Matlabvariablen (siehe Kapitel 3.2.4) zu speichern sind. Abschließend werden die Ergebnisse des Fallbeispiels graphisch dargestellt (siehe Kapitel 3.2.6).

Im Kapitel 7.4 befindet sich der vollständige Matlabcode zu diesem Fallbeispiel. Die Funktionen der Modellbildung sind dem Kapitel 7.3 zu entnehmen.

3.2.1 Beispielbeschreibung

Das Fallbeispiel berechnet die induktive Beeinflussung einer Rohrleitung, die im Abstand $a_1 = 10 \text{ m}$ parallel zu einer Wechselstrombahnanlage verläuft. Am Anfang der Wechselstrombahnanlage ($y = 0 \text{ m}$) befindet sich ein Unterwerk, das 1000 A in die Fahrleitung einspeist. Am Ende der Strecke ($y = 1000 \text{ m}$) fährt ein Zug, der den kompletten Strom aufnimmt und zu den Schienen ableitet. Die Schienen sind mit Schienenverbinder miteinander verbunden. Aus Gründen der Personensicherheit müssen die Schienen geerdet sein. Dazu wird angenommen, dass die linke Schiene (3) mit den Masten (10 Masten pro 100 m) und der Unterwerkserdungsanlage verbunden ist.

Für die Berechnung wird eine Unterteilung in Leitungsstücke bzw. Segmente mit einer Länge von $l^S = 100 \text{ m}$ gewählt. Die Parameterdefinition der Leitungen sind am Ende dieses Unterkapitels zu finden.

In Abbildung 3-11 sind die Positionen der Leitungen einer eingleisigen Wechselstrombahnanlage ersichtlich. Das verwendete Koordinatensystem hat seinen Ursprung genau zwischen den beiden Schienen und unter dem Fahrdraht.

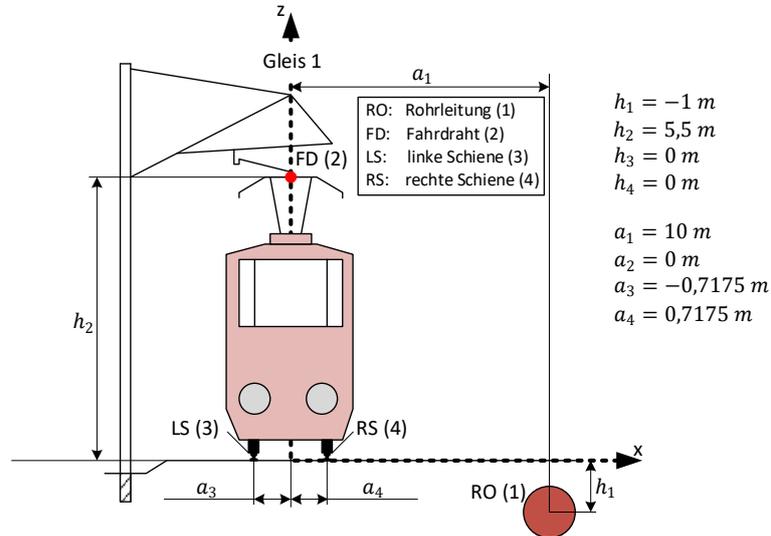


Abbildung 3-11: Höhen und Abstände für das Fallbeispiel

Die Abbildung 3-12 skizziert die Beeinflussungssituation inklusive der Erdungsverhältnisse von den Schienen. In dieser Abbildung sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nur drei Masten eingezeichnet, aber im Beispiel werden mit 10 Masten pro 100 m verwendet.

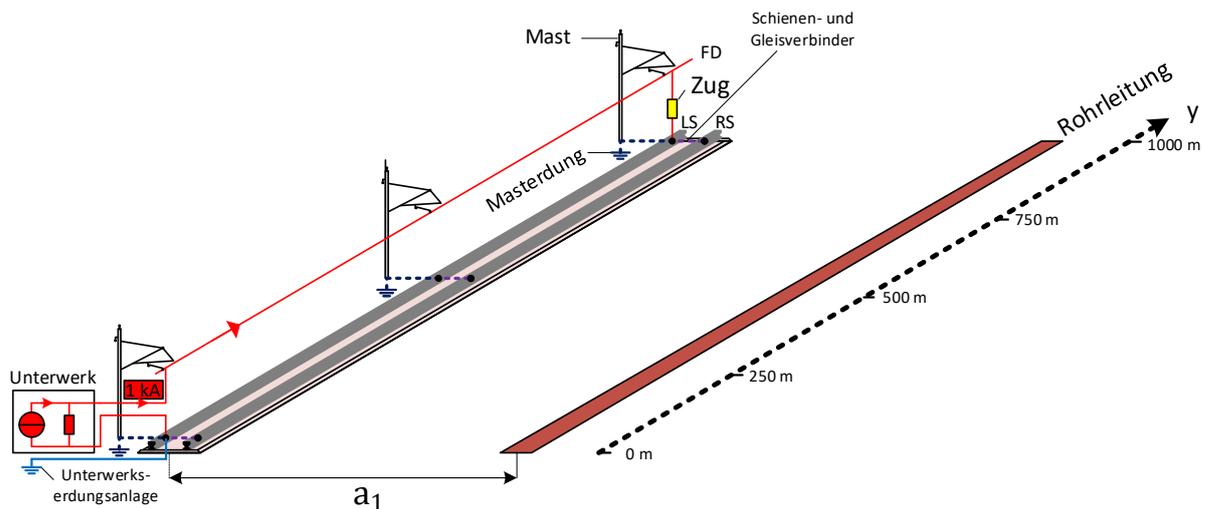


Abbildung 3-12: Skizzierung der Aufgabenstellung des Fallbeispiels

Bahnstromsystem:

I_{Fd}	Strom durch den Fahrdrabt (A)	$I_{Fd} = 1 \text{ kA}$
U_{Fd}	Spannung des Fahrdrabtes (V)	$U_{Fd} = 15 \text{ kV}$
Z_{Traf}	Impedanz Einphasenwechselstromtransformator [6, p. 428] (Ω)	$Z_{Traf} = 2,91 \cdot e^{\frac{i \cdot 84,5 \cdot \pi}{180}} \Omega$
f	Frequenz (Hz)	$f = 16,7 \text{ Hz}$
ω	Kreisfrequenz ($1/s$)	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 104,93 \text{ 1/s}$
ρ_E	Spezifischer Erdbodenwiderstand (Ωm)	$\rho_E = 100 \Omega m$
d_E	äquivalenter Abstand zum Erdrückleiter (m)	$d_E = 1612,3 \text{ m}$
l^S	Länge eines Segmentes (m)	$l^S = 100 \text{ m}$

Physikalische Konstanten:

μ_0	magnetische Feldkonstante (Vs/Am)	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$
ϵ_0	Permittivität des Vakuums (F/m)	$\epsilon_0 = 8,85432 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Technische Daten - Rohrleitung:

r_1	Leiterradius Rohrleitung (m)	$r_1 = 0,5 \text{ m}$
h_1	Leiterhöhe der Rohrleitung (z-Achse) (m)	$h_1 = -1 \text{ m}$
a_1	Abstand der Rohrleitung zum Koordinatenursprung (x-Achse) (m)	$a_1 = 10 \text{ m}$
t_1	Wandstärke der Rohrleitung (m)	$t_1 = 0,01 \text{ m}$

Leitermaterial: Stahl

$\mu_{r,ST}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,ST} = 200$
$\rho_{L,ST}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,ST} = 0,16 \cdot 10^{-6} \Omega m^2/m$

Rohrisolierung: Polyethylen

ϵ_r	relative Permittivität der Isolierung	$\epsilon_r = 5$
r_u	auf die Fläche bezogener Umhüllungswiderstand (Ωm^2)	$r_u = 10^5 \Omega m^2$

Technische Daten - Fahrdrabt:

r_2	Leiterradius des Fahrdrabtes (m)	$r_2 = 0,005 \text{ m}$
h_2	Leiterhöhe des Fahrdrabtes (z-Achse) (m)	$h_2 = 5,5 \text{ m}$
a_2	Abstand des Fahrdrabtes zum Koordinatenursprung (x-Achse) (m)	$a_2 = 0 \text{ m}$

Leitermaterial: Kupfer

$\mu_{r,K}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,K} = 0,9999936$
$\rho_{L,K}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,K} = 0,01786 \cdot 10^{-6} \Omega m^2/m$

Technische Daten - Schienen:

r_3	Leiterradius der linken Schiene (m)	$r_3 = 0,05 \text{ m}$
h_3	Leiterhöhe der linken Schiene (z-Achse) (m)	$h_3 = 0 \text{ m}$
a_3	Abstand der linken Schiene zum Koordinatenursprung (x-Achse) (m)	$a_3 = -0,7175 \text{ m}$
$R_{3L,M}'$	Widerstandsbelag der linken Schiene (Ω/m)	$R_{3L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3} \Omega/m$
$X_{3L,M}'$	Innerer Reaktanzbelag der linken Schiene (Ω/m)	$X_{3L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3} \Omega/m$
$Y_{3q,F}'$	Querableitungsbelag der linken Fahrschiene ($1/\Omega m$)	$Y_{3q,F}' = 1 \cdot 10^{-3} \text{ 1}/\Omega m$
r_4	Leiterradius der rechten Schiene (z-Achse) (m)	$r_4 = 0,05 \text{ m}$
h_4	Leiterhöhe der rechten Schiene (x-Achse) (m)	$h_4 = 0 \text{ m}$
a_4	Abstand zum Koordinatenursprung (Position auf der x-Achse) (m)	$a_4 = 0,7175 \text{ m}$
$R_{4L,M}'$	Widerstandsbelag der rechten Schiene (Ω/m)	$R_{4L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3} \Omega/m$
$X_{4L,M}'$	Innerer Reaktanzbelag der rechten Schiene (Ω/m)	$X_{4L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3} \Omega/m$
$Y_{4q,F}'$	Querableitungsbelag der rechten Fahrschiene ($1/\Omega m$)	$Y_{4q,F}' = 1 \cdot 10^{-3} \text{ 1}/\Omega m$

3.2.2 Ersatzschaltung

Die Abbildung 3-13 zeigt das Ersatzschaltbild, mit dem die induktive Beeinflussung der Rohrleitung berechnet wird. Die Leitungen werden in Leitungsstücke unterteilt und zu Segmente zusammengefasst. Die Kopplungen zwischen den Leitungen wird bei diesem Lösungsverfahren mit dem Ersatznetzwerk nach Clarke [28] berücksichtigt. In der Ersatzschaltung sind die Kopplungen mit grünen Pfeilen angedeutet. Die Parameter werden im Kapitel 3.2.3 bestimmt und näher beschrieben.

- Die Leitungsstücke werden mit π -Ersatzschaltbildern (100 m) nachgebildet.
- Die linke Schiene ist mit den Masten verbunden, deren Erdungswirkung mit der Admittanz Y_{Erd_M} berücksichtigt wird.
- Die Schienenverbindungen werden mit der Admittanz Y_{Sverb} nachgebildet.
- Eine lineare Stromquelle bildet den eingespeisten Strom nach. (Y_{Traf} , I_{qz_Quelle})
- Die Stromaufnahme eines Zuges wird durch die Admittanz Y_{Zug} nachgebildet.
- Die Unterwerkserdungsanlage wird mit der Admittanz Y_{Erd_UW} nachgebildet.

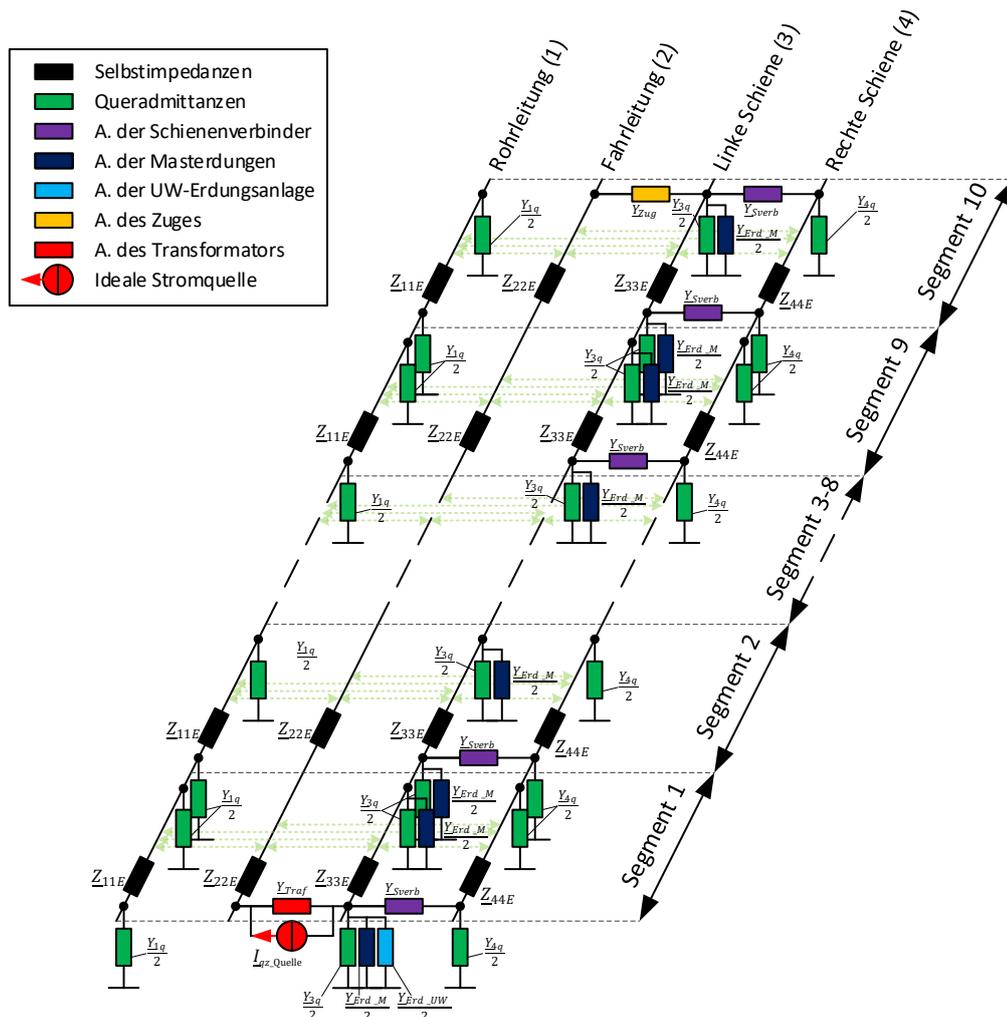


Abbildung 3-13: Netzwerk aus Segmentersatzschaltbildern

3.2.3 Berechnen der Parameter

Dieses Kapitel beschreibt die Berechnung der Parameter (siehe auch Kapitel 7.4.2).

3.2.3.1 Selbstimpedanzbelag

Nachfolgend werden die für das Fallbeispiel notwendigen Selbstimpedanzbeläge berechnet. Die Grundlagen dazu sind im Kapitel 2.5.1 zu finden.

- Rohrleitung (1)

$$\delta_{L_{ST}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{L_{ST}}}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r_{ST}}}} = \boxed{0,0035 \text{ m}} \quad 92.)$$

$$R_{1L}' = \frac{\rho_{L_{ST}}}{r_1^2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{r_1}{2 \cdot \delta_{L_{ST}}} + \frac{1}{4} \right) = \boxed{1,4671 \cdot 10^{-5} \text{ } \Omega/m} \quad 93.)$$

$$X_{1L}' = \frac{\rho_{L_{ST}}}{2 \cdot r_1 \cdot \pi \cdot \delta_{L_{ST}}} = \boxed{1,4621 \cdot 10^{-5} \text{ } \Omega/m} \quad 94.)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11E}' &= \left(R_{1L}' + \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} \right) + j \left(\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{d_E}{r_1} \right) + X_{1L}' \right) \\ &= \boxed{3,1154 \cdot 10^{-5} + j \cdot 1,8416 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega/m} \end{aligned} \quad 95.)$$

$\delta_{L_{ST}}$	Eindringtiefe ins Material (m)	(siehe Formel 29)
R_{1L}'	Widerstandsbelag der Rohrleitung (Ω/m)	(siehe Formel 27, $R_{iL,s}'$)
X_{1L}'	Innerer Reaktanzbelag der Rohrleitung (Ω/m)	(siehe Formel 28, $X_{iL,s}'$)
\underline{Z}_{11E}'	Selbstimpedanzbelag Rohrleitung-Erde Schleife (Ω/m)	(siehe Formel 31)

- Fahrdraht (2)

$$R_{2L}' = \frac{\rho_{L_K}}{r_2^2 \cdot \pi} = \boxed{2,2740 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega/m} \quad 96.)$$

$$X_{2L}' = \frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_{r_K}}{8 \cdot \pi} = \boxed{5,2464 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega/m} \quad 97.)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{22E}' &= \left(R_{2L}' + \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} \right) + j \left(\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{d_E}{r_2} \right) + X_{2L}' \right) \\ &= \boxed{2,4388 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2,7143 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega/m} \end{aligned} \quad 98.)$$

R_{2L}'	Widerstandsbelag des Fahrdrahtes (Ω/m)	(siehe Formel 27, $R_{iL,v}'$)
X_{2L}'	Innerer Reaktanzbelag des Fahrdrahtes (Ω/m)	(siehe Formel 28, $X_{iL,v}'$)
\underline{Z}_{22E}'	Selbstimpedanzbelag der Fahrdrahtes -Erde Schleife (Ω/m)	(siehe Formel 31)

- Schienen (3, 4)

$$R_{3L}' = R_{3L,M}' = \boxed{0,1 \cdot 10^{-3} \quad \Omega/m} \quad 99.)$$

$$X_{3L}' = X_{3L,M}' = \boxed{0,1 \cdot 10^{-3} \quad \Omega/m} \quad 100.)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{33E}' = \underline{Z}_{44E}' &= \left(R_{3L}' + \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} \right) + j \left(\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{d_E}{r_i} \right) + X_{3L}' \right) \\ &= \boxed{1,1648 \cdot 10^{-4} + j \cdot 3,1786 \cdot 10^{-4} \quad \Omega/m} \end{aligned} \quad 101.)$$

R_{3L}' Widerstandsbelag der linken Schiene (Ω/m) (siehe Formel 27, $R_{iL,M}'$)

X_{3L}' Innerer Reaktanzbelag der linken Schiene (Ω/m) (siehe Formel 28, $X_{iL,M}'$)

\underline{Z}_{33E}' Selbstimpedanzbelag der linken Schiene-Erde Schleife (Ω/m) (siehe Formel 31)

\underline{Z}_{44E}' Selbstimpedanzbelag der rechten Schiene -Erde Schleife (Ω/m) (siehe Formel 31)

3.2.3.2 Gegenimpedanzbelag

Untenstehend wird exemplarisch der Gegenimpedanzbelag zwischen der Rohrleitung und dem Fahrdraht berechnet. Für die anderen Gegenimpedanzbeläge ist analog vorzugehen. Die Grundlagen dazu sind im Kapitel 2.5.2 zu finden.

$$x_{12} = |a_1 - a_2| = \boxed{10 \quad m} \quad 102.)$$

$$d_{12} = \sqrt{x_{12}^2 + (h_1 - h_2)^2} = \boxed{11,9269 \quad m} \quad 103.)$$

$$\underline{p} = (1 - j) \cdot \frac{d_E / \sqrt{2}}{1,8514} = \boxed{615,80 + j \cdot 615,80 \quad m} \quad 104.)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{12E}' &= j\omega \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{(h_1 + h_2 + 2 \cdot \underline{p})^2 + x_{12}^2}}{d_{ik}} \\ &= \boxed{1,6444 \cdot 10^{-5} + j \cdot 1,0463 \cdot 10^{-4} \quad \Omega/m} \end{aligned} \quad 105.)$$

x_{12} Abstand zwischen Leiterschleifen (m) (siehe Formel 24)

d_{12} Abstand zwischen Rohrleitung und Fahrdraht (m) (siehe Formel 25)

\underline{p} Komplexe Eindringtiefe (m) (siehe Formel 34)

\underline{Z}_{12E}' Gegenimpedanzbelag zwischen Rohrleitung und Fahrdraht (Ω/m) (siehe Formel 37)

3.2.3.3 Queradmittanzbelag

Die für das Fallbeispiel notwendigen Queradmittanzbeläge werden wie folgt berechnet. Die Grundlagen dazu sind im Kapitel 2.5.3 zu finden.

- Rohrleitung (1)

$$\underline{Y}_{1q}' = \frac{2 \cdot r_1 \cdot \pi}{r_u} + j\omega \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \frac{r_1 + t_1}{r_1}} \quad 106.)$$

$$= \boxed{3,1416 \cdot 10^{-5} + j \cdot 1,4739 \cdot 10^{-6} \quad 1/\Omega m}$$

\underline{Y}_{1q}' Queradmittanzbelag der Rohrleitung ($1/\Omega m$) (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,S}'$)

- Fahrdrabt (2)

$$\underline{Y}_{2q}' = \boxed{0 + j \cdot 0 \quad 1/\Omega m} \quad 107.)$$

\underline{Y}_{2q}' Queradmittanzbelag des Fahrdrabtes ($1/\Omega m$) (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,L}'$)

- Schienen (3, 4)

$$\underline{Y}_{3q}' = \underline{Y}_{3q,F}' = \boxed{1 \cdot 10^{-3} + j \cdot 0 \quad 1/\Omega m} \quad 108.)$$

$$\underline{Y}_{4q}' = \underline{Y}_{4q,F}' = \boxed{1 \cdot 10^{-3} + j \cdot 0 \quad 1/\Omega m} \quad 109.)$$

\underline{Y}_{3q}' Queradmittanzbelag der linken Schiene ($1/\Omega m$) (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,F}'$)

\underline{Y}_{4q}' Queradmittanzbelag der rechten Schiene ($1/\Omega m$) (siehe Formel 39, $\underline{Y}_{iq,F}'$)

3.2.3.4 Erdungsanlagen

Die für das Fallbeispiel notwendigen Parameter der Erdungsanlagen werden nachfolgend berechnet. Die Grundlagen dazu sind im Kapitel 2.4 zu finden.

Der Erdausbreitungswiderstand eines Mastes kann mit Formel 110 bestimmt werden. In einem Segment befinden 10 solcher Masten. Für eine exakte Berechnung müsste die Segmentlänge (l^S) genau dem Mastabstand entsprechen, doch damit würde sich der Rechenaufwand erhöhen. Vereinfachend wird kumulierte Admittanz der Erdausbreitungswiderstände mit Formel 111 berechnet und wie eine Queradmittanz behandelt. Dieses Vorgehen liefert für nicht zu lange Segmentlängen (l^S) nur einen sehr geringen Fehler.

$$R_{Erd_M} = \frac{\rho_E}{\pi^2 \cdot L} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot L}{T}\right) = \boxed{12,0757 \ \Omega} \quad 110.)$$

$$\underline{Y}_{Erd_M} = \frac{1}{R_{Erd_M}} \cdot M = \boxed{0,8281 + j \cdot 0 \ 1/\Omega} \quad 111.)$$

- R_{Erd_M} Erdausbreitungswiderstand eines Mastes (Ω) (siehe Formel 23, R_{ErdT})
- L Länge des Mastes ins Erdreich (m) $L = 6 \ m$
- T Durchmesser des Mastes (m) $T = 0,253 \ m$
- \underline{Y}_{Erd_M} auf ein Segment kumulierte Erdausbreitungswiderstände der Maste ($1/\Omega$)
- M Anzahl der mit Schienen verbundenen Maste in einem Segment $M = 10$

Die Admittanz der Unterwerkserdungsanlage wird nach Formel 112 definiert.

$$\underline{Y}_{Erd_UW} = \boxed{2 + j \cdot 0 \ 1/\Omega} \quad 112.)$$

\underline{Y}_{Erd_UW} Admittanz der Unterwerkserdungsanlage ($1/\Omega$)

3.2.3.5 Gleis- bzw. Schienenverbinder

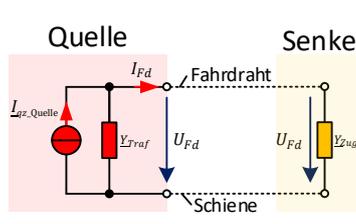
Die Admittanz der Gleis- bzw. Schienenverbinder wird nach Formel 113 definiert. Es wird angenommen, dass diese kaum einen Widerstand aufweisen.

$$\underline{Y}_{Sverb} = \boxed{1000 + j \cdot 0 \ 1/\Omega} \quad 113.)$$

\underline{Y}_{Sverb} Admittanz der Gleis- bzw. Schienenverbinder ($1/\Omega$)

3.2.3.6 Quellen und Senken

Durch die Definition von Quellen und Senken werden die Ströme und Spannungen im Fahrleitungssystem nachgebildet. Quellen bilden die von Unterwerken eingespeisten Ströme nach und Senken entsprechen Lasten (z. B. Zug), die diese Ströme aufnehmen. Bei der Definition der Quellen und Senken wird vereinfacht der Spannungsabfall zwischen Quelle und Senke vernachlässigt. In Abbildung 3-14 ist die Definition der Quellen und Senken dargestellt.



- \underline{Y}_{Traf} Admittanz des Einphasenwechselstromtransformators ($1/\Omega$)
- $\underline{I}_{qz_Quelle}$ Quellenstrom (Zweigquellenstrom) der linearen Stromquelle zwischen Fahrdraht und linker Schiene (A)
- \underline{Y}_{Zug} Admittanz des Zuges ($1/\Omega$)

Abbildung 3-14: Definition der Quellen und Senken

Die Quelle wird durch eine lineare Stromquelle mit dem Quellenstrom (I_{qz_Quelle}) und dem inneren Widerstand (Z_{Traf}) definiert. Durch Vorgabe des Stromes (I_{Fd}) und der Spannung (U_{Fd}) am Ausgang der linearen Stromquelle, kann der Quellenstrom (I_{qz_Quelle}) bestimmt werden (siehe Formel 115).

$$\underline{Y}_{Traf} = \frac{1}{\underline{Z}_{Traf}} = \boxed{0,0329 - j \cdot 0.3421 \quad 1/\Omega} \quad 114.)$$

$$I_{qz_Quelle} = I_{Fd} + \underline{U}_{Fd} \cdot \underline{Y}_{Traf} = \boxed{1,4941 \cdot 10^3 - j \cdot 5,1309 \cdot 10^3 \quad A} \quad 115.)$$

Die Senken werden durch Admittanzen nachgebildet und errechnen sich aus dem Quotienten des Stromes (I_{Fd}) und der Spannung (U_{Fd}) (siehe Formel 116).

$$\underline{Y}_{Zug} = \frac{I_{Fd}}{\underline{U}_{Fd}} = \boxed{0,0667 + j \cdot 0 \quad 1/\Omega} \quad 116.)$$

3.2.4 Setzen der Matlabvariablen

Dieses Kapitel zeigt, wie die Matlabvariablen der Abstraktionsphase (siehe Kapitel 3.1.2.1) gesetzt werden müssen. Dazu wird zusätzlich zu einer kurzen Beschreibung, der zugehörige Matlabcode in einem umrandeten Textfeld dargestellt. Eine Übersicht der verwendeten Matlabvariablen und ein eventuelles Äquivalent als Formelzeichen ist in Tabelle 3-6 zu finden.

- Unterteilen der Leitungen in Leitungsstücke, Zuordnen zu Segmenten

Das Fallbeispiel betrachtet 4 Leitungen, die über 10 Segmente parallel verlaufen. Es sind keine Leitungsunterbrechungen (Isolierungen) vorhanden. Damit definieren sich die Matlabvariablen M und M_isolierung wie folgt.

```
leitungen=4;
segmente=10;
M = ones(leitungen, segmente); % Alle Leiter sind über alle Segmente parallel
M_isolierung = zeros(leitungen, segmente - 1); % Keine Isolierungen vorhanden
```

- Setzen der Selbstimpedanzen

Aus den Selbstimpedanzbelägen werden mit der Segmentlänge (l^S) die Selbstimpedanzen berechnet. Diese werden anschließend in Selbstadmittanzen umgerechnet und in der Diagonale der Matlabvariable YY gespeichert. Nachfolgend wird am Beispiel der Rohrleitung gezeigt, wie die Selbstimpedanzen für alle Segmente gesetzt werden können.

$$\underline{Y}_{11E} = \frac{1}{\underline{Z}_{11E}' \cdot l^S} = \boxed{8,9307 - j \cdot 52,7910 \quad (1/\Omega)} \quad 117.)$$

\underline{Y}_{11E} Selbstadmittanz der Rohrleitung für ein Segment ($1/\Omega$)

```
YY(rl,rl,:) = 1/(z_11E*length); % der Rohrleitung über alle Segmente (Ohm)
```

- Setzen der Gegenimpedanzen

Aus den Gegenimpedanzbelägen werden mit der Segmentlänge (l^S) die Gegenimpedanzen berechnet. Diese werden anschließend in Gegenadmittanzen umgerechnet und außerhalb der Diagonale der Matlabvariable YY gespeichert. Nachfolgend wird das Setzen der Gegenimpedanzen zwischen Rohrleitung und Fahrdrabt, für alle Segmente, gezeigt.

$$\underline{Y}_{12E} = \frac{1}{\underline{Z}_{12E}' \cdot l^S} = \boxed{14,6589 - j \cdot 93,2724 \quad (1/\Omega)} \quad 118.)$$

\underline{Y}_{12E} Gegenadmittanz zwischen Rohrleitung und Fahrdrabt, für ein Segment ($1/\Omega$)

```
YY(rl,fd,:) = 1/(z_12E*length); YY(fd,rl,:) = 1/(z_12E*length); % zwischen Rohrleitung und Fahrdrabt (Ohm)
```

- Setzen der Erdverbindungsadmittanzen

Die Erdverbindungsadmittanzen der Leitungen: Rohrleitung, Fahrdrabt und rechte Schiene werden entsprechend des π -Ersatzschaltbildes mit der halben Queradmittanz gesetzt (siehe Formel 119). Diese Erdverbindungsadmittanzen werden dementsprechend für alle Segmente in der Matlabvariable Y_Everbindung gespeichert.

Das Setzen der Erdverbindungsadmittanzen für die linke Schiene ist etwas aufwendiger. Die Queradmittanz (\underline{Y}_{4q}') wird durch die Verbindung der linken Schiene mit den Masten um die kumulierte Admittanz der Erdausbreitungswiderstände (\underline{Y}_{Erd_M})

erhöht. Am Anfang des 1. Segmentes muss zusätzlich die Admittanz der Unterwerkserdungsanlage (Y_{Erd_UW}) berücksichtigt werden (siehe Formel 120). Die Erdverbindungsadmittanzen der linken Schiene werden durch Summierung der einzelnen Werte bestimmt und in der Matlabvariable $Y_Everbindung$ gespeichert.

$$\begin{aligned} Y_{1E} &= \frac{Y_{1q}' \cdot l^S}{2} = \boxed{0,0016 + j \cdot 0,0001 \quad (1/\Omega)} \\ Y_{2E} &= \boxed{0 \quad (1/\Omega)} \\ Y_{4E} &= \frac{Y_{4q}' \cdot l^S}{2} = \boxed{0,0500 + j \cdot 0,0000 \quad (1/\Omega)} \end{aligned} \quad 119.)$$

$$\begin{aligned} Y_{3E} &= \frac{Y_{3q}' \cdot l^S}{2} + \frac{Y_{Erd_M}}{2} = \boxed{0,4641 + j \cdot 0,0000 \quad (1/\Omega)} \\ Y_{3E}^{S1A} &= \frac{Y_{3q}' \cdot l^S}{2} + \frac{Y_{Erd_M}}{2} + Y_{Erd_UW} = \boxed{2,4641 + j \cdot 0,0000 \quad (1/\Omega)} \end{aligned} \quad 120.)$$

- Y_{1E} Admittanz zwischen der Rohrleitung und Erde, für ein Segment ($1/\Omega$)
- Y_{2E} Admittanz zwischen dem Fahrdraht und Erde, für ein Segment ($1/\Omega$)
- Y_{3E} Admittanz zwischen der linken Schiene und Erde [außer am Anfang des ersten Segmentes], für ein Segment ($1/\Omega$)
- Y_{4E} Admittanz zwischen der rechten Schiene und Erde, für ein Segment ($1/\Omega$)
- Y_{3E}^{S1A} Admittanz zwischen der linken Schiene und Erde, am Anfang des ersten Segmentes, für ein Segment ($1/\Omega$)

```

Y_Everbindung(rl, [anfang, ende], :) = y_1q/2*length; % Queradmittanz Rohrleitung-Erde (1/Ohm)
Y_Everbindung(sl, [anfang, ende], :) = y_3q/2*length; % Queradmittanz linke Schiene-Erde (1/Ohm)
Y_Everbindung(sr, [anfang, ende], :) = y_4q/2*length; % Queradmittanz rechte Schiene-Erde (1/Ohm)
Y_Everbindung(sl, [anfang, ende], :) = Y_Everbindung(sl, [anfang, ende], :) + Y_Erd_M/2; % Masterdung zur linken Schiene hinzufügen (1/Ohm)
Y_Everbindung(sl, anfang, 1) = Y_Everbindung(sl, anfang, 1) + Y_Erd_UW; % Unterwerkserdungsanlage zur linken Schiene hinzufügen (1/Ohm)

```

- Setzen der Erdverbindungszeitquellenströme

Für das Fallbeispiel sind keine Erdverbindungszeitquellenströme zu setzen.

```

% Iqz_Everbindung % keine Erdverbindungszeitquellenströme vorhanden (A)

```

- Setzen der Leitungsverbindungsadmittanzen

Die Leitungsverbindungsadmittanzen der Gleisverbindungen, des Transformators und des Zuges werden in der Matlabvariable $Y_Lverbindung$ abgespeichert.

```

Y_Lverbindung(sl, sr, anfang, :) = Y_Sverb; Y_Lverbindung(sl, sr, ende, 10) = Y_Sverb; % Gleisverbinder (1/Ohm)
Y_Lverbindung(fd, sl, anfang, 1) = Y_Traf; % Transformatoradmittanz (Innenwiderstand Quelle) (1/Ohm)
Y_Lverbindung(fd, sl, ende, 10) = Y_Zug; % Triebfahrzeugsadmittanz (Zug) (1/Ohm)

```

- Setzen der Leitungsverbindungs-zweigquellenströme

Der Zweigquellenstrom der Stromquelle zwischen Fahrdrabt und linker Schiene wird in der Matlabvariable Iqz_Lverbindung gespeichert.

```
Iqz_Lverbindung(fd, sl, anfang, 1) = Iqz_Quelle; % Quellenstrom der Stromquelle (A)
```

M-Variable	Formelzeichen	Beschreibung
leitungen = 4		Anzahl der unterschiedlichen Leitungen
segmente = 10		Anzahl der Segmente die nacheinander angeordnet sind.
length = 100	l^S	Länge eines Segmentes
rl = 1		Hilfsvariable; Nummer der Rohrleitung
fd = 2		Hilfsvariable; Nummer des Fahrdrahtes
sl = 3		Hilfsvariable; Nummer der linken Schiene
sr = 4		Hilfsvariable; Nummer der rechten Schiene
z_11E	Z_{11E}'	Selbstimpedanzbelag Rohrleitung-Erde Schleife (Ω/m)
z_12E	Z_{12E}'	Selbstimpedanzbelag der Fahrdrahtes -Erde Schleife (Ω/m)
y_1q	Y_{1q}'	Querableitungsbelag der Rohrleitung ($1/\Omega m$)
y_2q	Y_{2q}'	Querableitungsbelag des Fahrdrahtes ($1/\Omega m$)
y_3q	Y_{3q}'	Querableitungsbelag der linken Schiene ($1/\Omega m$)
y_4q	Y_{4q}'	Querableitungsbelag der rechten Schiene ($1/\Omega m$)
Y_Erd_M	Y_{Erd_M}	auf ein Segment kumulierte Erdausbreitungswiderstände der Maste ($1/\Omega$)
Y_Erd_UW	Y_{Erd_UW}	Admittanz der Unterwerkserdungsanlage ($1/\Omega$)
Y_Sverb	Y_{Sverb}	Admittanz der Gleisverbinder ($1/\Omega$)
Y_Traf	Y_{Traf}	Admittanz des Einphasenwechselstrom-transformators ($1/\Omega$)
Y_Zug	Y_{Zug}	Admittanz des Zuges ($1/\Omega$)
Iqz_Quelle	I_{qz_Quelle}	Zweigquellenstrom der Quelle (A)
M		Bildet die Aneinanderkettung der Segmente ab. (Anzahl Leitungsstücke und wie diese miteinander verkoppelt sind)
M_isolierung		Bildet Isolationstrennstellen nach
YY		Enthält die Selbst- und Gegenimpedanzen der Segmente
Y_Everbindung		Enthält die zwischen den Leitungen und Erde liegenden Admittanzen
Iqz_Everbindung		Enthält die Zweigquellenströme der zwischen den Leitungen und Erde liegenden Stromquellen
Y_Lverbindung		Enthält die zwischen den Leitungen liegenden Admittanzen
Iqz_Lverbindung		Enthält die Zweigquellenströme der zwischen den Leitungen liegenden Stromquellen

Tabelle 3-6: Definierte Matlabvariablen für Fallbeispiel und deren Äquivalent als Formelzeichen

3.2.5 Knotenspannungsanalyse und Berechnung

Mit den gesetzten Matlabvariablen, kann nun die Knotenspannungsanalyse durchgeführt und die Ergebnisse dargestellt werden. Dieses Vorgehen ist in den Kapiteln 3.1.2.2 und Kapitel 3.1.2.3 beschrieben. Die Ergebnisse werden im Kapitel 3.2.6 graphisch dargestellt.

3.2.6 Graphische Darstellung der Fallbeispielerggebnisse

Dieses Kapitel zeigt für das Fallbeispiel die graphischen Darstellungen der ausgewerteten Datensätze. Die Darstellung wurde mit der Matlabfunktion `fcn_matrix_plot_Results_v2` (siehe Kapitel 7.3.7) durchgeführt. Grundlegende Informationen zum Darstellen der Ergebnisse sind im Kapitel 3.1.2.3 enthalten.

- Ströme entlang den Leitungen: I_{z_selbst}

Der Strom entlang der Rohrleitung (1) ist aufgrund des großen Umhüllungswiderstandes sehr gering. Über den Fahrdraht (2) fließen 1000 A zum Zug und zirka 430 A fließen jeweils über die Schienen (3, 4) zurück. Der Rest des Stromes fließt über das Erdreich zum Unterwerk zurück.

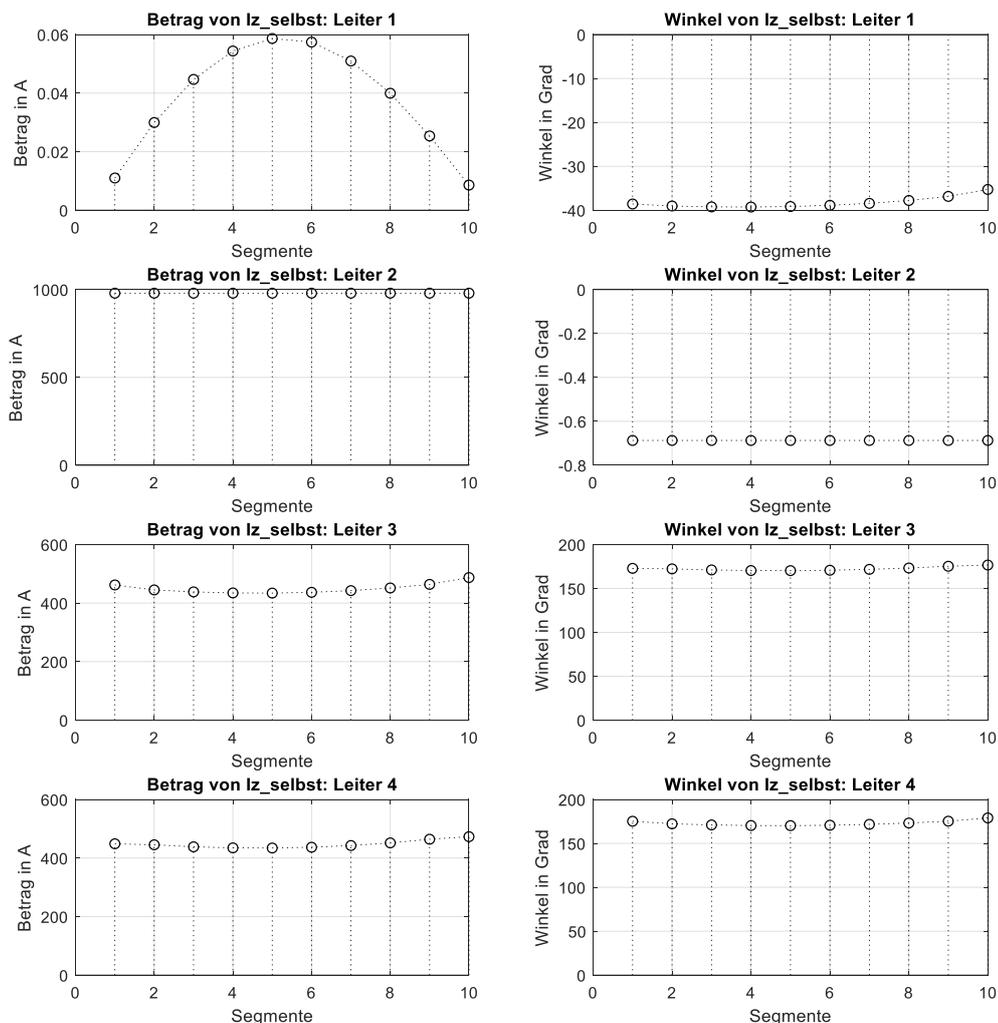


Diagramm 3-1: Fallbeispiel: Betrag und Winkel von I_{z_selbst}

- Spannungen zwischen den Leitungen und Erde: $U_{k_segment}$

Das blau umrandete Fenster in Diagramm 3-2 zeigt die Spannungen zwischen der Rohrleitung (1) und Erde. Diese Spannung wird in weiterer Folge genauer untersucht (siehe Kapitel 4) und stellt den Hauptuntersuchungsbereich dieser Arbeit dar. Das Maximum der Rohrleitungsspannung tritt am Anfang der Rohrleitung auf und hat einen Wert von 6,99 A. Die Fahrdrabtspannung fällt entlang des Fahrdrabtes (2) nur sehr gering ab und hat einen Wert von zirka 15 kV. Die Spannungen der Fahrschienen (3, 4) haben ihr Maximum an der Position des Zuges. Die relativ hohen Schienenpotentiale in diesem Beispiel mit 62,58 V könnten bereits zu Personengefährdungen führen, weshalb hier bei der Wechselstrombahnanlage eventuell Anpassungen vorzunehmen sind.

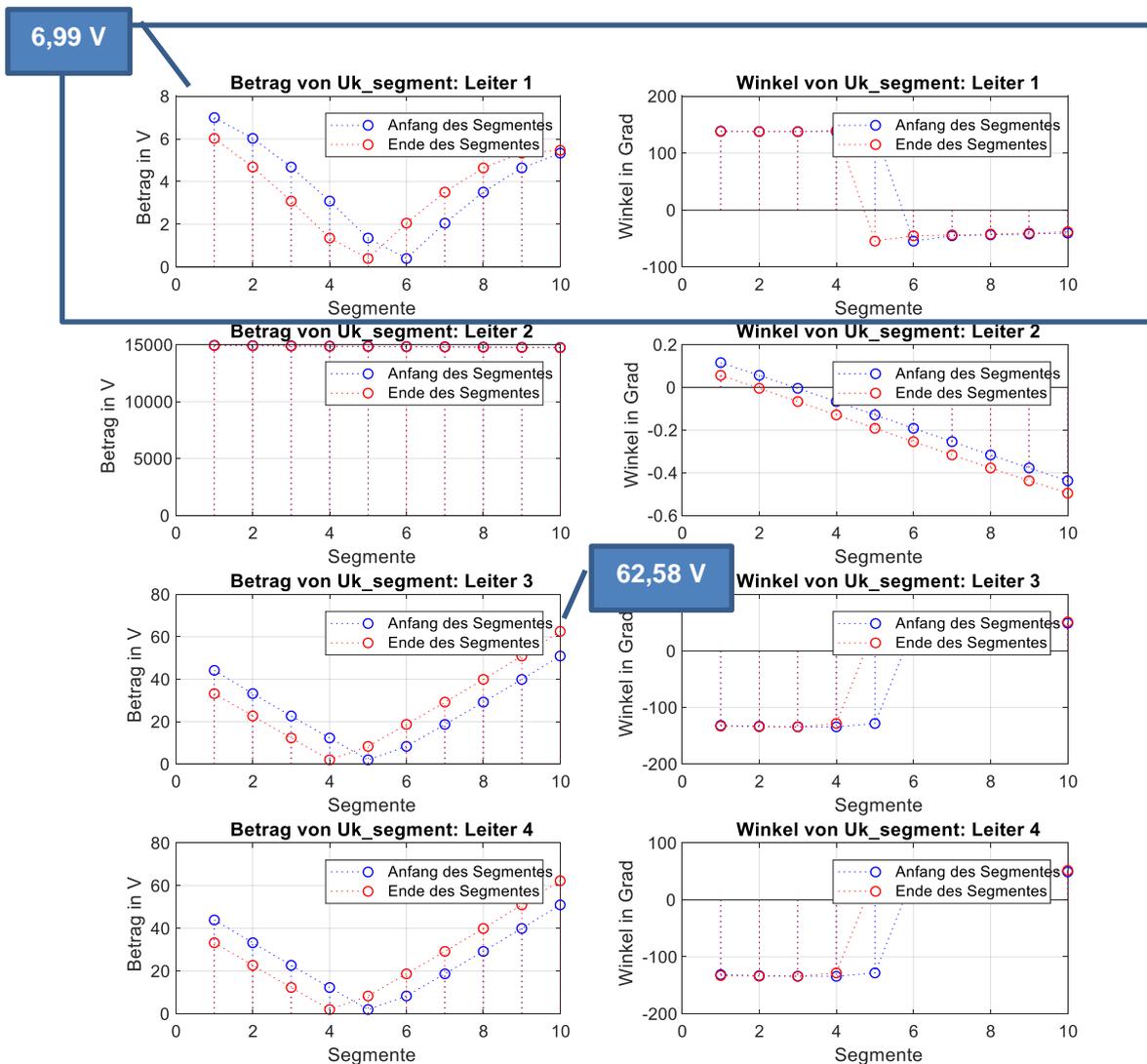


Diagramm 3-2: Fallbeispiel: Betrag und Winkel von $U_{k_segment}$

- Ströme die zwischen den Leitungen und Erde fließen: $I_{z_Everbindung}$
 - $I_{z_Everbindung} = I_{z_Y_Everbindung} + I_{z_Iqz_Everbindung}$

Aus Diagramm 3-3 ist ersichtlich, dass der Strom der zwischen Rohrleitung (1) und Erde fließt sehr gering ist (hoher Umhüllungswiderstand). Die Fahrleitung (2) ist gegenüber Erde isoliert, weshalb theoretisch kein Strom zwischen Erde und Fahrleitung fließen kann. Bei den Schienen ändert sich die Fließrichtung des Stromes ab der Hälfte. Die linke Schiene (3) ist am Anfang mit der Unterwerkserdungsanlage verbunden, über die sehr viel Strom zurück zur Quelle fließt.

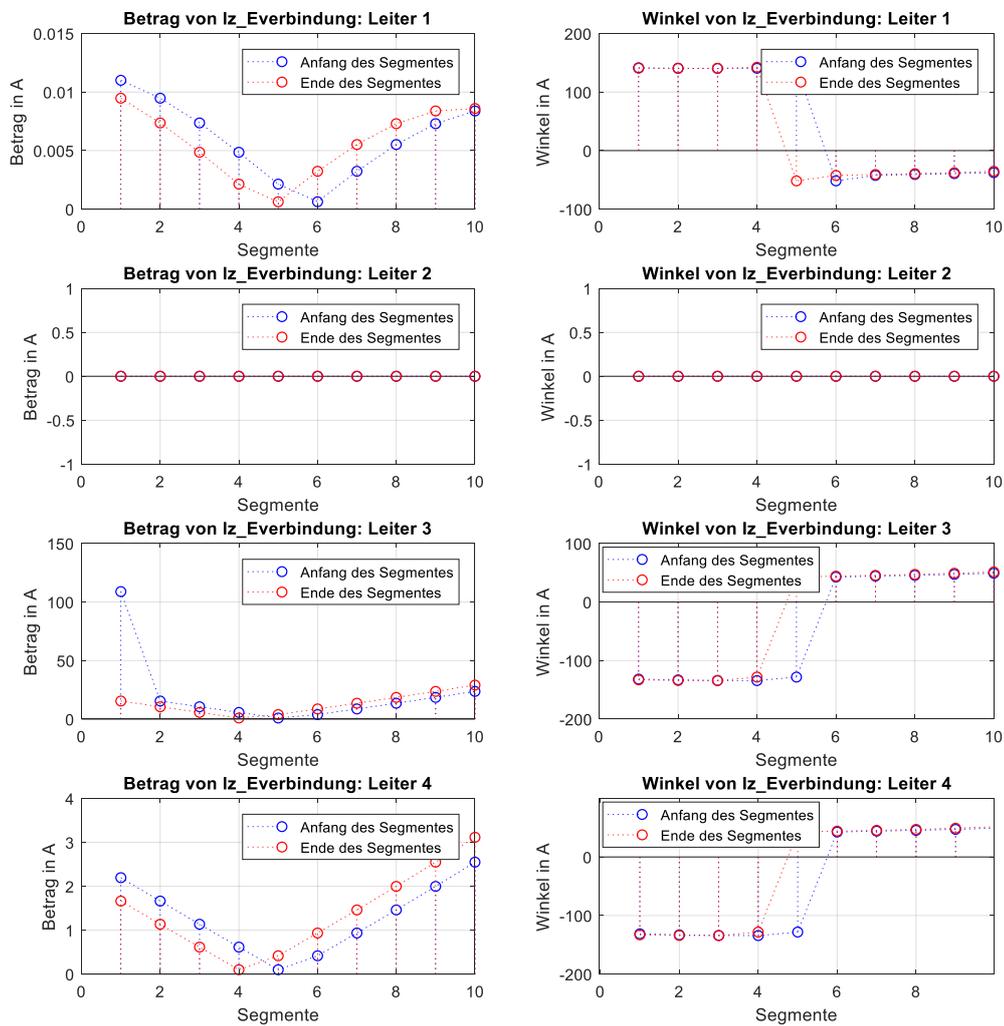


Diagramm 3-3: Fallbeispiel: Betrag und Winkel von $I_{z_Everbindung}$

- Ströme „unter einer Leitung“: $I_{Erdreich}$

Die Ströme unter den Leitungen können nur bei unabhängigen Leitungen bestimmt werden. Da die Leitungen 2 bis 4 miteinander verbunden sind (Leistungsverbindungen: Y_{Sverb} , Y_{Traf} , I_{qz_Quelle}) können dafür die $I_{Erdreich}$ Ströme nicht richtig ermittelt werden. Für die Rohrleitung (1) ist eine Ermittlung möglich, da diese nicht mit anderen Leitungen über Leistungsverbindungen verbunden ist.

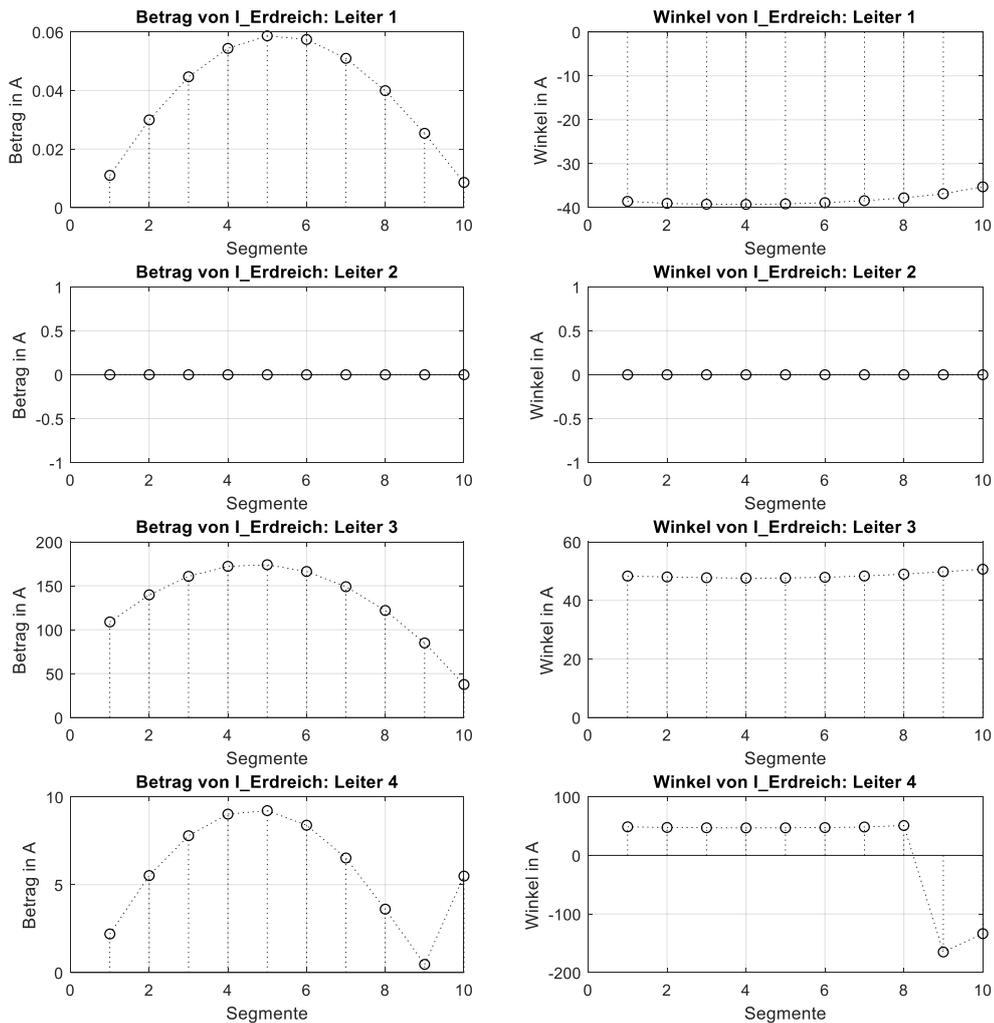


Diagramm 3-4: Fallbeispiel: Betrag und Winkel von $I_{Erdreich}$

3.2.7 Verschieben der Rohrleitung

Die vorangegangenen Kapitel zeigten die Ermittlung der Rohrleitungsspannung für einen Abstand von $a_1 = 10 \text{ m}$ zwischen Rohrleitung und Koordinatenachse. Aus Diagramm 3-2 ist ersichtlich, dass sich bei diesem Abstand eine maximale Rohrleitungsspannung von $6,99 \text{ V}$ ergibt. Durch das Verschieben der Rohrleitung entlang der x-Achse (verändern von a_1) kann der Verlauf der maximalen Rohrleitungsspannung in Abhängigkeit des Abstandes ermittelt werden. Das Diagramm 3-5 zeigt die maximale Rohrleitungsspannung bei Variation des Abstandes von $a_1 = -1000 \text{ m}$ bis $a_1 = 1000 \text{ m}$. Die Schrittweite beträgt für größere Abstände ($a_1 > 20 \text{ m}$) 1 m und für kleinere Abstände ($a_1 \leq 20 \text{ m}$) $0,1 \text{ m}$. Damit fasst die nachfolgende Graphik zirka 600 Berechnungen zusammen.

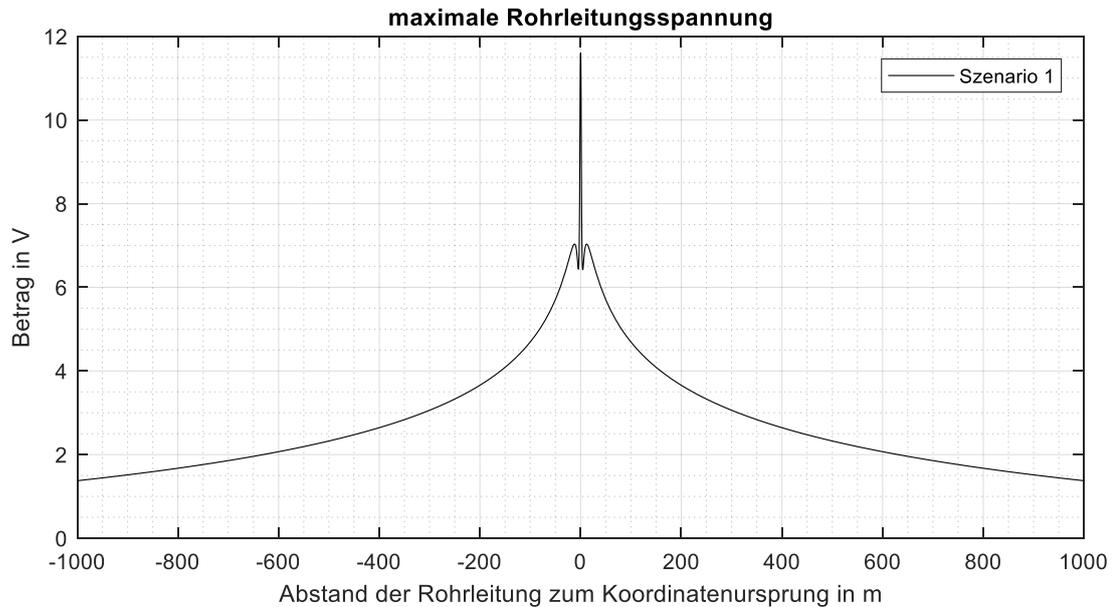


Diagramm 3-5: Fallbeispiel: Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

4 Ergebnisse

In diesem Kapitel wird die induktive Beeinflussung einer Rohrleitung unter Annahme diverser Szenarien behandelt. Die Szenarien betrachten unterschiedliche Ausführungen von Wechselstrombahnanlagen. Ausgehend von einfachen, eingleisigen Bahnanlagen wird sukzessive der Komplexitätsgrad erhöht, indem metallische Strukturen (Verstärkungsleitung, Rückleiter, usw.) hinzugefügt werden. Das Szenario 1 enthält keine metallischen Strukturen mit reduzierenden Wirkungen und eignet sich dadurch als Referenzszenario. Die Tabelle 4-1 gibt einen Überblick über die Szenarien.

		Szenario 1	Szenario 2*	Szenario 3*	Szenario 4	Szenario 5	Szenario 6	Szenario 7	Szenario 8
Gleis 1	Rohrleitung	X	X	X	X	X	X	X	X
	Fahrdraht	X	X	X	X	X	X	X	X
	Schienen		X	X	X	X	X	X	X
	Rückleiter				X	X		X	X
	Tragseil					X			X
	Verstärkungsleiter					X			X
Gleis 2	Fahrdraht						X	X	X
	Schienen						X	X	X
	Rückleiter							X	X
	Verstärkungsleiter								X
		Rückstrom nur über Erde		Rückstrom über Erde und Schienen					

* enthält zusätzlich Unterszenarien

Tabelle 4-1: Übersicht der vorhandenen metallischen Strukturen in den Szenarien

Der Berechnungsvorgang, inklusive der Ermittlung von Parametern (siehe Kapitel 3.2.3), entspricht dem Fallbeispiel von Kapitel 3.2. Für jedes Szenario wird die maximale Rohrleitungsspannung durch Variation des Abstandes (a_1) (vergleiche Kapitel 3.2.7) in einem Diagramm dargestellt und gegebenenfalls für Vergleichszwecke anderen Szenarien gegenübergestellt. Zusätzlich werden in einem separaten Diagramm die Rohrleitungsspannungen zweier Szenarien nach Formel 121 ins Verhältnis gesetzt. Damit lassen sich die Unterschiede zwischen den Szenarien in Form eines Reduktionsfaktors darstellen.

$$\text{Reduktionsfaktor} = \frac{\text{maximale Rohrleitungsspannung des Szenarios X } (a_1)}{\text{maximale Rohrleitungsspannung des Szenarios Y } (a_1)} \quad 121.)$$

Die in Abbildung 4-1 dargestellten Höhen und Abstände der Leiter sind für alle Szenarien identisch. Wie bereits zuvor beschrieben, unterscheiden sich die Szenarien nur von der Anzahl der berücksichtigten Leiter (metallischen Strukturen). Die Parameterdefinition ähnelt dem Fallbeispiel von Kapitel 3.2 und ist im Anhang unter Kapitel 7.5 zu finden.

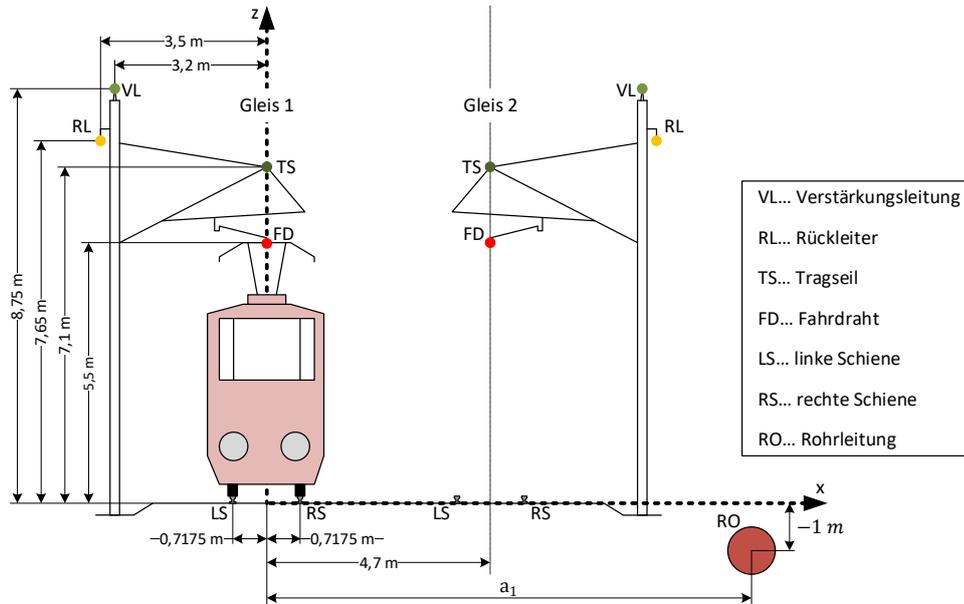


Abbildung 4-1: Höhen und Abstände der Leiter einer zweigleisigen Strecke [30]

Es wird jeweils der Einfluss einer 1 km langen Wechselstrombahnanlage auf eine im Abstand a_1 parallel verlaufende Rohrleitung betrachtet. Die Erdungsverhältnisse der Schienen entsprechen dem Fallbeispiel von Kapitel 3.2. Am Anfang der Bahnstrecke befindet sich ein speisendes Unterwerk (1000 A) und am Ende ein Zug, der den gesamten Strom aufnimmt. In Abbildung 4-3 wird die Beeinflussungssituation skizziert.

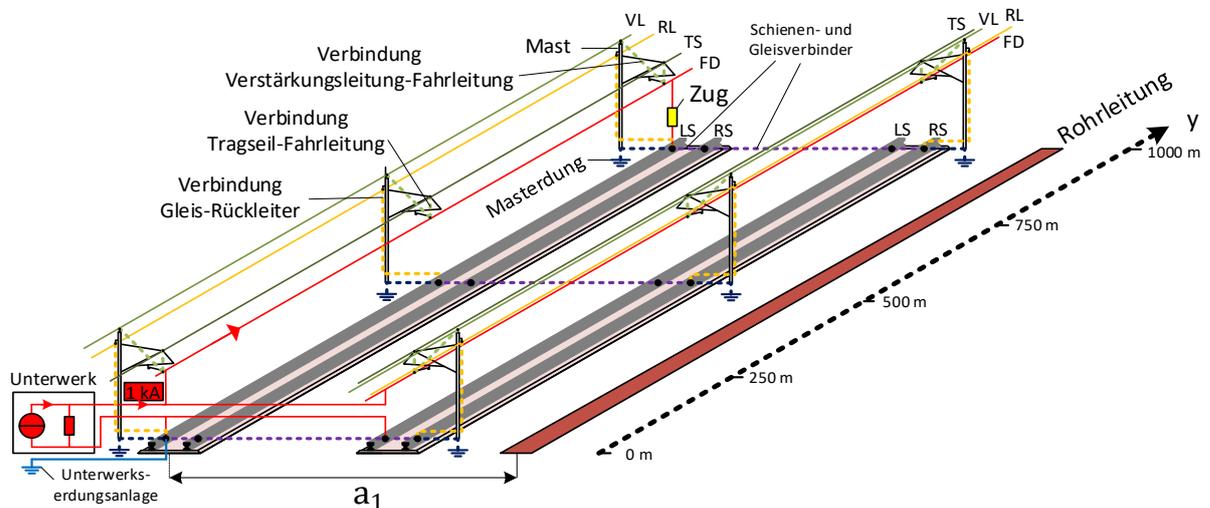


Abbildung 4-2: Skizze einer zweigleisigen Strecke

4.1 Szenario 1

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und Erde, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 1 Gleis
 - Fahrdrabt

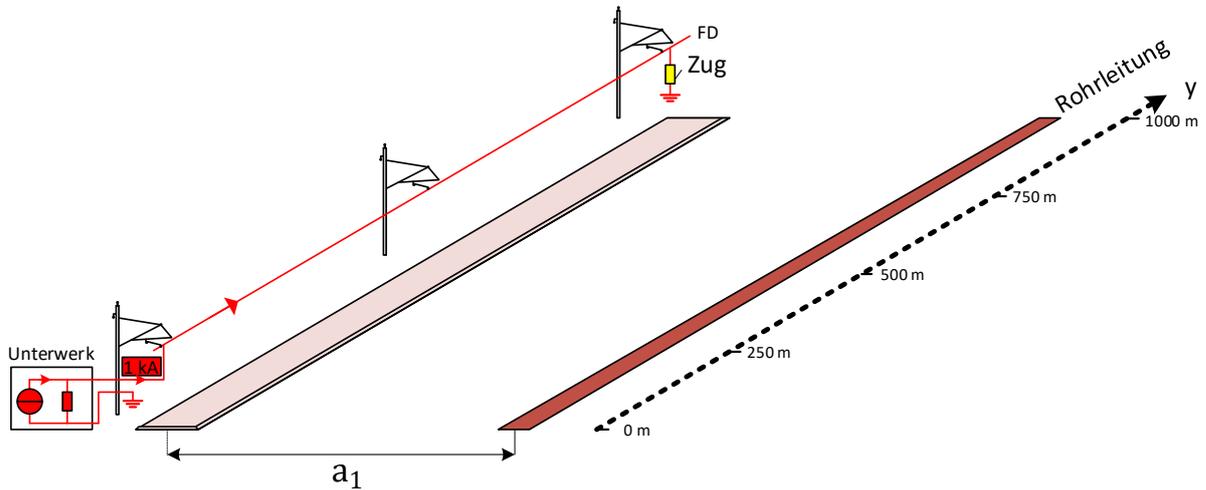


Abbildung 4-3: Szenario 1; Skizzierung des Szenarios

Der von einem Unterwerk eingespeiste Strom fließt über die Fahrleitung und wird durch die Zugadmittanz direkt in Erde abgeleitet. Der gesamte Strom fließt über Erde zurück zum Unterwerk und bildet damit eine Stromschleife, die in die Rohrleitung eine Spannung induziert. Die maximale Rohrleitungsspannung bei Variation des Abstandes (a_1) ist in Diagramm 4-1 ersichtlich. Dieses Szenario dient als Referenzszenario.

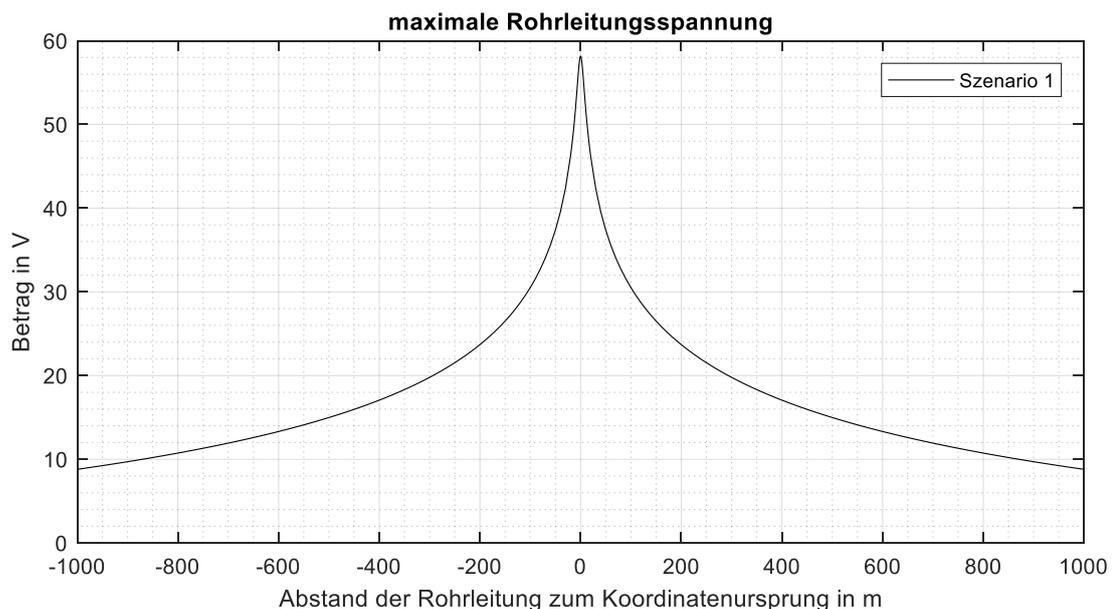


Diagramm 4-1: Szenario 1; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

4.2 Szenario 2

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und Erde, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 1 Gleis
 - Fahrdrabt
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)

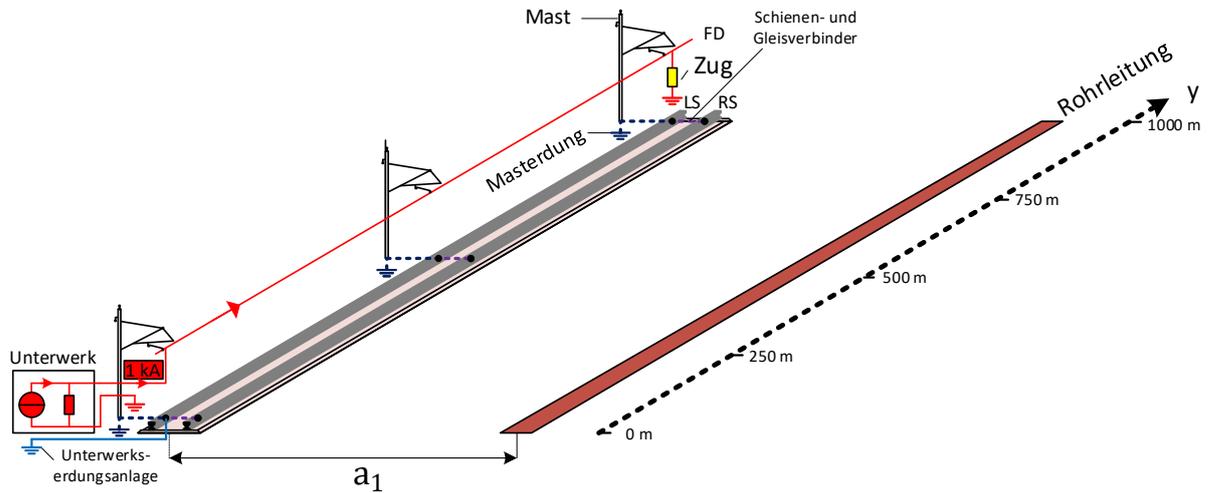


Abbildung 4-4: Szenario 2; Skizzierung des Szenarios

Der von einem Unterwerk eingespeiste Strom fließt über die Fahrleitung, wird durch die Zugadmittanz direkt in Erde abgeleitet und fließt dann im Erdreich zurück zum Unterwerk. Anders als im Szenario 1 sind zusätzlich zwei Schienen vorhanden, deren Erdungsverhältnisse dem Fallbeispiel von Kapitel 3.2 entsprechen. Die Admittanzen zwischen Schienen und Erde werden mit einem Faktor multipliziert, womit sich folgende Unterszenarien ergeben:

1. Schienen sind isoliert gegenüber Erde.
2. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **1/5** multipliziert.
3. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **1** multipliziert.
4. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **5** multipliziert.
5. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **10** multipliziert.
6. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **25** multipliziert.
7. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **50** multipliziert.
8. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E} , Y_{4E}) ist mit den Faktor **10000** multipliziert.

Das Diagramm 4-2 zeigt, dass in diesem Fall höheren Schienen-Erde Admittanzen die Rohrleitungsspannung reduzieren. Bei gegenüber Erde isolierten Schienen (Szenario 2.1) wird die Rohrleitungsspannung nicht reduziert (gleiches Ergebnis wie Szenario 1). Dieses Verhalten ergibt sich, weil die Schienen hier nicht zur Rückleitung verwendet werden und somit wie Kompensationsleitungen wirken. Das Diagramm 4-3 setzt die maximalen Rohrleitungsspannungen von Szenario 2 mit Szenario 1 ins Verhältnis (siehe Formel 121) wodurch ein Reduktionsfaktor berechnet werden kann.

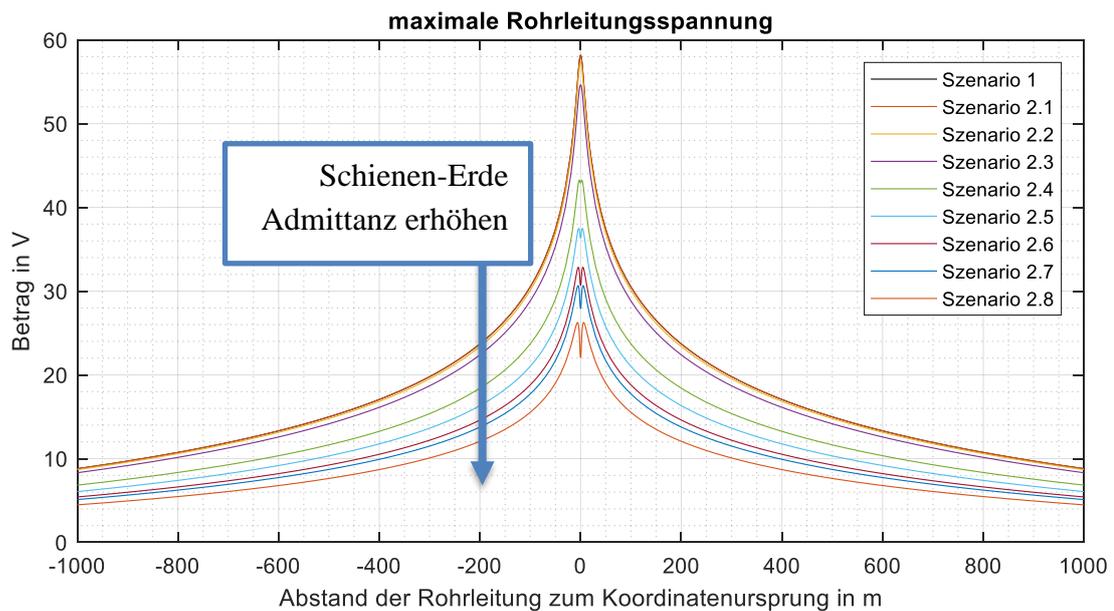


Diagramm 4-2: Szenario 2; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

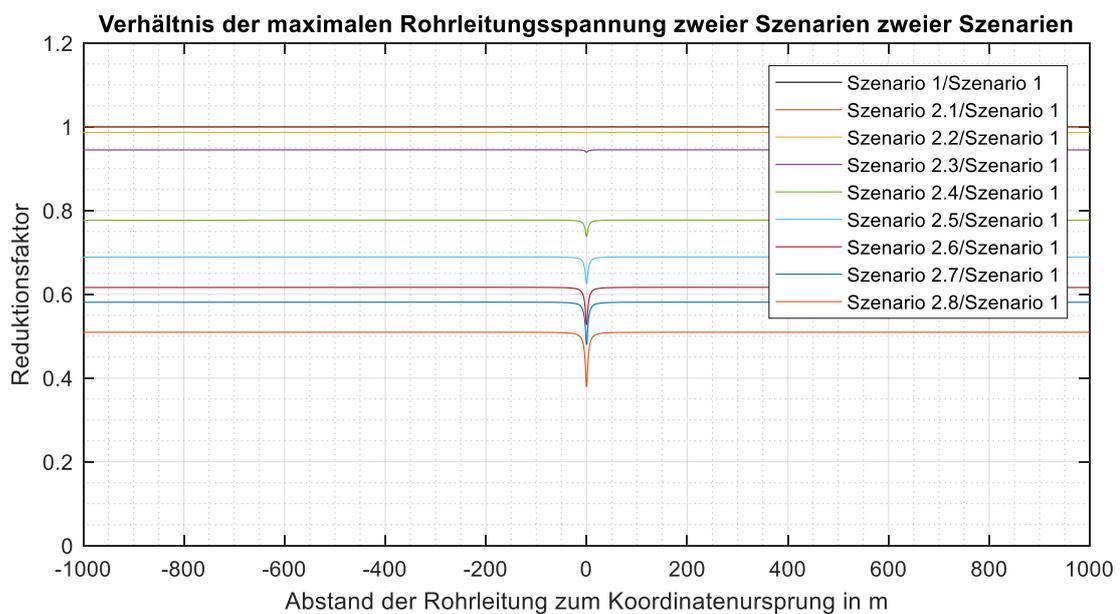


Diagramm 4-3: Szenario 2; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.3 Szenario 3

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und linker Schiene, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 1 Gleis
 - Fahrdrabt
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)

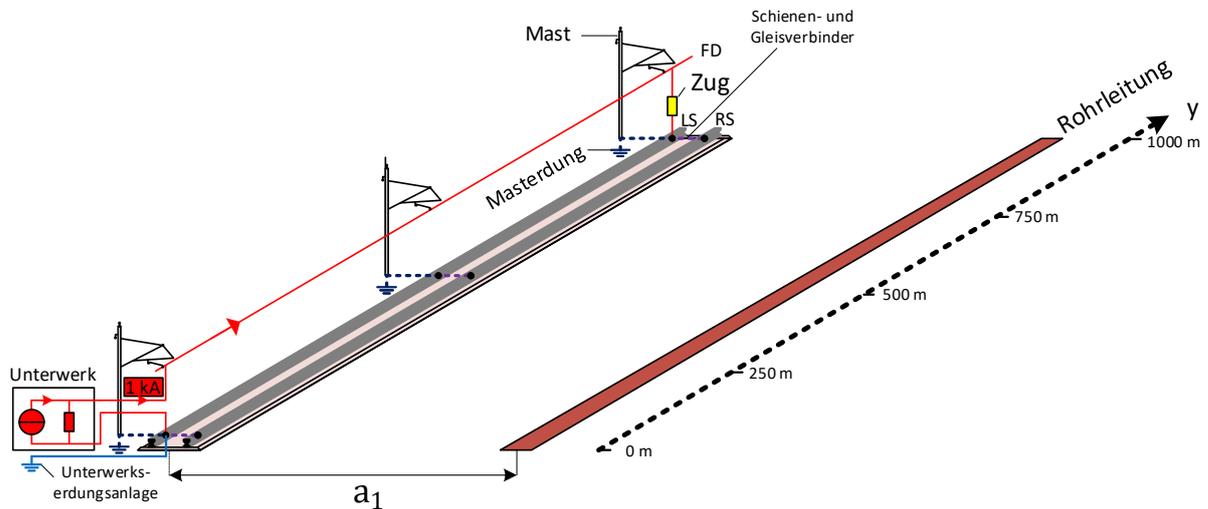


Abbildung 4-5: Szenario 3; Skizzierung des Szenarios

Für dieses Szenario und die Folgenden, wird entsprechend den realen Verhältnissen, der Strom über die Fahrleitung geführt und mit der Zugadmittanz zu den Schienen abgeleitet. Der Strom kann entweder über die Schienen oder aufgrund der Schienenerdung (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2) über das Erdreich zurück zum Unterwerk fließen. Die Admittanzen zwischen Schienen und Erde werden mit einem Faktor multipliziert, womit sich folgende Unterszenarien ergeben:

1. Schienen sind isoliert gegenüber Erde.
 2. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) ist mit den Faktor **1/5** multipliziert.
 3. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) mit den Faktor **1** multipliziert.
- Fallbeispiel von Kapitel 3.2!**
4. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) ist mit den Faktor **5** multipliziert.
 5. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) ist mit den Faktor **10** multipliziert.
 6. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) ist mit den Faktor **25** multipliziert.
 7. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) ist mit den Faktor **50** multipliziert.
 8. Linke Schiene am Unterwerk geerdet (Y_{Erd_UW}), Admittanz zwischen Schienen und Erde (Erdungsverhältnisse: siehe Formel 119, 120: Y_{3E}, Y_{4E}) ist mit den Faktor **10000** multipliziert.

In diesem Szenario führen höhere Schienen-Erde-Admittanzen zu höheren Rohrleitungsspannungen. Je höher die Schienen-Erde-Admittanzen sind, desto mehr Strom kann über Erde fließen und eine „große“ Stromschleife ausbilden. Bei gegenüber Erde isolierten Schienen (Szenario 3.1) fließt der gesamte Strom über die Schienen zurück zum Unterwerk. Eine niedrige Schienen-Erde-Admittanz führt zwar zu einer geringen Rohrleitungsspannung, jedoch auch zu höheren Schienenpotentialen und damit zu einer möglichen Personengefährdung. In der Tabelle 4-2 sind die maximalen Schienenpotentiale für die betrachteten Unterszenarien angegeben. Für das Szenario 3.3 (Fallbeispiel von Kapitel 3.2) ergibt sich ein Reduktionsfaktor von 0,15 gegenüber Szenario 1.

Szenario	Maximales Schienenpotential in V
Szenario 3.1	438,40
Szenario 3.2	87,50
Szenario 3.3	62,58
Szenario 3.4	36,39
Szenario 3.5	24,97
Szenario 3.6	15,07
Szenario 3.7	1,86
Szenario 3.8	0,97

Tabelle 4-2: Maximales Schienenpotential bei einem Abstand zwischen Schienenmitte und Rohrleitungsmittle von $a_1 = 10 \text{ m}$

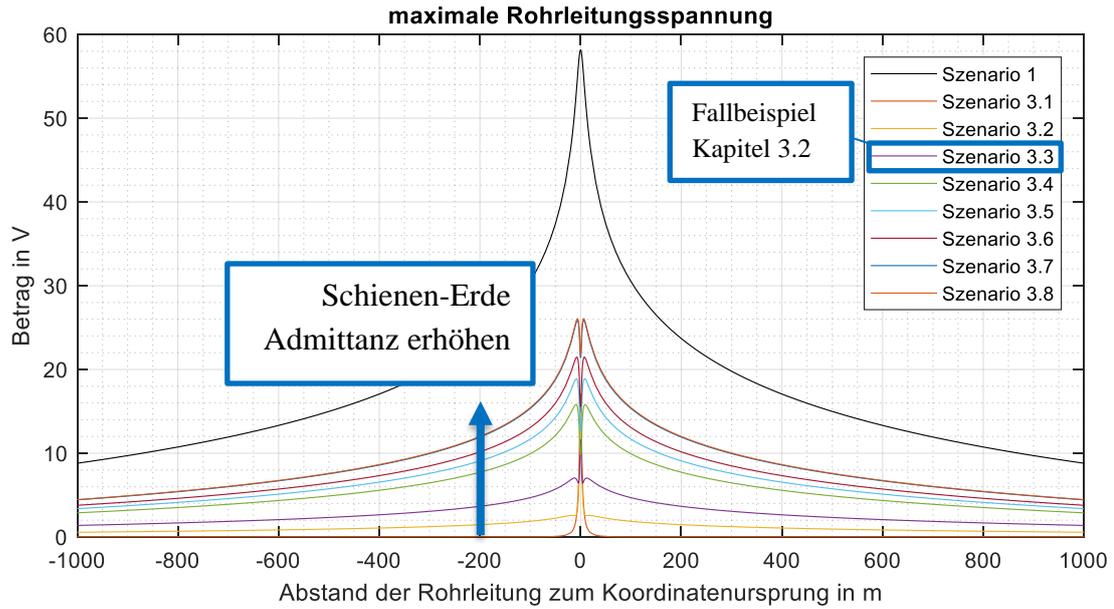


Diagramm 4-4: Szenario 3; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

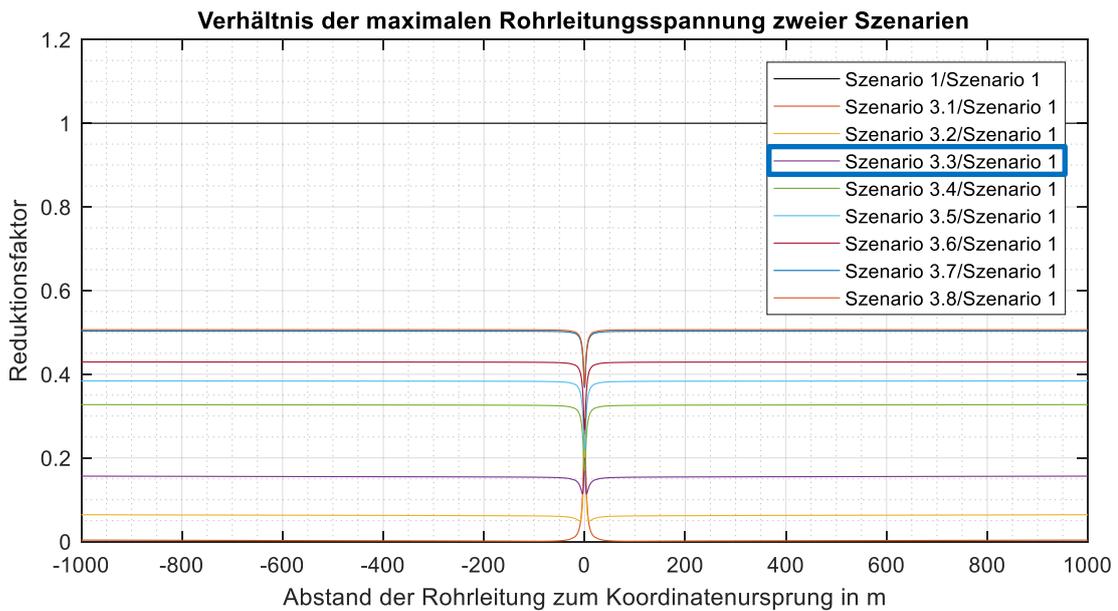


Diagramm 4-5: Szenario 3; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.4 Szenario 4

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und linker Schiene, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 1 Gleis
 - Fahrdrabt
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)
 - Rückleiterseil

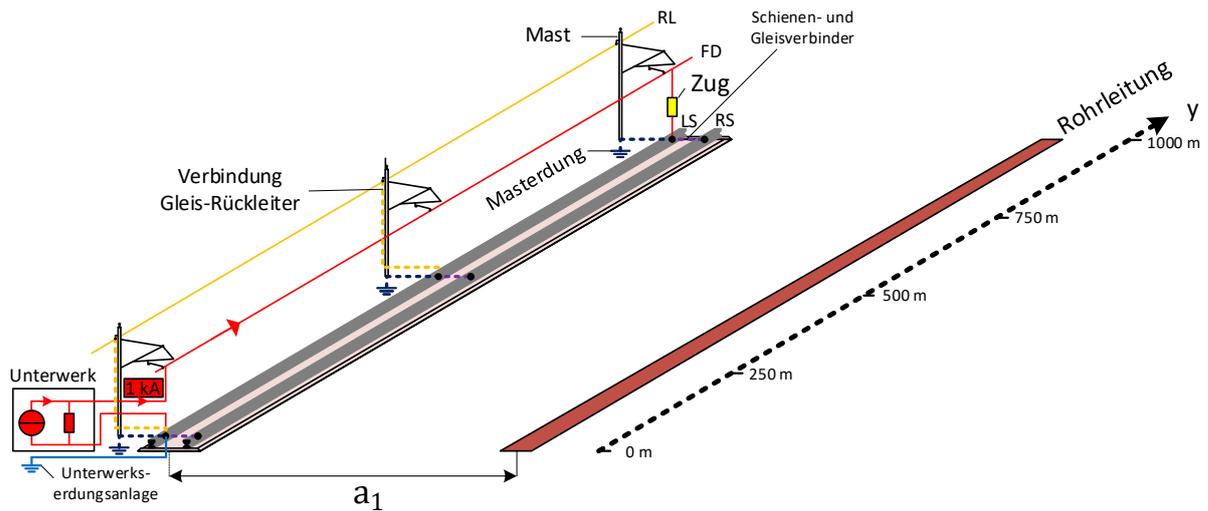


Abbildung 4-6: Szenario 4; Skizzierung des Szenarios

Dieses Szenario ist gleich aufgebaut wie das Szenario 3, jedoch ist in diesem Szenario zusätzlich ein Rückleiterseil vorhanden. Dieses Rückleiterseil ist kontinuierlich mit den Schienen niederohmig verbunden und soll die Rückleitungsverhältnisse verbessern. Die Erdungsverhältnisse der Schienen entsprechen wieder dem Fallbeispiel Kapitel 3.2, wobei die Admittanzen zwischen Schienen und Erde gleich dem Szenario 3.3 sind (mit dem Faktor 1 multipliziert).

Aus dem Diagramm 4-6 und dem Diagramm 4-7 ist ersichtlich, dass ein Rückleiterseil die Rohrleitungsspannung reduziert. Für eine Bahnstrecke ohne Rückleiterseil (Szenario 3.3) reduziert sich die Rohrleitungsspannung gegenüber einer Bahnstrecke mit Rückleiterseil (Szenario 4) um einen Faktor von zirka 0,7. Hierbei ist jedoch darauf hinzuweisen, dass dieser Reduktionsfaktor nur für diese Position des Rückleiterseils gilt. Wenn sich der Rückleiter an einer anderen Position befindet oder mehrere Rückleiter vorhanden sind, können sich die Auswirkungen auf die Rohrleitungsspannung verändern. Aus den Diagrammen ist ebenfalls ersichtlich, dass die Rohrleitungsspannung und in weiterer Folge der Reduktionsfaktor nicht mehr spiegelsymmetrisch zur Ordinatenachse verlaufen (unterschiedlich je nach Seite).

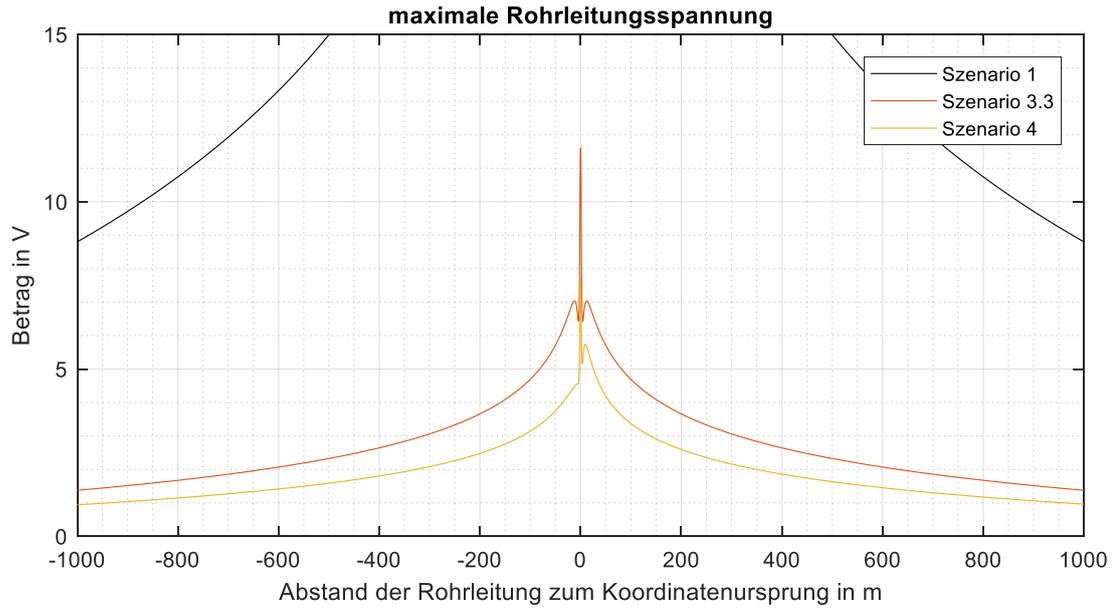


Diagramm 4-6: Szenario 4; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

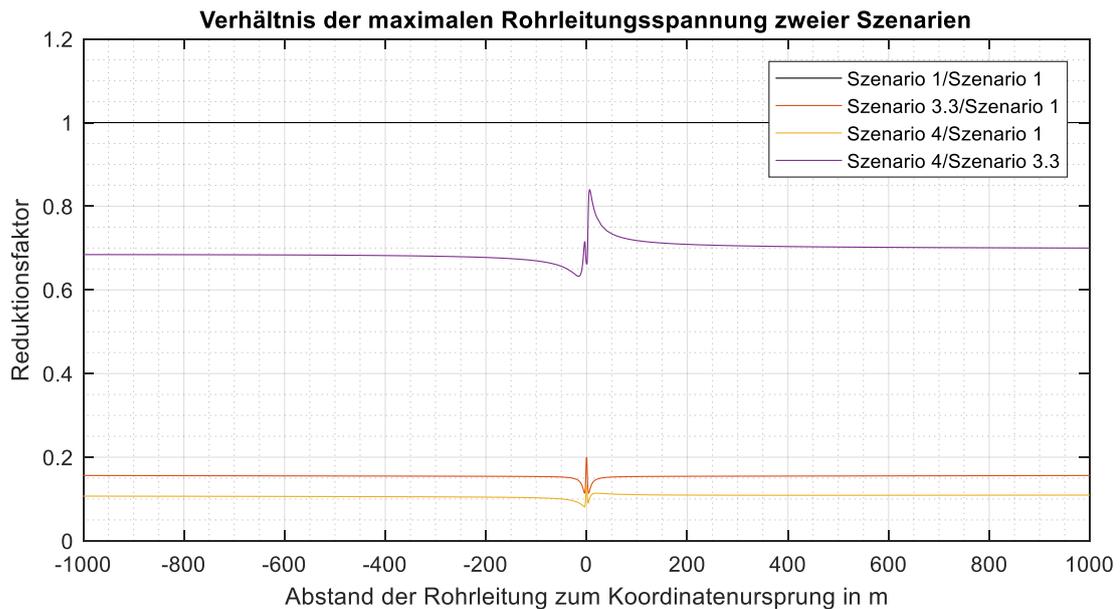


Diagramm 4-7: Szenario 4; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.5 Szenario 5

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und linker Schiene, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 1 Gleis
 - Fahrdrabt
 - Tragseil
 - Verstärkungsleitung
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)
 - Rückleiterseil

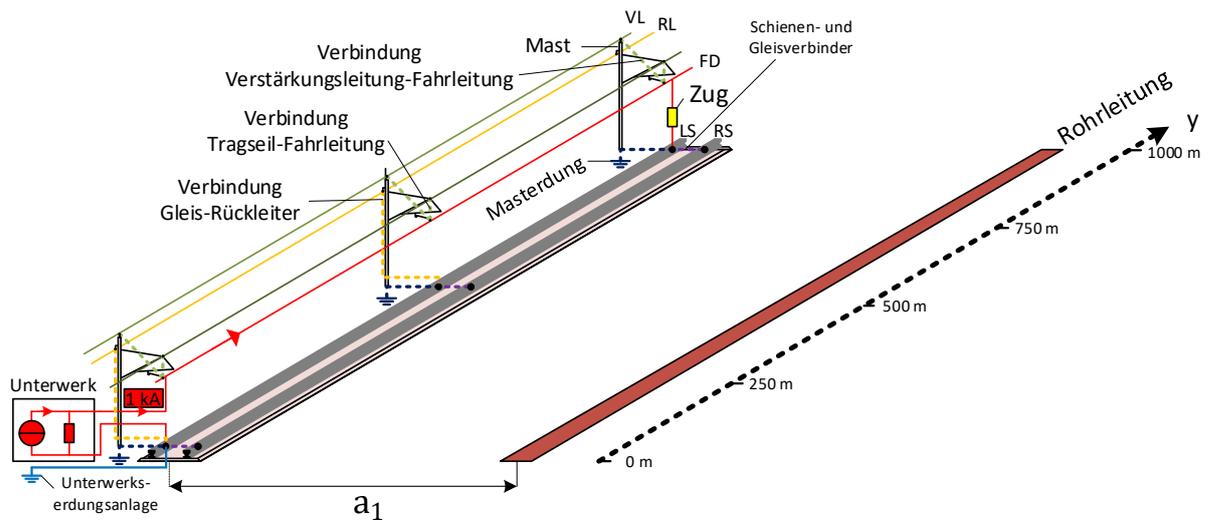


Abbildung 4-7: Szenario 5; Skizzierung des Szenarios

Zusätzlich zu Szenario 4 wird in diesem Szenario ein Tragseil sowie eine Verstärkungsleitung berücksichtigt. Diese Leitungen sind niederohmig mit dem Fahrdrabt verbunden. Gleich wie bei den Schienenverbindungen (siehe Kapitel 3.2.3.5) berücksichtigt das Modell dies mit einer sehr hohen Admittanz zwischen diesen Leitern (jeweils an den Segmentenden).

Diagramm 4-8 und Diagramm 4-9 zeigen, dass die maximale Rohrleitungsspannung zwischen Szenario 4 und Szenario 5 sehr ähnlich sind. Das Szenario 5 weist tendenziell eine geringfügig höhere maximale Rohrleitungsspannung auf. Der Grund dafür dürfte sein, dass sich durch die Parallelschaltung von Fahrdrabt, Verstärkungsleitung und Tragseil der Längsspannungsabfall reduziert und somit geringfügig mehr Strom über die Bahnenergieleitungen transportiert wird (vergleiche Kapitel 3.2.3.6). Für das Szenario 5 ergibt sich gegenüber Szenario 3.3 ein Reduktionsfaktor von zirka 0,7.

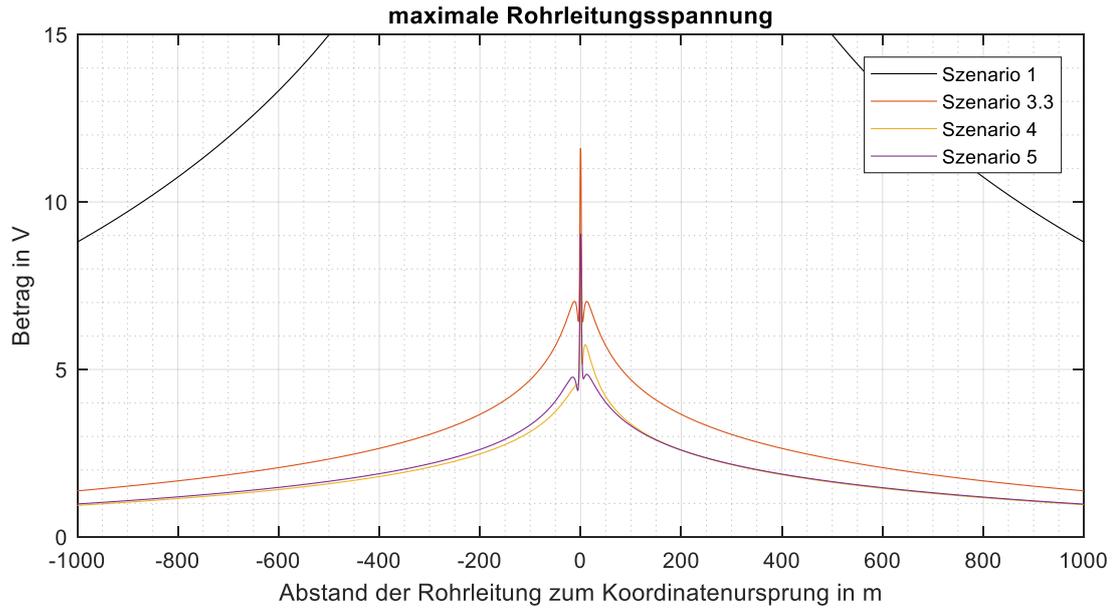


Diagramm 4-8: Szenario 5; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

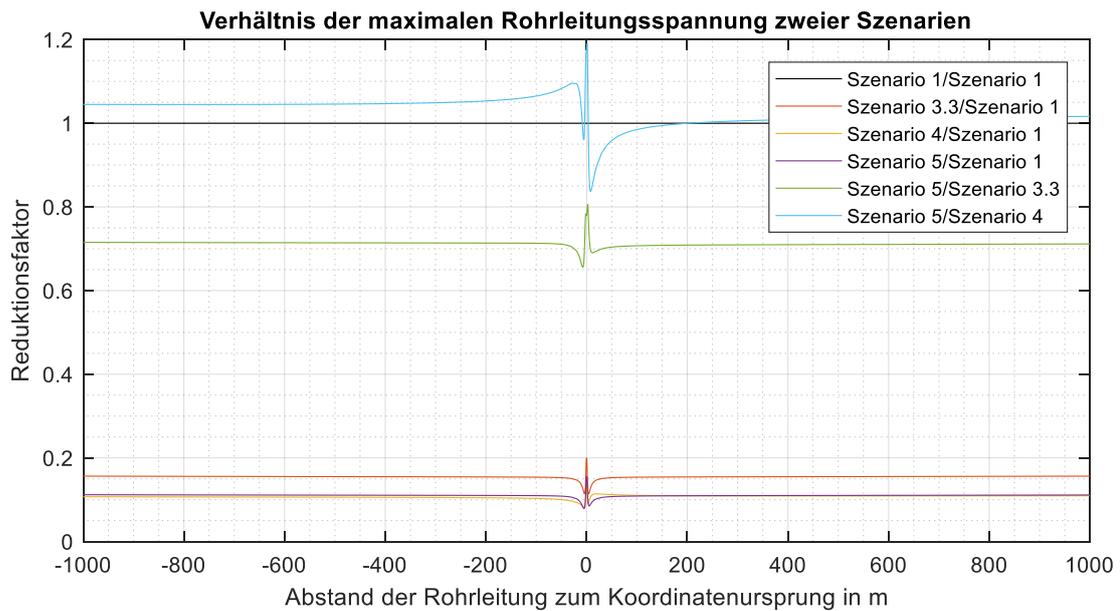


Diagramm 4-9: Szenario 5; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.6 Szenario 6

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und linker Schiene, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 2 Gleise
 - Fahrdrabt
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)

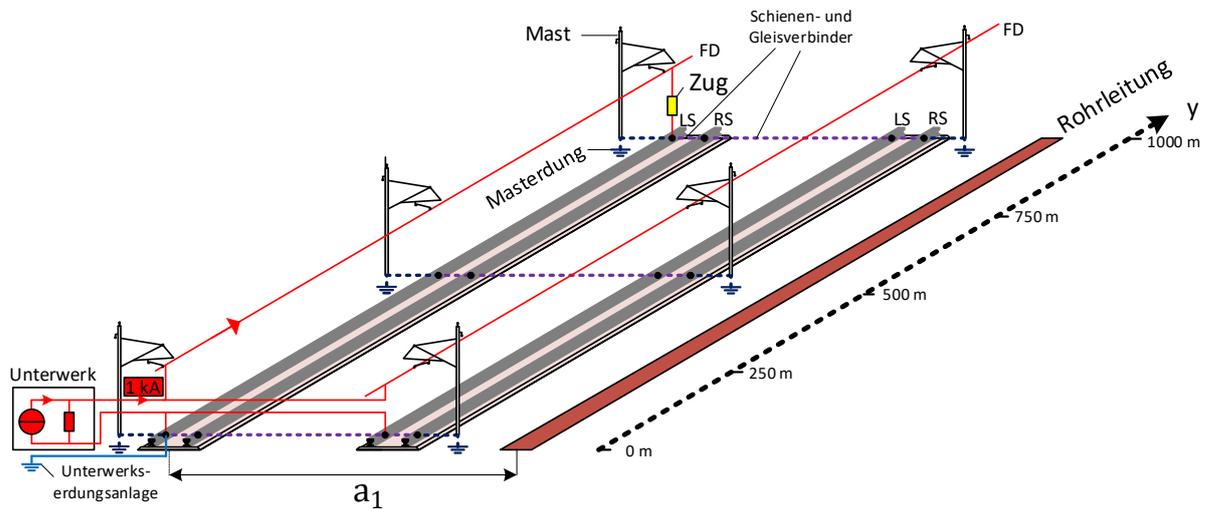


Abbildung 4-8: Szenario 6; Skizzierung des Szenarios

Ab diesem Szenario werden zweigleisige Bahnstrecken betrachtet. Für einen besseren Vergleich mit den eingleisigen Szenarien wird nur das links Gleis (Gleis 1) von einem Zug befahren. Das rechte Gleis (Gleis 2) ist eine spiegelsymmetrische Kopie vom linken Gleis, wobei beide Gleise vom selben Unterwerk gespeist werden. Das Szenario 6 entspricht der zweigleisigen Ausführung von Szenario 3.

Im Diagramm 4-10 werden die maximalen Rohrleitungsspannungen von Szenario 1 und Szenario 3.3 dem Szenario 6 gegenübergestellt. Das Diagramm 4-11 setzt diese Szenarien miteinander ins Verhältnis. Aus diesen Diagrammen ist ersichtlich, dass die zweigleisige Bahnstrecke (Szenario 6) gegenüber der eingleisigen Bahnstrecke (Szenario 3.3) eine geringere Rohrleitungsspannung zur Folge hat. Der Reduktionsfaktor zwischen diesen beiden Szenarien ergibt sich mit zirka 0,85.

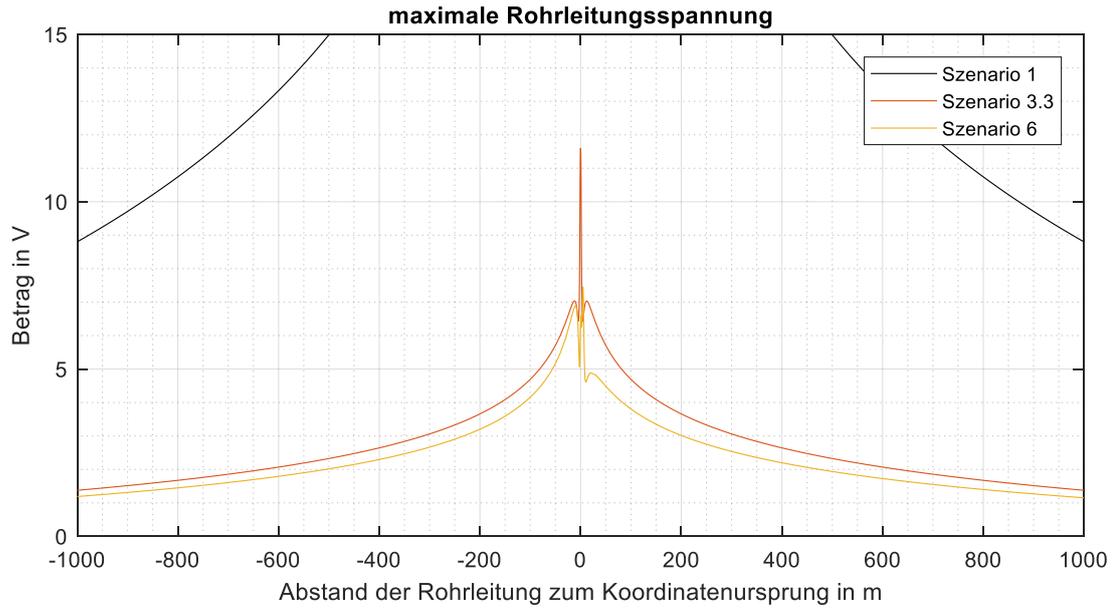


Diagramm 4-10: Szenario 6; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (α_1 wird verändert)

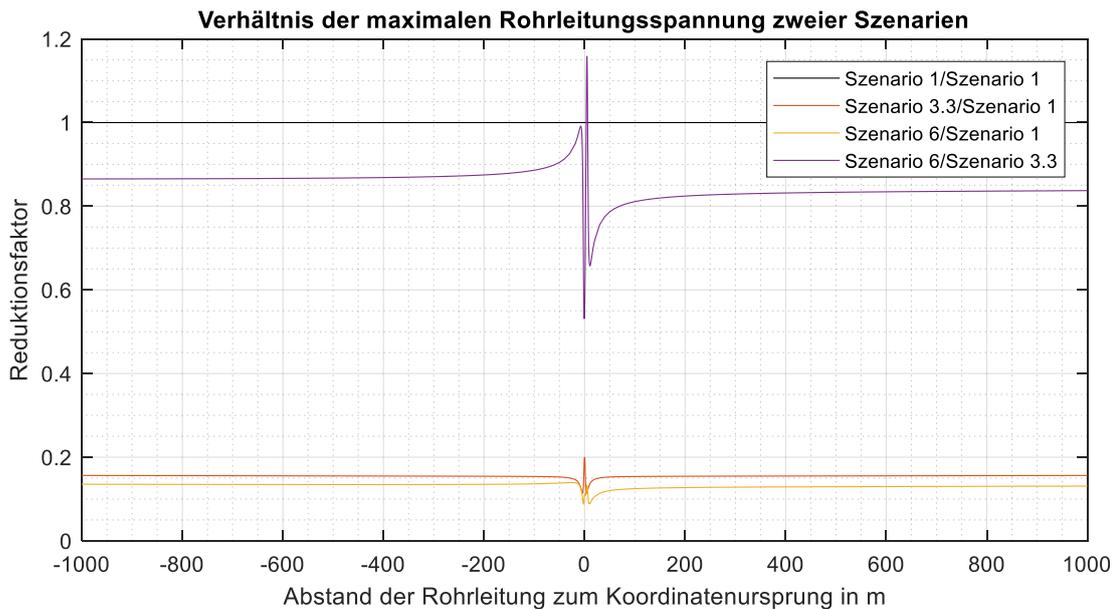


Diagramm 4-11: Szenario 6; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.7 Szenario 7

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdrabt und linker Schiene, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 2 Gleise
 - Fahrdrabt
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)
 - Rückleiterseil

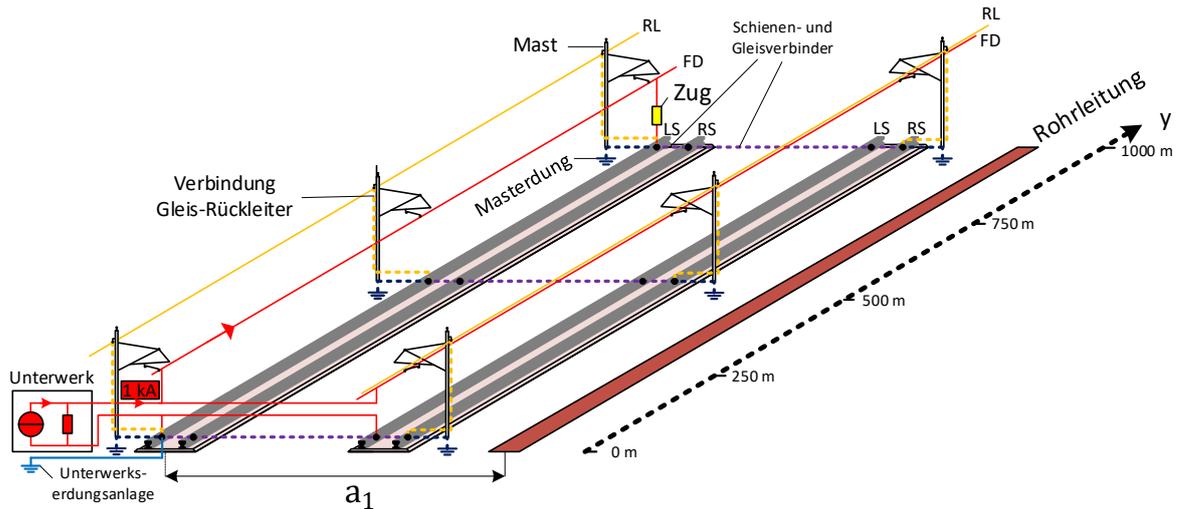


Abbildung 4-9: Szenario 7; Skizzierung des Szenarios

Dieses Szenario entspricht einer Erweiterung von Szenario 6 (zweigleisig ohne Rückleiter) um einen Rückleiter bzw. die Erweiterung von Szenario 4 (eingleisig mit Rückleiter) um ein zweites Gleis.

Das Ergebnis dieses Szenarios, sowie der Vergleich zu anderen Szenarien ist im Diagramm 4-12 und Diagramm 4-13 dargestellt. Ähnlich dem Vergleich von Kapitel 4.6 ergibt sich zwischen eingleisigen (Szenario 4) und zweigleisigen (Szenario 7) Bahnstrecken ein Reduktionsfaktor von zirka 0,84 (Rohrleitung links) und 0,79 (Rohrleitung rechts). Der Reduktionsfaktor ist hier selbst für größere Abstände (a_1) von der Position bzw. Seite der Rohrleitung abhängig. Die Gegenüberstellung einer zweigleisigen Bahnstrecke mit Rückleiter (Szenario 7) gegenüber einer zweigleisigen Bahnstrecke ohne Rückleiter (Szenario 6) ergibt einen Reduktionsfaktor von zirka 0,67.

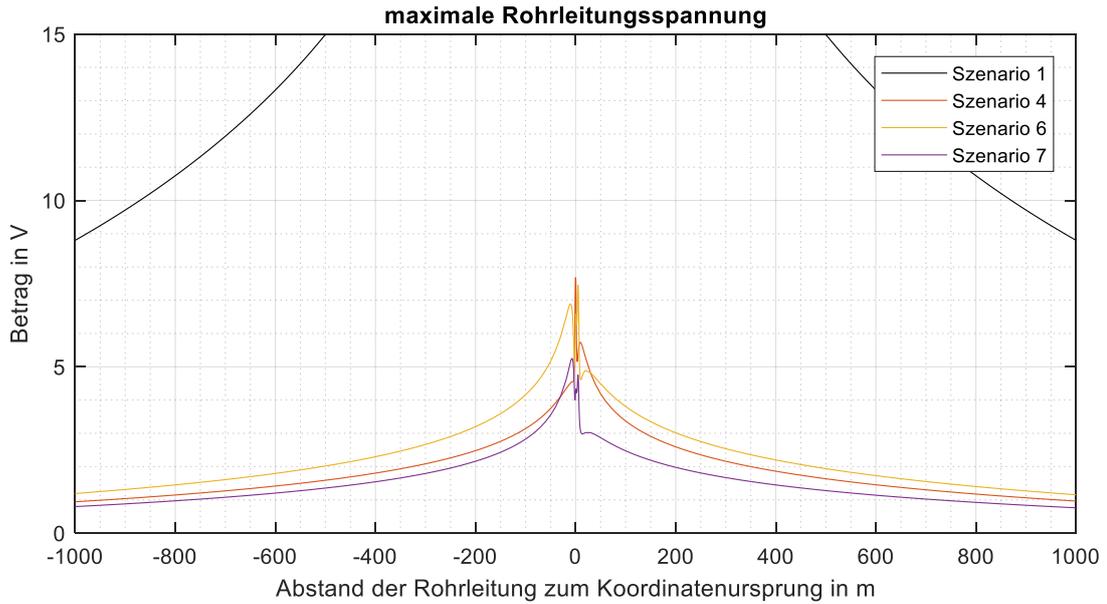


Diagramm 4-12: Szenario 7; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert)

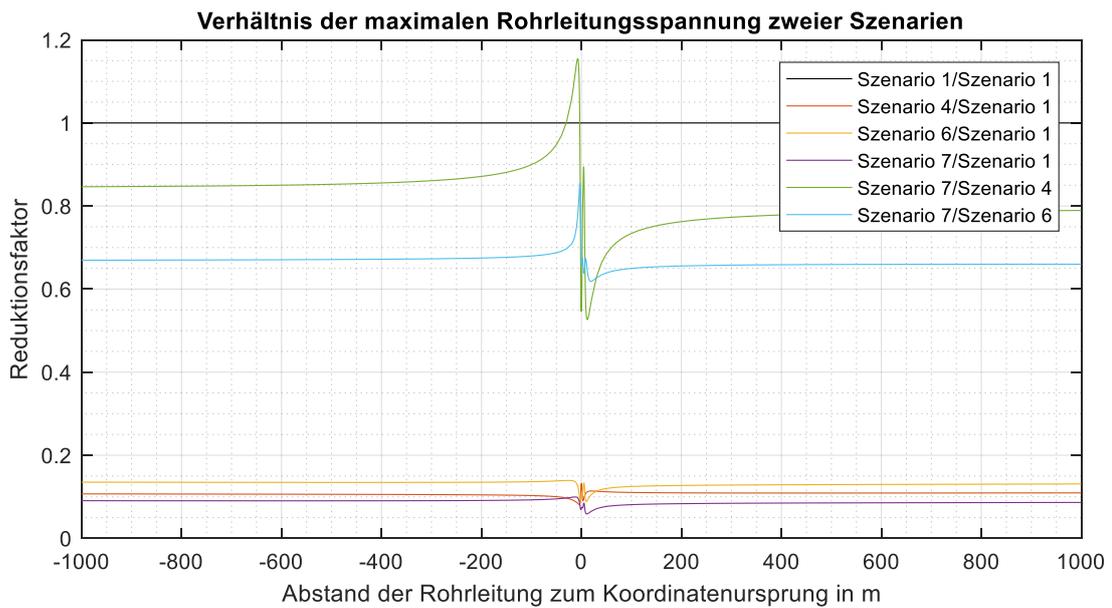


Diagramm 4-13: Szenario 7; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.8 Szenario 8

Quelle (Unterwerk) zwischen Fahrdraht und linker Schiene, ein Zug am Ende von Gleis 1

- Rohrleitung
- 2 Gleise
 - Fahrdraht
 - Tragseil
 - Verstärkungsleitung
 - Linke Schiene, Rechte Schiene (Erdungsverhältnisse siehe Kapitel 3.2)
 - Rückleiterseil

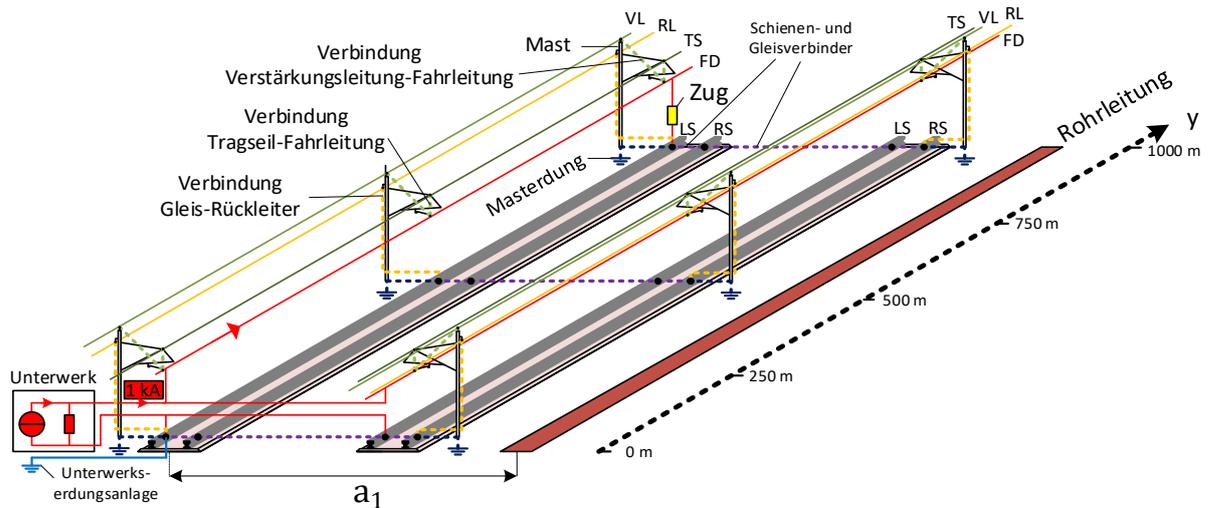


Abbildung 4-10: Szenario 8; Skizzierung des Szenarios

Dieses Szenario entspricht einer Erweiterung von Szenario 7 (zweigleisig nur Fahrdraht) um eine Verstärkungsleitung und ein Tragseil bzw. die Erweiterung von Szenario 5 (eingleisig) um ein zweites Gleis.

Die maximalen Rohrleitungsspannungen dieses Szenarios, sowie dessen Vergleich zu anderen Szenarien ist im Diagramm 4-14 und Diagramm 4-15 dargestellt. Ähnlich den Vergleichen in Kapitel 4.6 und Kapitel 4.7 ergibt zwischen eingleisigen (Szenario 5) und zweigleisigen (Szenario 8, Szenario 7) Bahnstrecken ein Reduktionsfaktor von zirka 0,87 (Rohrleitung links) und 0,82 (Rohrleitung rechts). Der Reduktionsfaktor ist hier stärker als bei den anderen Szenarien von der Position bzw. Seite der Rohrleitung abhängig. Das Szenario 8 weist tendenziell eine geringfügig höhere maximale Rohrleitungsspannung als Szenario 7 auf. Der Grund dürfte wieder der geringere Längsspannungsabfall über die Bahnenergieleitungen sein (siehe Kapitel 4.5).

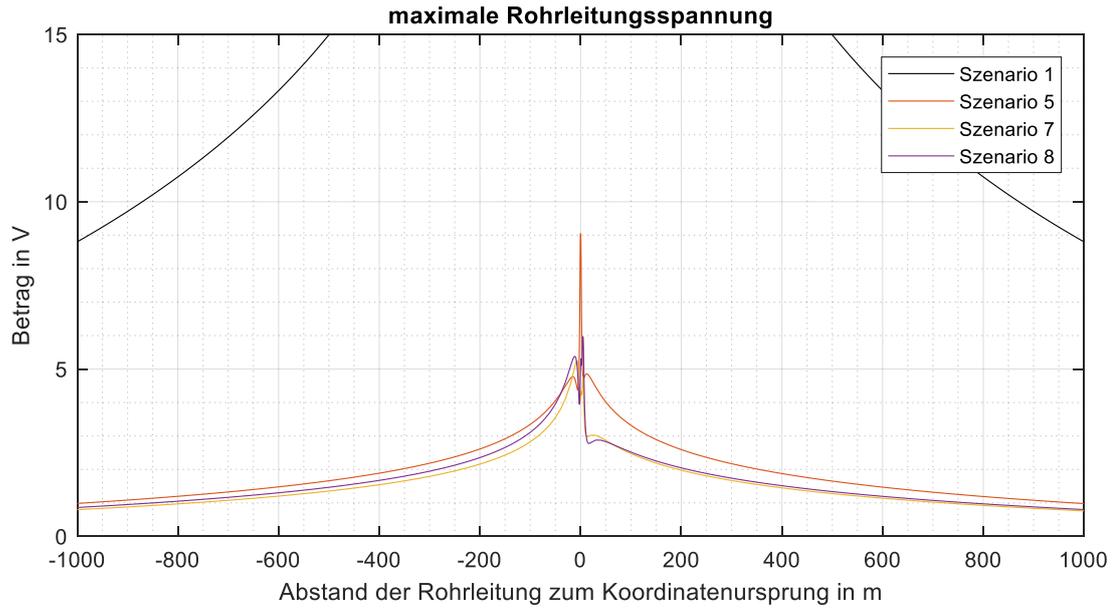


Diagramm 4-14: Szenario 8; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (α_1 wird verändert)

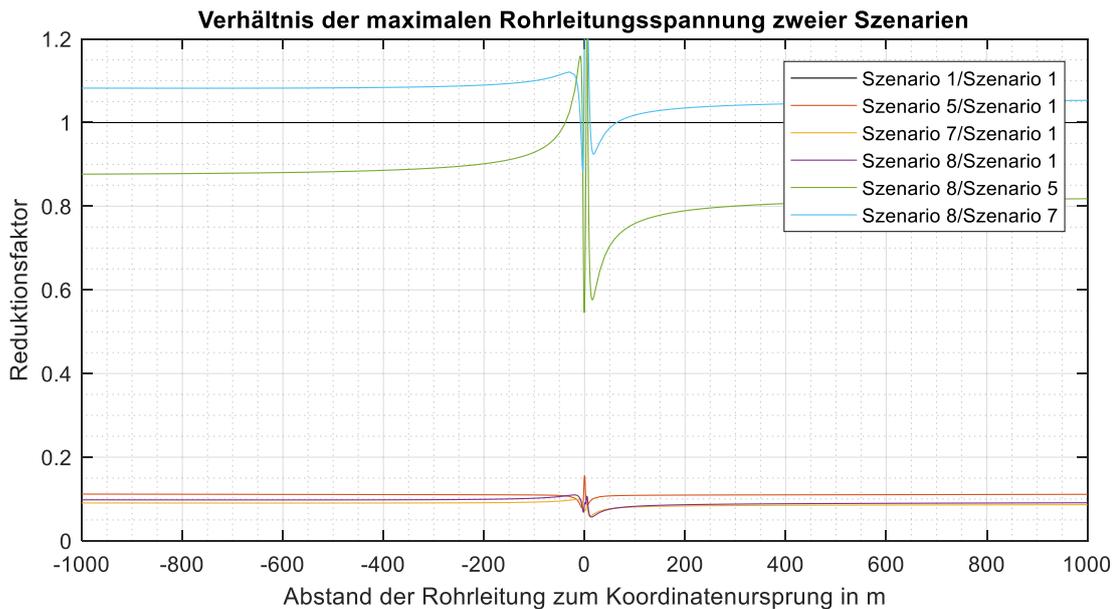


Diagramm 4-15: Szenario 8; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt

4.9 Schlussfolgerungen

Das Szenario 1 wurde als Referenzszenario verwendet. Grund hierfür ist, dass in diesem Szenario keine rohrleitungsspannungsreduzierenden metallischen Strukturen vorhanden, und die induktive Beeinflussung nur durch eine einzige Leiter-Erde-Schleife hervorgerufen wird. Genau diese Leiter-Erde-Schleife, bei der der gesamte Strom zunächst über den Fahrdraht fließt, dann von der Zugadmittanz ins Erdreich abgeleitet wird und schlussendlich im Erdreich zurück zum Unterwerk fließt, stellt für Berechnungsverfahren mit Reduktionsfaktoren die Grundlage dar. Berechnungsverfahren mit Reduktionsfaktoren liefern somit bei einem Reduktionsfaktor von 1 (keine Reduktionswirkung) genau dieses Ergebnis. Durch die Anwendung von Formel 121 wurde das Szenario 1 mit anderen Szenarien ins Verhältnis gesetzt, womit sich der Reduktionsfaktor für reduktionsfaktorbasierte Berechnungsverfahren ermitteln lässt.

Der erste Teil der Forschungsfrage bezieht sich auf die Einflüsse der metallischen Strukturen von Wechselstrombahnanlagen auf die induktive Beeinflussung von Rohrleitungen und der zweite Teil auf die Möglichkeit einer Berücksichtigung dieser Einflüsse mit einem Reduktionsfaktor. Aufgrund des sukzessiven Hinzufügens von metallischen Strukturen von einem auf das andere Szenario, konnten die Auswirkung bestimmt und Reduktionsfaktoren angegeben werden. Die Berechnungen zeigen eine Korrelation zwischen den berechneten Reduktionsfaktoren und den in der Theorie angegebenen Reduktionsfaktoren (siehe Tabelle 2-5). Somit lässt sich der erste Teil der Forschungsfrage dahingehend beantworten, dass metallische Strukturen, wie Schienen und Rückleiterseile, einen reduzierenden Einfluss auf die induktive Beeinflussung von Rohrleitungen haben. Bezogen auf den zweiten Teil der Forschungsfrage kann gesagt werden, dass die reduzierenden Einflüsse mit einem Reduktionsfaktor berücksichtigt werden können. Die Berechnungsergebnisse zeigen aber auch deutlich, dass der Reduktionsfaktor nicht nur vom Aufbau der Wechselstrombahnanlagen abhängig ist, sondern die Erdungsverhältnisse der Schienen, die Position der Rohrleitung (links oder rechts von der Bahnanlage) und der Abstand zwischen Rohrleitung und Wechselstrombahnanlage eine Rolle spielen.

5 Diskussion

Am Institut für Elektrische Anlagen und Netze wurde ein Berechnungsprogramm in Matlab[®] entwickelt. Mit diesem Programm (AiO) können die von Hochspannungsfreileitungen verursachten Beeinflussungsspannungen in Rohrleitungen berechnet werden. In der Dissertation [31] von Herrn Dipl.-Ing. Chr. Wahl werden damit grundlegende Beeinflussungssituationen zwischen Rohrleitungen und Hochspannungsfreileitungen untersucht. Dabei deutete vieles darauf hin, dass die bei induktiven Beeinflussungsberechnungen, zwischen Hochspannungsfreileitungen und Rohrleitungen, verwendeten Reduktionsfaktoren womöglich nicht korrekt bzw. universell einsetzbar sind. Dieser Umstand wurde zum Anlass genommen, um die Reduktionsfaktoren bei Wechselstrombahnanlagen ebenfalls genauer zu untersuchen. Dazu wurde das Berechnungsmodell überarbeitet und erweitert. Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde dieses Berechnungsmodell inklusive der dafür notwendigen Grundlagenliteratur dokumentiert und die bei Wechselstrombahnanlagen verwendeten Reduktionsfaktoren untersucht.

Die Berechnungen zeigen eine Korrelation zwischen den berechneten Reduktionsfaktoren und den in der Theorie angegebenen Reduktionsfaktoren. Somit können diese Reduktionsfaktoren für vereinfachte Berechnungsverfahren verwendet werden, jedoch sollten die Einflussgrößen wie z. B. die Erdungsverhältnisse der Schienen bei der Wahl des Reduktionsfaktors berücksichtigt werden.

Grundsätzlich empfiehlt es sich für Beeinflussungsberechnungen ein Berechnungsverfahren bzw. Berechnungsmodell zu verwenden, das in der Lage ist verschiedene Einflüsse zu modellieren, wie es z. B. mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Modell möglich ist. Derartige Modelle erfordern jedoch einen ungemein höheren Modellierungsaufwand.

Bei Berechnungen unter Einsatz dieses neuen Berechnungsmodells, müssen neben dem erhöhten Modellierungsaufwand auch weitere Dinge beachtet werden. Es erhöht sich z. B. der Rechenaufwand mit zunehmender Anzahl an berücksichtigten Leitungen und deren Segmentierung. Jedoch stehen heute aufgrund der ständigen Weiterentwicklungen leistungsfähige Prozessoren und Datenspeicher zur Verfügung, mit denen dieser enorme Rechenaufwand bewältigt werden kann. Für die Zukunft sollten die Rechenkapazitäten kein limitierender Faktor mehr sein, wodurch das

Augenmerk auf die Vereinfachung der Modellierung gelegt werden kann. Dieses Ziel wird vor allem bei der Weiterentwicklung des Programms AiO verfolgt.

Das Programm AiO untersucht mit dem entwickelten Berechnungsmodell die induktive Beeinflussung von Rohrleitungen. Da das Modell jedoch sehr allgemein aufgebaut wurde, eröffnen sich dafür eine Vielzahl an Einsatzmöglichkeiten. Zunächst sollten die relevanten Kapazitäten zwischen den betroffenen Leitungssystemen im Modell berücksichtigt werden, wodurch dann ebenso kapazitive Kopplungen behandelt werden können. Gegebenenfalls könnte dieses Berechnungsmodell ebenfalls für Ohm'sche Beeinflussungsberechnungen eingesetzt werden. Mittels Ersatzstromquellen könnte ein Spannungstrichter, in dem sich eine Rohrleitung befindet, nachgebildet werden und in weiterer Folge die Spannungsverschleppung berechnet werden. Weitere Anwendungsgebiete bei dem dieses Modell zum Einsatz kommen kann sind z. B. Verdrillungsberechnungen oder auch Rückstromaufteilungen bei Kurzschlüssen in Kabelnetzen.

Damit das Berechnungsmodell für all diese Anwendungsgebiete sinnvoll eingesetzt werden kann, muss sichergestellt werden, dass die verwendeten Parameter bzw. Leitungskenngrößen korrekt sind. Vor allem muss noch die Eindringtiefe (äquivalenter Abstand zum Erdrückleiter) genauer untersucht werden. Insbesondere bei kurzen Beeinflussungstrecken, wie sie in dieser Arbeit untersucht wurden (1 km), dürfte die Eindringtiefe (1.612,3 m bei 16,7 Hz) wesentlich geringer sein als bisher angenommen. Ebenso wird die Eindringtiefe in der Nähe eines speisenden Unterwerkes geringer sein, da der Strom dort in die Erdungsanlage zurückfließen muss. Abschließend soll noch angemerkt werden, dass aufgrund des enormen Einflusses der Schienenerdungsverhältnisse auf induktive Beeinflussung dieser Einfluss bzw. Parameter hinterfragt und näher untersucht werden sollte. Außerdem ist dieser Parameter nicht nur für die induktive Beeinflussung wichtig, sondern hat auch maßgeblichen Einfluss auf die Schienenpotentiale und somit die Personensicherheit.

6 Verzeichnisse

6.1 Literatur

- [1] R. Jochimsen, *Theorie der Infrastrucktur: Grundlagen der marktwirtschaftlichen Entwicklung*, Siebeck: Mohr, 1966.
- [2] Europäische Kommission, *Fahrplan für den Übergang zu einer wettbewerbsfähigen CO₂-armen Wirtschaft bis 2050*, Brüssel, 2011.
- [3] TE 30: Technische Empfehlung Nr. 30, *Maßnahmen bei Errichtung und Betrieb von Rohrleitungen und Starkstromanlagen mit Nennspannungen über 1 kV zur Vermeidung unzulässiger Beeinflussung*, Technisches Komitee für Beeinflussungsfragen, (VEÖ), Ausgabe 2014.
- [4] ÖVE/ÖNORM EN 50443, *Auswirkungen elektromagnetischer Beeinflussungen von Hochspannungswechselstrombahnen und/oder Hochspannungsanlagen auf Rohrleitungen*, Oktober 2012 .
- [5] ÖVE/ÖNORM EN 15280, *Beurteilung der Korrosionswahrscheinlichkeit durch Wechselfpannung an erdverlegten Rohrleitungen, anwendbar für kathodisch geschützte Rohrleitungen*, Oktober 2013.
- [6] H. Biesenack, G. George, G. Hofmann, A. Schmieder und u.a., *Energieversorgung elektrischer Bahnen*, Wiesbaden: B.G. Teubner Verlag, 2007.
- [7] R. Muckenhuber, *Studienbehelf zur Vorlesung Elektrische Anlagen 1 Teil 2*, Graz, 1978.
- [8] C. Raunig, *Niederfrequente Elektromagnetische Beeinflussung*, TU Graz, Masterarbeit am Institut für Elektrische Anlagen und Netz, 2010.

- [9] S. Jank und F. Klier, „Beeinflussung von Anlagen der Leit- und Sicherungstechnik durch Bahnströme,“ *Bahn PraxisE Zeitschrift für Elektrofachkräfte zur Förderung der Betriebssicherheit und der Arbeitssicherheit bei der DB AG*, 2 2016.
- [10] M. Roßmann, Kosten der Maßnahmen bei Rohrleitungsbeeinflussung, TU Graz, Bachelorarbeit am Institut für Elektrische Anlagen und Netze, 2015.
- [11] DIN EN 50122-1, *Bahnanwendungen - Ortsfeste Anlagen - Elektrische Sicherheit, Erdung, Rückleitung - Teil 1: Schutzmaßnahmen gegen elektrischen Schlag*, 2011.
- [12] E. Schmutzner, *Ein Beitrag zur Berechnung der induktiven Beeinflussung von Rohrleitungsnetzen. Dissertation*, Graz, 1990.
- [13] V. Crastan, Elektrische Energieversorgung 1, Berlin Heidelberg: Springer, 2015.
- [14] H.-G. Unger, Elektromagnetische Wellen auf Leitungen, Heidelberg: Hüthig Buch Verlag GmbH, 1996.
- [15] W. Koch, Erdung in Wechselstromanlagen über 1kV - Berechnung und Ausführung, Berlin Göttingen-Heidelberg: Springer Verlag, 1961.
- [16] D. Oeding und B. Oswald, Elektrische Kraftwerke und Netze, Berlin: Springer-Verlag, 2016.
- [17] J. R. Carson, „Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return,“ *Bell Systems Technical Journal*, Vol. 5, pp. 539-554, 1926.
- [18] F. Pollaczek, „Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung,“ *Elektrische Nachrichtentechnik*, pp. Heft 9, Band 3, 1926.
- [19] F. Pollaczek, „Über die Induktionswirkung einer Wechselstromeinfachleitung,“ *Elektrische Nachrichtentechnik*, Heft 4, 1927.

- [20] M. Leone, Theoretische Elektrotechnik, Magdeburg: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2018.
- [21] F. Kiessling, R. Puschmann und A. Schmiede, Fahrleitungen elektrischer Bahnen: Planung, Berechnung, Ausführung, Betrieb, Erlangen: Publicis Publishing, 2014.
- [22] W. Emmer, Vergleich von Formeln zur Berechnung induktiver Beeinflussungen, TU Graz, Bachelorarbeit am Institut für Elektrische Anlagen und Netze, 2012.
- [23] DIN EN 50122-2, *Bahnanwendungen - Ortsfeste Anlagen - Elektrische Sicherheit, Erdung, Rückleitung - Teil 2: Schutzmaßnahmen gegen Streustromwirkungen durch Gleichstrombahnen*, 2011.
- [24] Cigré, *Guide on the influence of high voltage AC power Systems on metallic pipelines*, 1995.
- [25] SfB – Schiedsstelle für Beeinflussungsfragen, „TE 1: Technische Empfehlung Nr. 1,“ 2006.
- [26] S. Paul und R. Paul, Grundlagen der Elektrotechnik und Elektronik, Berlin Heidelberg: Springer, 2014.
- [27] SfB – Schiedsstelle für Beeinflussungsfragen, „TE 8: Technische Empfehlung Nr. 8,“ Verlags- und Wirtschaftsgesellschaft der Elektrizitätswerke mbH VWEW, Frankfurt/Main, 1980.
- [28] E. Clarke, Circuit Analysis of A-C Power Systems, Volume 1, New York: John Wiley and Sons, 1943.
- [29] C. Raunig, E. Schmutzner, F. Lothar und G. Achleitner, „Die Problematik der induktiven Beeinflussung parallelgeführter Hochspannungsleitungssysteme-Berechnung und Lösungsvorschläge,“ in *13. Symposium Energieinnovation*, Graz, 2014.

- [30] E. Schmutzner, K. Friedl, L. Fickert, M. Aigner, A. Gaun, G. Rechberger und A. Abart, Elektromagnetische Felder im Bereich Elektrifizierter Bahnanlagen und ihre gesundheitlichen Risiken, Graz: Technische Universität Graz, 2011.
- [31] C. Wahl, *Comparison between Calculation and Measurement of Inductive Pipeline Interference Voltages*, TU Graz, Dissertation in Arbeit am Institut für Elektrische Anlagen und Netze, 2018.

6.2 Abbildungen

Abbildung 2-1:	Einteilung unterschiedlicher Beeinflussungsarten [7], [8].....	5
Abbildung 2-2:	Induktive Beeinflussung einer Rohrleitung durch eine Wechselstrombahnanlage ([9], abgeändert)	6
Abbildung 2-3:	Rohrleitung mit einer Fehlstelle im Spannungstrichter einer elektrischen Anlage ([10], nach [7]).....	7
Abbildung 2-4:	Einfaches Modell der kapazitiven Beeinflussung ([7], abgeändert)	8
Abbildung 2-5:	Einfaches Modell für die induktive Beeinflussung ([7], abgeändert)	8
Abbildung 2-6:	Ersatzschaltbild eines Leitungselementes mit Verlusten ([13] [14], abgeändert)	15
Abbildung 2-7:	Ersatzschaltbild eines Leitungselementes mit Verlusten (Phasorenschreibweise) ([13] [14], abgeändert)	16
Abbildung 2-8:	π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung	17
Abbildung 2-9:	Ersatzschaltbild eines Leitungselementes mit Verlusten bei induktiver Beeinflussung ([13] [12], abgeändert)	18
Abbildung 2-10:	π -Ersatzschaltbild der elektrischen Leitung bei induktiver Beeinflussung ([13] [12], abgeändert)	19
Abbildung 2-11:	Leiter- Erde-Schleifen mit Spiegelleitern [16].....	22
Abbildung 2-12:	Querschnitt durch eine isolierte Rohrleitung [12]	27
Abbildung 2-13:	π -Ersatzschaltbilder der elektrischen Leitung (links ohne und rechts mit induktiver Beeinflussung) ([13] [12], abgeändert)	29

Abbildung 2-14: Kettenleitermodell lange Leitung, Schema der Unterteilung, Leitungsstückparallelisierung	30
Abbildung 2-15: Darstellung einer langen induktiv beeinflussten Leitung mit dem Kettenleitermodell, π -Ersatzschaltbilder	31
Abbildung 2-16: Gleichwertigkeit der linearen Spannungs- und Stromquellenersatzschaltungen [26].....	32
Abbildung 2-17: Allgemeiner Netzwerkzweig im Verbraucherzählpeilsystem [26] ..	34
Abbildung 2-18: Kettenleitermodell Umwandlung in Stromquellen.....	37
Abbildung 2-19: Knoten- und Zweignummerierung, Zweigrichtungen, Kettenleitermodell	37
Abbildung 2-20: Einfaches Modell für induktive Beeinflussung (Berücksichtigung einer Kompensationsleitung) ([7], abgeändert)	41
Abbildung 2-21: Vereinfachtes Ersatzschaltbild bei induktiver Beeinflussung (Berücksichtigung eine Kompensationsleitung) ([27], abgeändert)	41
Abbildung 2-22: Vereinfachtes Ersatzschaltbild bei induktive Beeinflussung (Berücksichtigung zweier Kompensationsleitungen) ([27], abgeändert).....	43
Abbildung 2-23: Ersatzschaltbilder bei induktiver Kopplung (rechts mit Ersatznetzwerk nach Clarke [28])	44
Abbildung 2-24: Segmentersatzschaltbild für zwei induktiv gekoppelte Leitungsstücke	45
Abbildung 2-25: Segmentersatzschaltbild für drei induktiv gekoppelte Leitungsstücke	45
Abbildung 2-26: Aufbau einer zweigleisigen Strecke [6]	46
Abbildung 2-27: Höhen und Abstände der Leiter einer zweigleisigen Strecke [30]	46
Abbildung 3-1: Grundsätzlicher Aufbau des entwickelten Programms AiO.....	49
Abbildung 3-2: begl. Beispiel; Zuordnung der Leitungsstücke zu Segmente	52
Abbildung 3-3: begl. Beispiel; Selbst- und Gegenimpedanzen der Segmente 1 bis 3.....	53
Abbildung 3-4: begl. Beispiel; Erdverbindungen im Segment 1	55
Abbildung 3-5: begl. Beispiel; Leitungsverbindungen im Segment 1	56

Abbildung 3-6:	begl. Beispiel; Knoten- und Zweignummern für Selbst- und Gegenimpedanzen Segmente 1 bis 3.....	58
Abbildung 3-7:	begl. Beispiel; Zweige der Erdverbindungen des Segmentes 1	59
Abbildung 3-8:	begleitendes Beispiel; Zweige der Leitungsverbindungen des Segmentes 1	60
Abbildung 3-9:	Schematischer Aufbau der Matrizen und des Zeilenvektors	62
Abbildung 3-10:	begl. Beispiel; Ausgewertete Ströme und Spannungen im Segment 1	67
Abbildung 3-11:	Höhen und Abstände für das Fallbeispiel	70
Abbildung 3-12:	Skizzierung der Aufgabenstellung des Fallbeispiels	70
Abbildung 3-13:	Netzwerk aus Segmentersatzschaltbildern	72
Abbildung 3-14:	Definition der Quellen und Senken	76
Abbildung 4-1:	Höhen und Abstände der Leiter einer zweigleisigen Strecke [30]	87
Abbildung 4-2:	Skizze einer zweigleisigen Strecke	87
Abbildung 4-3:	Szenario 1; Skizzierung des Szenarios.....	88
Abbildung 4-4:	Szenario 2; Skizzierung des Szenarios.....	89
Abbildung 4-5:	Szenario 3; Skizzierung des Szenarios.....	91
Abbildung 4-6:	Szenario 4; Skizzierung des Szenarios.....	94
Abbildung 4-7:	Szenario 5; Skizzierung des Szenarios.....	96
Abbildung 4-8:	Szenario 6; Skizzierung des Szenarios.....	98
Abbildung 4-9:	Szenario 7; Skizzierung des Szenarios.....	100
Abbildung 4-10:	Szenario 8; Skizzierung des Szenarios.....	102
Abbildung 7-1:	begl. Beispiel; Erdverbindungen im Segment 2 und 3	116
Abbildung 7-2:	begl. Beispiel; Leitungsverbindungen im Segment 2 und 3	116
Abbildung 7-3:	begl. Beispiel; Zweige der Erdverbindungen im Segment 2 und 3.....	116
Abbildung 7-4:	begl. Beispiel; Zweige der Leitungsverbindungen im Segment 2 und 3.....	116
Abbildung 7-5:	Höhen und Abstände der Leiter einer zweigleisigen Strecke [30]	133

6.3 Tabellen

Tabelle 2-1:	Grenzwerte für die Beeinflussungsspannung nach ÖVE/ÖNORM EN 50443 [4].....	11
Tabelle 2-2:	Grenzwerte für RohrleitungsPotentiale sowie Schutzmaßnahmen gegen unzulässige Berührungsspannungen [3].....	12
Tabelle 2-3:	Spez. Erdbodenwiderstand ρE für unterschiedliche Bodenarten [15]	20
Tabelle 2-4:	Variablen bei der Knotenspannungsanalyse.....	35
Tabelle 2-5:	Reduktionsfaktoren bei elektrischen Bahnen [21].....	43
Tabelle 3-1:	Definierte Matlab-Variablen für die Abstraktion.....	56
Tabelle 3-2:	begl. Beispiel; Yz_g Matrix.....	63
Tabelle 3-3:	begl. Beispiel; AT_g Matrix und Iqz_g Zeilenvektor	64
Tabelle 3-4:	Definierte Matlabvariablen für die Knotenspannungsanalyse	65
Tabelle 3-5:	Definierte Matlabvariablen für die Berechnung und Darstellung	68
Tabelle 3-6:	Definierte Matlabvariablen für Fallbeispiel und deren Äquivalent als Formelzeichen.....	80
Tabelle 4-1:	Übersicht der vorhandenen metallischen Strukturen in den Szenarien.....	86
Tabelle 4-2:	Maximales Schienenpotential bei einem Abstand zwischen Schienenmitte und Rohrleitungsmittle von $a1 = 10 m$	92

6.4 Diagramme

Diagramm 2-1:	Knotenspannungen entlang der Rohrleitung (Kettenleitermodell).....	39
Diagramm 3-1:	Fallbeispiel: Betrag und Winkel von Iz_selbst	81
Diagramm 3-2:	Fallbeispiel: Betrag und Winkel von $Uk_segment$	82
Diagramm 3-3:	Fallbeispiel: Betrag und Winkel von $Iz_Everbindung$	83
Diagramm 3-4:	Fallbeispiel: Betrag und Winkel von $I_Erdreich$	84
Diagramm 3-5:	Fallbeispiel: Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung ($a1$ wird verändert).....	85
Diagramm 4-1:	Szenario 1; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung ($a1$ wird verändert).....	88

Diagramm 4-2:	Szenario 2; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	90
Diagramm 4-3:	Szenario 2; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	90
Diagramm 4-4:	Szenario 3; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	93
Diagramm 4-5:	Szenario 3; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	93
Diagramm 4-6:	Szenario 4; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	95
Diagramm 4-7:	Szenario 4; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	95
Diagramm 4-8:	Szenario 5; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	97
Diagramm 4-9:	Szenario 5; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	97
Diagramm 4-10:	Szenario 6; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	99
Diagramm 4-11:	Szenario 6; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	99
Diagramm 4-12:	Szenario 7; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	101
Diagramm 4-13:	Szenario 7; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	101
Diagramm 4-14:	Szenario 8; Veränderung der maximalen Rohrleitungsspannung durch Verschieben der Rohrleitung (a_1 wird verändert).....	103
Diagramm 4-15:	Szenario 8; Verhältnis der maximalen Rohrleitungsspannung (zweier Szenarien) als Reduktionsfaktor dargestellt	103

7 Anhang

7.1 Schleifenimpedanzen mit Rückleitung über Erde nach Carson

Diese Berechnung der Schleifenimpedanzen mit Rückleitung über Erde nach Carson [17] ist dem Buch Elektrische Kraftwerke und Netzwerke [16] entnommen. Eine Beschreibung der Formelzeichen ist in Kapitel 2.4 zu finden.

$$[16] \underline{Z}_{ii}' = \left(R_i' + \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} \cdot P_{ii} \right) + j \left(\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\ln \left(\frac{2 \cdot h_i}{r_i} \right) + 2 \cdot Q_{ii} \right) + X_i' \right) \quad 122.)$$

$$[16] \underline{Z}_{ik}' = \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} \cdot P_{ik} + j \left(\frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\ln \left(\frac{d_{ikt'}}{d_{ik}} \right) + 2 \cdot Q_{ik} \right) \right) \quad 123.)$$

mit

$$[16] P = \frac{\pi}{8} - b_1 \cdot x \cdot \cos(\vartheta) + b_2 \cdot [(c_2 - \ln(x)) \cdot x^2 \cdot \cos(2 \cdot \vartheta) + x^2 \cdot \vartheta \cdot \cos(2 \cdot \vartheta) + x^2 \cdot \vartheta \cdot \sin(2 \cdot \vartheta)] + b_3 \cdot x^3 \cdot \cos(3 \cdot \vartheta) - d_4 \cdot x^4 \cdot \cos(4 \cdot \vartheta) - b_5 \cdot x^5 \cdot \cos(5 \cdot \vartheta) + b_6 \cdot [(c_6 - \ln(x)) \cdot x^6 \cdot \cos(6 \cdot \vartheta) + x^6 \cdot \vartheta \cdot \sin(6 \cdot \vartheta)] + b_7 \cdot x^7 \cdot \cos(7 \cdot \vartheta) - d_8 \cdot x^8 \cdot \cos(8 \cdot \vartheta) - \dots \quad 124.)$$

$$[16] Q = \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{e^k}{x} \right) + b_1 \cdot x^1 \cdot \cos(\vartheta) - d_2 \cdot x^2 \cdot \cos(2 \cdot \vartheta) + b_3 \cdot x^3 \cdot \cos(3 \cdot \vartheta) - b_4 \cdot [(c_4 - \ln(x)) \cdot x^4 \cdot \cos(4 \cdot \vartheta) + x^4 \cdot \vartheta \cdot \sin(4 \cdot \vartheta)] + b_5 \cdot x^5 \cdot \cos(5 \cdot \vartheta) - d_6 \cdot x^6 \cdot \cos(6 \cdot \vartheta) + b_7 \cdot x^7 \cdot \cos(7 \cdot \vartheta) - b_8 \cdot [(c_8 - \ln(x)) \cdot x^8 \cdot \cos(8 \cdot \vartheta) + x^8 \cdot \vartheta \cdot \sin(8 \cdot \vartheta)] + \dots \quad 125.)$$

Dabei sind einzusetzen:

$$[16] \text{ Für } P_{ii} \text{ und } Q_{ii}: x = 2 \cdot h_i \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{1}{\rho_E}} \text{ und } \vartheta = 0 \quad 126.)$$

$$[16] \text{ Für } P_{ik} \text{ und } Q_{ik}: x = d_{ikt'} \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{1}{\rho_E}} \text{ und } \vartheta \neq 0 \text{ (siehe Abbildung 2-11)} \quad 127.)$$

Für die Koeffizienten gilt:

$$[16] k = \frac{1}{2} + \ln(2) - C = 0,61593 \text{ mit } C = 0,57722; e^k = 1,85137 \quad 128.)$$

$$[16] b_i = b_{i-2} \cdot \frac{\text{sign}}{i \cdot (i+2)} \text{ mit } \text{sign} = +1 \text{ für } i = 1,2,3,4,9,10, \dots \text{ und } \text{sign} = -1 \text{ für } i = 5,6,7,8,13,14, \dots \text{ wechselnd nach jeweils 4 Gliedern} \quad 129.)$$

$$[16] c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2}; d_i = \frac{\pi}{4} \cdot b_i \quad 130.)$$

Mit den Startwerten: $b_1 = \frac{\sqrt{2}}{6}, b_2 = \frac{1}{16}, c_2 = \frac{5}{4} - C + \ln(2) = 1,36593$

7.2 Weitere Abbildungen des begleitenden Beispiels aus Kapitel 3.1.2

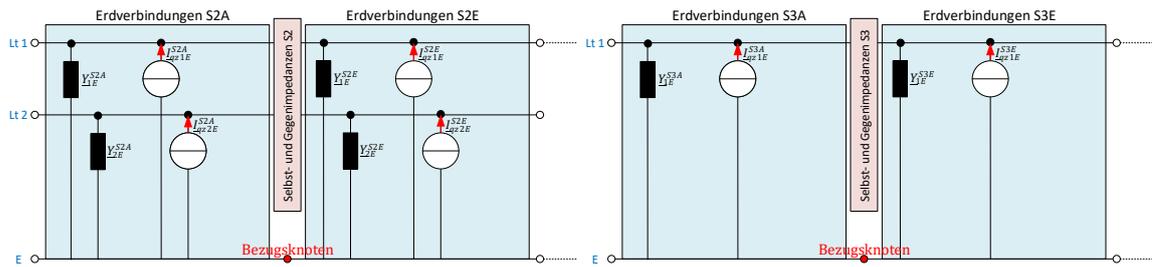


Abbildung 7-1: begl. Beispiel; Erdverbindungen im Segment 2 und 3

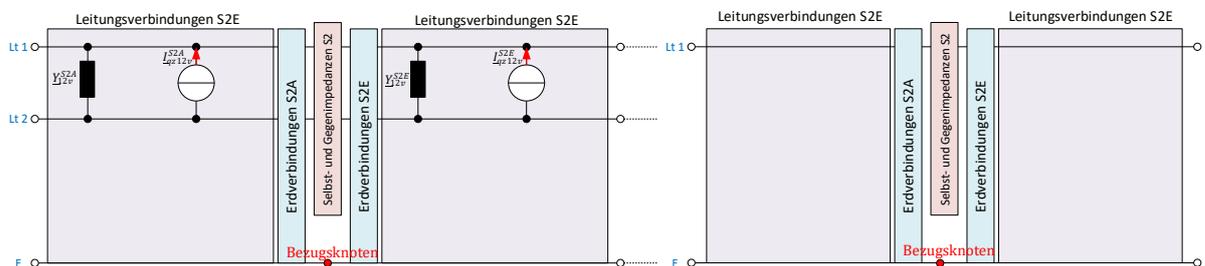


Abbildung 7-2: begl. Beispiel; Leitungsverbindungen im Segment 2 und 3

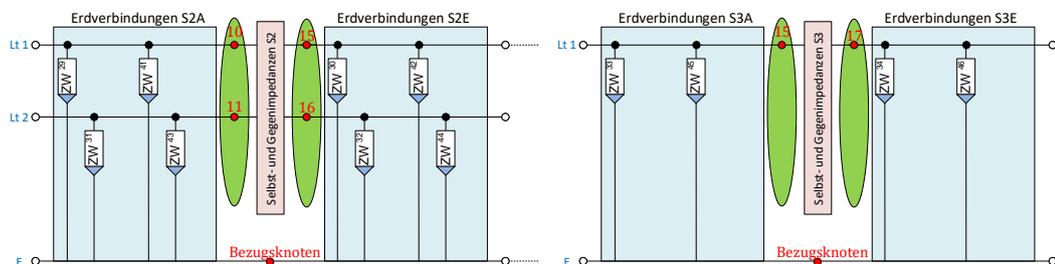


Abbildung 7-3: begl. Beispiel; Zweige der Erdverbindungen im Segment 2 und 3

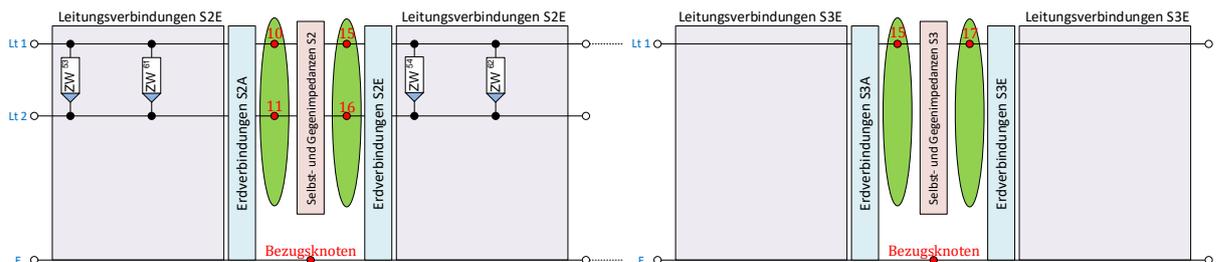


Abbildung 7-4: begl. Beispiel; Zweige der Leitungsverbindungen im Segment 2 und 3

7.3 Matlabfunktionen für Modellbildung

7.3.1 Skript: Testbeispiel

```
% Skript zum Testen der Matrix-Funktionen
% erstellt Markus Roßmann, 2016
% letzte Revision 29.03.2018

%% Konstanten
anfang = 1;
ende = 2;

%% Definition der Anzahl der Leiter und Spannungsfelder
leitungen = 3;           % .. Anzahl Leiter
segmente = 10;          % .. Anzahl der Abschnitte/Spannungsfelder

%% Eigene Matrizen definieren
% Unterteilen der Leitungen in Leitungsstücke, zuordnen zu Segmenten
M = ones(leitungen, segmente);
M_isolierung = zeros(leitungen, segmente-1);
%     M_isolierung(2,3)=1; %Def. Bsp: Isolierung des Leiters 2 nach Segment 3

% Einfügen der Selbst- und Gegenimpedanzen
YY = repmat(ones(leitungen, leitungen) + (ones(leitungen) - eye(leitungen)) .* 10, 1, 1,
segmente);

% Erweiterung um Zusatzbeschaltung (Erdverbindungen)
Y_Everbindung = ones(leitungen, 2, segmente) .* 0.25;
    Y_Everbindung(1, :, 1:end-1) = 0;
    Y_Everbindung(1, anfang,ende) = 0;
%     Y_erdung(1,anfang,1)=0.0001; %Def. Bsp: Impedanz L1-E am Anfang von Segment 1
Iqz_Everbindung = zeros(leitungen, 2, segmente);
    Iqz_Everbindung(1, anfang, 1) = 10; %Def. Bsp: Stromquelle L1-E am Anfang von Segment 1

% Erweiterung um Zusatzbeschaltung (Leitungsverbindungen)
Y_Lverbindung = zeros(leitungen, leitungen, 2, segmente);
%     Y_Lverbindung(1, 4, ende, 4) = 1; %Def. Bsp: Impedanz L1-L4 am Ende von Segment 4
Iqz_Lverbindung = zeros(leitungen, leitungen, 2, segmente);
%     Iqz_Lverbindung(1, 4, ende, 4) = 1; %Def. Bsp: Stromquelle L1-L4 am Ende von Segment 4

%% Aus den Angaben notwendige Matrizen berechnen bzw zusammenstellen
[ Yz_leit ] = matrix_Yz_leit(M, YY, M_isolierung);
[ AT_leit, Knoten_start_end, Zweige_selbstim ] = matrix_AT_leit(M, M_isolierung);
[ Yz_g, AT_g, Iqz_g, Zweige_Y_Everbindung, Zweige_Iqz_Everbindung, Zweige_Y_Lverbindung,
Zweige_Iqz_Lverbindung ] = matrix_abschliesen_v2(M, Yz_leit, AT_leit, Knoten_start_end,
Zweige_selbstim, Y_Everbindung, Iqz_Everbindung, Y_Lverbindung, Iqz_Lverbindung);

%% Berechnungen durchführen
A_g = transpose(AT_g);

Yk_g = A_g * Yz_g * AT_g;
Iqk_g = A_g * Iqz_g;
Uk_g = Yk_g \ Iqk_g;

Uz_g = AT_g * Uk_g;
Iz_g = Yz_g * Uz_g - Iqz_g;

%% Auswerten der Ströme und Spannungen
[Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung, Iz_Iqz_Everbindung, I_Erdreich] =
fcn_matrix_auswerten(M, Iz_g, Uk_g, Knoten_start_end, Zweige_selbstim, Zweige_Y_Everbindung,
Zweige_Iqz_Everbindung, Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung);

%% Graphische darstellung
plot_st = 1:leitungen; % Welche Leiterströme sollen dargestellt werden
plot_sp = 1:leitungen; % Welche Leiterspannungen sollen dargestellt werden
plot_st_e = 1:leitungen; % Welche Erdverbindungsströme sollen dargestellt werden
plot_st_ab = 1:leitungen; % Welche Erdströme sollen dargestellt werden
fcn_matrix_plot_Results_v2(M, Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung, Iz_Iqz_Everbindung,
I_Erdreich, plot_st, plot_sp, plot_st_e, plot_st_ab);

%% Berechnung abgeschlossen
disp('end')
```

7.3.2 Funktion: AT_part

```

function [AT_part, knoten_part, zweige_part] = matrix_AT_part(anzLeiter)
% AT_part Matrix erstellen
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 23.03.2018

%% Variablen definieren
knoten_part = anzLeiter^2 + anzLeiter;
zweige_part = anzLeiter^2 + anzLeiter * (anzLeiter-1);
AT_part = zeros(zweige_part, knoten_part);

%% Eigenimpedanzen einfügen
k_n = anzLeiter + 1;
m = -1; % so definiert damit Reihe 1 3 5 7 9 ... erzeugt wird.
for z=1:anzLeiter
    k_p = z;
    AT_part(z,k_p) = 1;

    AT_part(z,k_n) = -1;
    m = m + 2; % 1 3 5 7 9
    k_n = k_n + m;
end

%% Kopplungen zwischen den Leitern
anz_kopplungen = (anzLeiter-1)*anzLeiter/2;
anz_kopplungsgruppen = anzLeiter-1;
k_ref = anzLeiter + 2; % Startknoten für Kopplungen
z = 1 + anzLeiter; % Startzweig für Kopplungen

for kop_guppe = 1:anz_kopplungsgruppen
    for kop_num = 1:kop_guppe
        if kop_guppe == 1 % Erste Kopplung separat betrachtet (Leiter 1 und Leiter 2)
            k_p = k_ref - kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:LO - Links Oben
            AT_part(z,k_p) = 1;
            k_n = k_ref + (kop_num-1); %Knoten:LU
            AT_part(z,k_n) = -1;

            k_p = k_ref + (kop_num-1); %Knoten:LU
            AT_part(z+1,k_p) = 1;
            k_n = k_ref + kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:RO
            AT_part(z+1,k_n) = -1;

            k_p = k_ref - kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:LO
            AT_part(z+2,k_p) = 1;
            k_n = k_ref + kop_guppe + 1 + (kop_num-1); %Knoten:RU
            AT_part(z+2,k_n) = -1;

            k_p = k_ref + kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:RO
            AT_part(z+3,k_p) = 1;
            k_n = k_ref + kop_guppe + 1 + (kop_num-1); %Knoten:RU
            AT_part(z+3,k_n) = -1;
        else % alle anderen Leiter werden sind so gekoppelt
            k_p = k_ref - kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:LO
            AT_part(z,k_p) = 1;
            k_n = k_ref + (kop_num-1); %Knoten:LU
            AT_part(z,k_n) = -1;

            k_p = k_ref + (kop_num-1); %Knoten:LU
            AT_part(z+1,k_p) = 1;
            k_n = k_ref + kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:RO
            AT_part(z+1,k_n) = -1;

            if kop_guppe ~= kop_num
                k_p = k_ref - kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:LO
                AT_part(z+2,k_p) = 1;
                k_n = k_ref + kop_num; %Knoten:RU
                AT_part(z+2,k_n) = -1;

                k_p = k_ref + kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:RO
                AT_part(z+3,k_p) = 1;
                k_n = k_ref + kop_num; %Knoten:RU
                AT_part(z+3,k_n) = -1;
            else
                %bei letzter Kopplung einer Kopplungsgruppe
                k_p = k_ref - kop_guppe + (kop_num-1); %Knoten:LO
                AT_part(z+2,k_p) = 1;
                k_n = k_ref + kop_num; %Knoten:RU
                AT_part(z+2,k_n) = -1;
            end
        end
    end
end
  
```

```

        k_n = k_ref + kop_guppe + 1 + (kop_num-1);
        AT_part(z+2,k_n) = -1;

        k_p = k_ref + kop_guppe + (kop_num-1); %Koten:RO
        AT_part(z+3,k_p) = 1;
        k_n = k_ref + kop_guppe + 1 + (kop_num-1); %Koten:RU
        AT_part(z+3,k_n) = -1;
    end
end
z = z + 4; % Zweige weiterschalten
end
k_ref = k_ref + 1 + 2*(kop_guppe);
end

```

7.3.3 Funktion: matrix_At_leit

```

function [AT_leit, Knoten_start_end, Zweige_selbstim] = matrix_AT_leit(M, M_isolierung)
% AT_leit Matrix erstellen
% erstellt Markus Roßmann, 2016
% letzte Revision 28.03.2018

%% Konstanten
AT_leit = 0;
[leitungen, segmente] = size(M);
counter_zeilen = 1;
counter_spalten = 1;
M_count = 0; % Anzahl der Segmente über die ein Leiter läuft
anfang=1;
ende=2;

%% Matrix AT_leit erstellen
for i = 1:segmente
    % Matrix matrix_AT_part erstellen und in die AT_leit Matrix einfügen
    anzLeiter = sum(M(:,i));
    [AT_part, knoten_part, zweige_part] = matrix_AT_part(anzLeiter);

    if i==1 % Ersetes Segment
        % Einfügen von AT_part in AT_leit, Beim ersten Segment Matrix nicht verschieben
        AT_leit(counter_zeilen:counter_zeilen+zweige_part - 1,
        counter_spalten:counter_spalten+knoten_part - 1 ) = AT_part;

        % Berechnen der Start und End Knotennummern
        M_count = M_count + M(:,i);
        M_count(M(:,i)==0) = 0;
        [B,I] = sort(M_count, 'descend'); % I gibt die Reihenfolge der Leiter an

        % Knotennummerierung Speichern
        Knoten_start_end = zeros(leitungen, 2, 1);
        for e = 1:anzLeiter
            Knoten_start_end(I(e),anfang,i) = e + counter_spalten-1;
            Knoten_start_end(I(e),ende,i) = e + counter_spalten + knoten_part - (anzLeiter) - 1;
        end

        % Zeilennummerierung speichern
        Zweige_selbstim = zeros(leitungen, 1);
        for e = 1:anzLeiter
            Zweige_selbstim(I(e),i) = e + counter_zeilen - 1;
        end

        % Weiterzählen bei den Zeilen(Zweige) und Spalten(Knoten)
        counter_zeilen = counter_zeilen+zweige_part;
        counter_spalten = counter_spalten+knoten_part - (anzLeiter) ;

    else % Alle anderen Segmente
        % Bestimmen der Reihenfolge vom aktuellen Segment (Leiterposition)
        M_count = M_count + M(:,i);
        M_count(logical(M_isolierung(:,i-1)))=0; % Wenn Isolierung Counter auf 0 setzen
        M_count(M(:,i)==0) = 0;
        [B,I] = sort(M_count, 'descend'); % I gibt die Reihenfolge der Leiter an

        % Bestimmen der Reihenfolge vom vorherigen Segment (Leiterposition)
        help = Knoten_start_end(:,anfang,i-1);
        help(help==0) = counter_zeilen+counter_zeilen+1; %0 sehr hoch setzen damit die
        Funktion sort sie ans Ende gibt
        [B_a,I_a] = sort(help);
    end
end

```

```

% Leitungsunterbrechung (zB. Isolierkupplung); Matrix nach rechts schieben, wenn
Isolation
chift_isolation = 0;
for e = 1:leitungen
    if M_isolierung(I_a(e),i-1)
        AT_part = [AT_part(:,1:e-1),zeros(zweige_part,1) , AT_part(:,e:end)];
        chift_isolation = chift_isolation + 1;
    end
end

% Matix nach rechts schieben wenn ein Leiter endet
chift = 0;
for e = 1:leitungen
    if (M(I_a(e),i) - M(I_a(e),i-1)) && ~M(I_a(e),i)
        AT_part = [AT_part(:,1:e-1),zeros(zweige_part,1) , AT_part(:,e:end)];
        chift = chift + 1;
    end
end

% Einfügen von AT_part in AT_leit
AT_leit(counter_zeilen:counter_zeilen+zweige_part - 1,
counter_spalten:counter_spalten+knoten_part - 1 + chift + chift_isolation) = AT_part;

% Berechnen der Start und End Knotennummern
Knoten_start_end = cat(3,Knoten_start_end, zeros(leitungen, 2));
for e = 1:anzLeiter
    Knoten_start_end(I(e),anfang,i) = e + counter_spalten - 1;
    Knoten_start_end(I(e),ende,i) = e + counter_spalten + knoten_part -(anzLeiter)- 1
+ chift + chift_isolation;
end

% Zeilennummerierung speichern
Zweige_selbststim = [Zweige_selbststim, zeros(leitungen, 1)];
for e = 1:anzLeiter
    Zweige_selbststim(I(e),i) = e + counter_zeilen-1;
end

% Bei Erhöhung bzw. Verringerung der Leiter müssen die Knotennummerierung modifiziert
werden
cor = 0;
u_a = 0; % 2. Laufvariable,
for u = 1:anzLeiter % alle Leiter durchgehen
    while 1
        if (u+u_a <= anzLeiter && I_a(u+u_a) ~= I(u)) &&
Knoten_start_end(u+u_a,anfang,i)~=0 % Vergleich der Leiterpositionen
            cor = cor+1;
            u_a = u_a + 1;
        else
            break;
        end
    end
    if Knoten_start_end(I(u),anfang,i)~=0 % Korrektur wenn nicht 0
        Knoten_start_end(I(u),anfang,i) = Knoten_start_end(I(u),anfang,i) + cor;
    end
end

% Weiterzählen bei den Zeilen(Zweige) und Spalten(Knoten)
counter_zeilen = counter_zeilen+zweige_part;
counter_spalten = counter_spalten+knoten_part - (anzLeiter) + chift + chift_isolation;
end
end

```

7.3.4 Funktion: matrix_Yz_leit

```

function [Yz_leit] = matrix_Yz_leit(M, YY, M_isolierung)
% Yz_leit Matrix erstellen
% erstellt Markus Roßmann, 2016
% letzte Revision 28.03.2018

%% Konstanten
[leitungen,segmente] = size(M);
[ze_YY,sp_YY,di_YY] = size(YY);
M_count = 0; % Anzahl der Segmente über die ein Leiter läuft

%% Matrix Yz_leit erstellen
for i = 1:segmente

```

```

if i==1 % Ersetes Segment
    % Bestimmen der Reihenfolge vom aktuellen Segment (Leiterposition)
    M_count = M_count + M(:,i);
    M_count(M(:,i)==0) = 0;
    [B,I] = sort(M_count, 'descend');

    %sortierte bereinigte Matrix berechnen (Überflüssiges löschen)
    f=0;
    t_M = zeros(size(YY(:, :, i)));
    for e=I' % Tauschmatrix berechnen
        f=f+1;
        t_M(f,e) = 1;
    end
    YY_help = t_M*YY(:, :, i)*t_M'; % Zeilen und Spalten Tauschen
    YY_help = YY_help(1:sum(M(:,i)),:); % Zeilen Löschen
    YY_help = YY_help(:,1:sum(M(:,i))); % Spalten Löschen

    %Zusammenstellen der Matrix Yz_part
    Yz_part = YY_help(logical(eye(size(YY_help))));
    for o=2:size(YY_help)
        for p = 1:o-1
            Yz_part = [Yz_part; -YY_help(o,p); YY_help(o,p); YY_help(o,p); -YY_help(o,p)];
        end
    end

    % Einfügen/Anfügen von Yz_part in/an Yz_leit,
    Yz_leit = [Yz_part];

else % Alle anderen Segmente
    % Bestimmen der Reihenfolge vom aktuellen Segment (Leiterposition)
    M_count = M_count + M(:,i);
    M_count(logical(M_isolierung(:,i-1)))=0; %Wenn Isolierung Counter auf 0 setzen
    M_count(M(:,i)==0) = 0;
    [B,I] = sort(M_count, 'descend');

    %sortierte bereinigte Matrix berechnen (Überflüssiges löschen)
    f=0;
    t_M = zeros(size(YY(:, :, i)));
    for e=I' % Tauschmatrix berechnen
        f=f+1;
        t_M(f,e) = 1;
    end
    YY_help = t_M*YY(:, :, i)*t_M'; % Zeilen und Spalten Tauschen
    YY_help = YY_help(1:sum(M(:,i)),:); % Zeilen Löschen
    YY_help = YY_help(:,1:sum(M(:,i))); % Spalten Löschen

    % Zusammenstellen der Matrix Yz_part
    Yz_part = YY_help(logical(eye(size(YY_help))));
    for o=2:size(YY_help)
        for p = 1:o-1
            Yz_part = [Yz_part; -YY_help(o,p); YY_help(o,p); YY_help(o,p); -YY_help(o,p)];
        end
    end

    % Einfügen/Anfügen von Yz_part in/an Yz_leit,
    Yz_leit = [Yz_leit; Yz_part];
end
end
end
Yz_leit = diag(Yz_leit); % Zeilenvektor in Diagonalmatrix umwandeln

```

7.3.5 Funktion: matrix_abschliessen_v2

```

function [Yz_g, AT_g, Iqz_g, Zweige_Y_Everbindung, Zweige_Iqz_Everbindung,
Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung] = matrix_abschliessen_v2(M, Yz_leit, AT_leit,
Knoten_start_end, Zweige_selbstim, Y_Everbindung, Iqz_Everbindung, Y_Lverbindung,
Iqz_Lverbindung)
% Verfullständigen von Yz_leit & AT_leit zu Yz_g & AT_g, Erstellen von Iqz_g
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 29.03.2018

%% Konstanten
[zweige_1, knoten_1] = size(AT_leit); %Anzahl der Zweige und Knoten
[leitungen, segmente] = size(M);
anfang=1;
ende=2;

```

```

%% Erweiterung Teil 1: Zweige zwischen Leiter und Erde
anz_Y_Everbindung = sum(sum(sum(Y_Everbindung~=0))); %Anzahl hinzukommender Admittanzen
anz_Iqz_Everbindung = sum(sum(sum(Iqz_Everbindung~=0))); %Anzahl hinzukommender Stromquellen
zweige_1; %Anzahl der Zweige die bis jetzt vorhanden sind (vor Erweiterung 1)

% Iqz_g_1 erstellen -----
Iqz_g_1 = zeros(zweige_1 + anz_Iqz_Everbindung +anz_Y_Everbindung, 1);
Zweige_Y_Everbindung = zeros(leitungen,2, segmente);
Zweige_Iqz_Everbindung = zeros(leitungen,2, segmente);

count = 0;
for e = 1:segmente % Y_Everbindung in Iqz_g_1 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen %durchlauf aller leitungen
        if Y_Everbindung(i_1,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            %
                Iqz_g_1(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) = 0;
                Zweige_Y_Everbindung(i_1,anfang,e) = zweige_1 + count + 1;
                count = count + 1; % weiterzählen von count
            end
            if Y_Everbindung(i_1,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            %
                Iqz_g_1(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) = 0;
                Zweige_Y_Everbindung(i_1,ende,e) = zweige_1 + count + 1;
                count = count + 1; % weiterzählen von count
            end
        end
    end
end

for e = 1:segmente % Iqz_Everbindung in Iqz_g_1 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        if Iqz_Everbindung(i_1,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            Iqz_g_1(zweige_1 + count + 1,1) = Iqz_Everbindung(i_1,anfang,e);
            Zweige_Iqz_Everbindung(i_1,anfang,e) = zweige_1 + count + 1;
            count = count + 1;
        end
        if Iqz_Everbindung(i_1,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            Iqz_g_1(zweige_1 + count + 1,1) = Iqz_Everbindung(i_1,ende,e);
            Zweige_Iqz_Everbindung(i_1,ende,e) = zweige_1 + count + 1;
            count = count + 1;
        end
    end
end

% Yz_g_1 erstellen durch erweitern von Yz_leit -----
Yz_g_1 = zeros(zweige_1 + anz_Iqz_Everbindung +anz_Y_Everbindung, zweige_1 +
anz_Iqz_Everbindung +anz_Y_Everbindung);
Yz_g_1(1:zweige_1,1:zweige_1) = Yz_leit;

count = 0;
for e = 1:segmente % Y_Everbindung in Yz_g_1 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        if Y_Everbindung(i_1,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            Yz_g_1(zweige_1 + count + 1,zweige_1 + count + 1) = Y_Everbindung(i_1,anfang,e);
            count = count + 1;
        end
        if Y_Everbindung(i_1,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            Yz_g_1(zweige_1 + count + 1,zweige_1 + count + 1) = Y_Everbindung(i_1,ende,e);
            count = count + 1;
        end
    end
end

for e = 1:segmente % Iqz_Everbindung in Yz_g_1 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        if Iqz_Everbindung(i_1,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            %
                Yz_g_1(zweige_1 + count + 1,1) = I_quelle(i_1,e); % nur weiterzählen von count
                count = count + 1;
            end
            if Iqz_Everbindung(i_1,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            %
                Yz_g_1(zweige_1 + count + 1,1) = I_quelle(i_1,e); % nur weiterzählen von count
                count = count + 1;
            end
        end
    end
end

% AT_g_1 erstellen durch erweitern von AT_leit -----
AT_g_1 = [AT_leit;zeros(anz_Iqz_Everbindung + anz_Y_Everbindung,knoten_1)];

count = 0;
for e = 1:segmente % Y_Everbindung in AT_g_1 einfügen

```

```

for i_1 = 1:leitungen
    if Y_Everbindung(i_1,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
        AT_g_1(zweige_1 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,anfang,e)) = 1;
        count = count + 1;
    end
    if Y_Everbindung(i_1,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
        AT_g_1(zweige_1 + count + 1, Knoten_start_end(i_1,ende,e)) = 1;
        count = count + 1;
    end
end
end

for e = 1:segmente % Iqz_Everbindung in AT_g_1 einfüge
    for i_1 = 1:leitungen
        if Iqz_Everbindung(i_1,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            AT_g_1(zweige_1 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,anfang,e)) = 1;
            count = count + 1;
        end
        if Iqz_Everbindung(i_1,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
            AT_g_1(zweige_1 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,ende,e)) = 1;
            count = count + 1;
        end
    end
end

%% Erweiterung Teil 2: Zweige zwischen Leitern und Leiter
anz_Y_verbindung = sum(sum(sum(sum(Y_Lverbindung~=0)))); %Anzahl hinzukommender Admittanzen
anz_I_verbindung = sum(sum(sum(sum(Iqz_Lverbindung~=0)))); %Anzahl hinzukommender
Stromquellen
zweige_2 = size(Iqz_g_1,1); %Anzahl der Zweige die bis jetzt vorhanden sind (vor Erweiterung
Teil 2)

Zweige_Y_Lverbindung = zeros(size(Y_Lverbindung));
Zweige_Iqz_Lverbindung = zeros(size(Iqz_Lverbindung));

% Iqz_2 erstellen -----
Iqz_g_2 = zeros(zweige_2 + anz_Y_verbindung + anz_I_verbindung, 1);
Iqz_g_2(1:zweige_2,1) = Iqz_g_1;

count = 0;
for e = 1:segmente % Y_Lverbindung in Iqz_g_2 einfüge
    for i_1 = 1:leitungen
        for i_2 = i_1+1:leitungen
            if Y_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                %
                Y_verbindung(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) = 0; % nur
weiterzählen von count
                Zweige_Y_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) = zweige_2 + count + 1;
                count = count + 1; % weiterzählen von count
            end
            if Y_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                %
                Y_verbindung(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) = 0; % nur
weiterzählen von count
                Zweige_Y_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) = zweige_2 + count + 1;
                count = count + 1; % weiterzählen von count
            end
        end
    end
end

for e = 1:segmente % Iqz_Lverbindung in Iqz_g_2 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        for i_2 = i_1+1:leitungen
            if Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                Iqz_g_2(zweige_2 + count + 1,1) = Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e);
                Zweige_Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) = zweige_2 + count + 1;
                count = count + 1;
            end
            if Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                Iqz_g_2(zweige_2 + count + 1,1) = Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e);
                Zweige_Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) = zweige_2 + count + 1;
                count = count + 1;
            end
        end
    end
end

% Yz_g_2 erstellen durch erweitern von Yz_g_1 -----

```

```

Yz_g_2 = zeros(zweige_2 + anz_Y_verbindung + anz_I_verbindung, zweige_2 + anz_Y_verbindung +
anz_I_verbindung);
Yz_g_2(1:zweige_2,1:zweige_2) = Yz_g_1;

count = 0;
for e = 1:segmente % Y_Lverbindung in Yz_g_2 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        for i_2 = i_1+1:leitungen
            if Y_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                Yz_g_2(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) =
Y_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e);
                count = count + 1;
            end
            if Y_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                Yz_g_2(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) =
Y_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e);
                count = count + 1;
            end
        end
    end
end

for e = 1:segmente % Iqz_Lverbindung in Yz_g_2 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        for i_2 = i_1+1:leitungen
            if Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                %Yz_g_2(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) = 0;
                count = count + 1;
            end
            if Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                %Yz_g_2(zweige_2 + count + 1,zweige_2 + count + 1) = 0;
                count = count + 1;
            end
        end
    end
end

% AT_2 erstellen durch erweitern von AT_g_1 -----
AT_g_2 = [AT_g_1;zeros(anz_Y_verbindung + anz_I_verbindung,knoten_1)];

count = 0;
for e = 1:segmente % Y_Lverbindung in AT_g_2 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        for i_2 = i_1+1:leitungen
            if Y_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,anfang,e)) = 1;
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_2,anfang,e)) = -1;
                count = count + 1;
            end
            if Y_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,ende,e)) = 1;
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_2,ende,e)) = -1;
                count = count + 1;
            end
        end
    end
end

for e = 1:segmente % Iqz_Lverbindung in AT_g_2 einfügen
    for i_1 = 1:leitungen
        for i_2 = i_1+1:leitungen
            if Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,anfang,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,anfang,e)) = 1;
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_2,anfang,e)) = -1;
                count = count + 1;
            end
            if Iqz_Lverbindung(i_1,i_2,ende,e) ~= 0 && M(i_1,e)==1
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_1,ende,e)) = 1;
                AT_g_2(zweige_2 + count + 1,Knoten_start_end(i_2,ende,e)) = -1;
                count = count + 1;
            end
        end
    end
end

%% Rückgabe
Yz_g = Yz_g_2;
    
```

```
AT_g = AT_g_2;  
Iqz_g = Iqz_g_2;
```

7.3.6 Funktion: fcn_matrix_auswertung

```
function [Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung, Iz_Iqz_Everbindung, I_Erdreich] =  
fcn_matrix_auswerten(M, Iz_g, Uk_g, Knoten_start_end, Zweige_selbstim, Zweige_Y_Everbindung,  
Zweige_Iqz_Everbindung, Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung)  
% Auswerten der Knotenspannungen und Zweigströme  
% erstellt Markus Roßmann, 2018  
% letzte Revision 28.03.2018  
  
%% Konstanten  
[leitungen, segmente] = size(M);  
anfang=1;  
ende=2;  
  
% Zweigströme über die Selbstimpedanzen  
help = [Zweige_selbstim(:,:)];  
Iz_selbst = zeros(leitungen, segmente);  
Iz_selbst(help>0) = Iz_g(help(help>0));  
clear help  
  
% Knotenspannungen an den Segmenten berechnen  
Uk_segment = zeros(leitungen, 2, segmente);  
  
help = Knoten_start_end(:,anfang,:);  
help_2 = zeros(size(help));  
help_2(help>0) = Uk_g(help(help>0));  
Uk_segment(:,anfang,:) = help_2;  
  
help = Knoten_start_end(:,ende,:);  
help_2 = zeros(size(help));  
help_2(help>0) = Uk_g(help(help>0));  
Uk_segment(:,ende,:) = help_2;  
  
% Erdverbindungsströme berechnen (alle Zweige)  
% Zweigströme die über Y_Everbindung abfließen  
Iz_Y_Everbindung = zeros(leitungen, 2, segmente);  
  
help = Zweige_Y_Everbindung(:,anfang,:);  
help_2 = zeros(size(help));  
help_2(help>0) = Iz_g(help(help>0));  
Iz_Y_Everbindung(:,anfang,:) = help_2;  
  
help = Zweige_Y_Everbindung(:,ende,:);  
help_2 = zeros(size(help));  
help_2(help>0) = Iz_g(help(help>0));  
Iz_Y_Everbindung(:,ende,:) = help_2;  
  
% Zweigströme die über Iqz_Everbindung abfließen  
Iz_Iqz_Everbindung = zeros(leitungen, 2, segmente);  
  
help = Zweige_Iqz_Everbindung(:,anfang,:);  
help_2 = zeros(size(help));  
help_2(help>0) = Iz_g(help(help>0));  
Iz_Iqz_Everbindung(:,anfang,:) = help_2;  
  
help = Zweige_Iqz_Everbindung(:,ende,:);  
help_2 = zeros(size(help));  
help_2(help>0) = Iz_g(help(help>0));  
Iz_Iqz_Everbindung(:,ende,:) = help_2;  
  
% Strom unter den Segmenten (Erdstrom)  
Iz_Erdverbindung = Iz_Y_Everbindung+Iz_Iqz_Everbindung;  
  
% Erdverbindungsströme aufsummieren (ist Strom unter dem Segment)  
I_Erdreich = zeros(leitungen, segmente);  
I_Erdreich(:,1) = - Iz_Erdverbindung(:,anfang,1);  
for e=2:segmente  
    I_Erdreich(:,e) = + I_Erdreich(:,e-1) - Iz_Erdverbindung(:,ende,e-1) -  
                    Iz_Erdverbindung(:,anfang,e);  
end
```

7.3.7 Funktion: fcn_matrix_plot_Results_v2

```

function h = fcn_matrix_plot_Results_v2(M, Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung,
Iz_Iqz_Everbindung, I_Erdreich, plot_st, plot_sp, plot_st_e, plot_st_ab)
% Funktion zum Darstellen der Ergebnisse
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 29.03.2018

%% Konstanten
[leitungen, segmente] = size(M);
Anfang = 1;
Ende = 2;

%% Graphische darstellung der Ströme über die Eigenimpedanzen (Leiterstrom)
% plot_st = 1:leitungen; %Angabe welche Ströme dargestellt werden sollen. (Leiter)
if plot_st % Nur Ploten wenn nicht 0
    h.SLS.fig = figure;
    for i = plot_st
        help = permute(Iz_selbst, [2,1]);

        h.SLS.(['L',num2str(i)]) .s_abs = subplot(size(plot_st,2),2,i*2-1);
        h.SLS.(['L',num2str(i)]) .st_abs =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i))),abs(help(:,i))), 'LineStyle',':','Color','k'); hold on
        h.SLS.(['L',num2str(i)]) .pl_abs =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i))),abs(help(:,i))), 'LineStyle',':','Color','k'); hold off
        grid on; title(['Betrag von Iz\_selbst: Leiter ',num2str(i)]); xlabel('Segmente');
ylabel('Betrag in A');

        h.SLS.(['L',num2str(i)]) .s_angle = subplot(size(plot_st,2),2,i*2);
        h.SLS.(['L',num2str(i)]) .st_angle =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i))),angle(help(:,i))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','k'); hold
on
        h.SLS.(['L',num2str(i)]) .pl_angle =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i))),angle(help(:,i))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','k'); hold
off
        grid on; title(['Winkel von Iz\_selbst: Leiter ',num2str(i)]); xlabel('Segmente');
ylabel('Winkel in Grad');
    end
end

%% graphische Darstellung der Segmentknotenspannungen (Leiterspannung)
% plot_sp = 1:leitungen; %Angabe welche Spannungen dargestellt werden sollen. (Leiter)
if plot_sp % Nur Ploten wenn nicht 0
    h.SKS.fig = figure;
    for i=plot_sp
        help = permute(Uk_segment, [3 1 2]);

        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .s_abs = subplot(size(plot_sp,2),2,i*2-1);
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .st_abs_anf =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang))),abs(help(:,i,Anfang))), 'LineStyle',':','Color','b');
hold on; % Spannungen am Anfang der Segmente
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .pl_abs_anf =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang))),abs(help(:,i,Anfang))), 'LineStyle',':','Color','b');
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .st_abs_end =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende))),abs(help(:,i,Ende))), 'LineStyle',':','Color','r');
% Spannungen am Ende der Segmente
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .pl_abs_end =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende))),abs(help(:,i,Ende))), 'LineStyle',':','Color','r'); hold
off
        grid on; title(['Betrag von Uk\_segment: Leiter ',num2str(i)]); xlabel('Segmente');
ylabel('Betrag in V');
        legend([h.SKS.(['L',num2str(i)]) .st_abs_anf,
h.SKS.(['L',num2str(i)]) .st_abs_end], {'Anfang des Segmentes','Ende des Segmentes'});

        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .s_angle = subplot(size(plot_sp,2),2,i*2);
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .st_angle_anf =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang))),angle(help(:,i,Anfang))*180/pi, 'LineStyle',':','Color
r','b'); hold on; % Spannungen am Anfang der Segmente
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .pl_angle_anf =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang))),angle(help(:,i,Anfang))*180/pi, 'LineStyle',':','Color
r','b');
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .st_angle_end =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende))),angle(help(:,i,Ende))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','
r');
% Spannungen am Ende der Segmente
        h.SKS.(['L',num2str(i)]) .pl_angle_end =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende))),angle(help(:,i,Ende))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','
r'); hold off;
    end
end

```

```
grid on; title(['Winkel von Uk\_segment: Leiter ', num2str(i)]); xlabel('Segmente');
ylabel('Winkel in Grad');
legend([h.SKS.(['L', num2str(i)]).st_angle_anf,
h.SKS.(['L', num2str(i)]).st_angle_end], {'Anfang des Segmentes', 'Ende des Segmentes'});
end
end

%% Erdverbindungsströme berechnen (alle Zweige)
% plot_st_ab = 1:leitungen; %Angabe welche Ströme dargestellt werden sollen. (Leiter)
Iz_Everbindung = Iz_Y_Everbindung + Iz_Iqz_Everbindung;
if plot_st_ab % Nur Ploten wenn nicht 0
    h.EVS.fig = figure;
    for i=plot_st_ab
        help = permute(Iz_Everbindung, [3 1 2]);

        h.EVS.(['L', num2str(i)].s_abs = subplot(size(plot_st_ab,2),2,i*2-1);
        h.EVS.(['L', num2str(i)].st_abs_anf =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang)))), abs(help(:,i,Anfang))), 'LineStyle',':','Color','b');
hold on
        h.EVS.(['L', num2str(i)].pl_abs_anf =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang)))), abs(help(:,i,Anfang))), 'LineStyle',':','Color','b');
        h.EVS.(['L', num2str(i)].st_abs_end =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende)))), abs(help(:,i,Ende))), 'LineStyle',':','Color','r');
        h.EVS.(['L', num2str(i)].pl_abs_end =
plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende)))), abs(help(:,i,Ende))), 'LineStyle',':','Color','r');
hold off
        grid on; title(['Betrag von Iz\_Everbindung: Leiter ', num2str(i)]);
xlabel('Segmente'); ylabel('Betrag in A');
        legend([h.EVS.(['L', num2str(i)].st_abs_anf
h.EVS.(['L', num2str(i)].st_abs_end], {'Anfang des Segmentes', 'Ende des Segmentes'});

        h.EVS.(['L', num2str(i)].s_angle = subplot(size(plot_st_ab,2),2,i*2);
        h.EVS.(['L', num2str(i)].st_angle_anf =
stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang)))), angle(help(:,i,Anfang))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','r','b'); hold on
        h.EVS.(['L', num2str(i)].pl_angle_anf = plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Anfang)))),
angle(help(:,i,Anfang))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','b');
        h.EVS.(['L', num2str(i)].st_angle_end = stem(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende)))),
angle(help(:,i,Ende))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','r');
        h.EVS.(['L', num2str(i)].pl_angle_end = plot(cumsum(ones(size(help(:,i,Ende)))),
angle(help(:,i,Ende))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','r'); hold off
        grid on; title(['Winkel von Iz\_Everbindung: Leiter ', num2str(i)]);
xlabel('Segmente'); ylabel('Winkel in A');
        legend([h.EVS.(['L', num2str(i)].st_angle_anf
h.EVS.(['L', num2str(i)].st_angle_end], {'Anfang des Segmentes', 'Ende des Segmentes'});
    end
end

%% Rückfließender Strom unter den Segmenten (Erdstrom)
% plot_st_e = 1:leitungen; %Angabe welche Ströme dargestellt werden sollen. (Leiter)
if plot_st_e % Nur Ploten wenn nicht 0
    h.SES.fig = figure;
    for i=plot_st_e
        help = permute(I_Erdreich, [2,1]);

        h.SES.(['L', num2str(i)].s_abs = subplot(size(plot_st,2),2,i*2-1);
        h.SES.(['L', num2str(i)].st_abs = stem(cumsum(ones(size(help(:,i)))),
abs(help(:,i)), 'LineStyle',':','Color','k'); hold on
        h.SES.(['L', num2str(i)].pl_abs = plot(cumsum(ones(size(help(:,i)))),
abs(help(:,i)), 'LineStyle',':','Color','k'); hold off
        grid on; title(['Betrag von I\_Erdreich: Leiter ', num2str(i)]); xlabel('Segmente');
ylabel('Betrag in A');

        h.SES.(['L', num2str(i)].s_angle = subplot(size(plot_st,2),2,i*2);
        h.SES.(['L', num2str(i)].st_angle = stem(cumsum(ones(size(help(:,i)))),
angle(help(:,i))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','k'); hold on
        h.SES.(['L', num2str(i)].pl_angle = plot(cumsum(ones(size(help(:,i)))),
angle(help(:,i))*180/pi, 'LineStyle',':','Color','k'); hold off
        grid on; title(['Winkel von I\_Erdreich: Leiter ', num2str(i)]); xlabel('Segmente');
ylabel('Winkel in A');
    end
end
```

7.4 Matlabfunktionen für Fallbeispiel

7.4.1 Skript: Fallbeispiel

```
% Fallbeispiel
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 10.04.2018

%% Konstanten
% Position im Segment
anfang = 1;
ende = 2;
% Leitungsnummerierung
ro=1; % Rohrleitung
fd=2; % Fahrdrabt
sl=3; % linke Schiene
sr=4; % rechte Schiene

%% Definition der Anzahl der Leiter und Segmente
leitungen = 4; % .. Anzahl Leiter
segmente = 10; % .. Anzahl der Segmente
length = 100; % .. Länge eines Segmentes

%% Parameter berechnen
[z_11E, z_22E, z_33E, z_44E, z_12E, z_13E, z_14E, z_23E, z_24E, z_34E, y_1q, y_2q, y_3q, y_4q,
Y_Erd_M, Y_Erd_UW, Y_Sverb, Y_Traf, Iqz_Quelle, Y_Zug] = parameter_berechnen();

%% Eigene Matrizen definieren (Abstraktion)
% Matrizen entsprechend ihrer Größe definieren
M = zeros(leitungen, segmente);
M_isolierung = zeros(leitungen, segmente-1);
YY = zeros(leitungen, leitungen, segmente);
Y_Everbindung = zeros(leitungen, 2, segmente);
Iqz_Everbindung = zeros(leitungen, 2, segmente);
Y_Lverbindung = zeros(leitungen, leitungen, 2, segmente);
Iqz_Lverbindung = zeros(leitungen, leitungen, 2, segmente);

% Unterteilen der Leitungen in Leitungsstücke, zuordnen zu Segmenten
M = ones(leitungen, segmente); % Alle Leiter sind über alle Segmente parallel
% M_isolierung % Keine Isolierungen vorhanden

% Einfügen der Selbst- und Gegenimpedanzen
% Selbstimpedanzen
YY(ro,ro,:) = 1/(z_11E*length); % der Rohrleitung über alle Segmente (Ohm)
YY(fd,fd,:) = 1/(z_22E*length); % des Fahrdrabtes über alle Segmente (Ohm)
YY(sl,sl,:) = 1/(z_33E*length); % der linken Schiene über alle Segmente (Ohm)
YY(sr,sr,:) = 1/(z_44E*length); % der rechten Schiene über alle Segmente (Ohm)

% Gegenimpedanzen
YY(ro,fd,:) = 1/(z_12E*length); YY(fd,ro,:) = 1/(z_12E*length); % zwischen Rohrleitung
und Fahrdrabt (Ohm)
YY(ro,sl,:) = 1/(z_13E*length); YY(sl,ro,:) = 1/(z_13E*length); % zwischen Rohrleitung
und der linken Schiene (Ohm)
YY(ro,sr,:) = 1/(z_14E*length); YY(sr,ro,:) = 1/(z_14E*length); % zwischen Rohrleitung
und der rechten Schiene (Ohm)
YY(fd,sl,:) = 1/(z_23E*length); YY(sl,fd,:) = 1/(z_23E*length); % zwischen Fahrdrabt und
linken Schiene (Ohm)
YY(fd,sr,:) = 1/(z_24E*length); YY(sr,fd,:) = 1/(z_24E*length); % zwischen Fahrdrabt und
rechten Schiene (Ohm)
YY(sl,sr,:) = 1/(z_34E*length); YY(sr,sl,:) = 1/(z_34E*length); % zwischen der linken
und rechten Schiene (Ohm)

% Erweiterung um Zusatzbeschaltung (Erdverbindungen)
% Erdverbindungsadmittanzen
Y_Everbindung(ro, [anfang, ende], :) = y_1q/2*length; % Queradmittanz Rohrleitung-Erde
(1/Ohm)
Y_Everbindung(sl, [anfang, ende], :) = y_3q/2*length; % Queradmittanz linke Schiene-Erde
(1/Ohm)
Y_Everbindung(sr, [anfang, ende], :) = y_4q/2*length; % Queradmittanz rechte Schiene-Erde
(1/Ohm)
Y_Everbindung(sl, [anfang, ende], :) = Y_Everbindung(sl, [anfang, ende], :) + Y_Erd_M/2;
% Masterdung zur linken Schiene hinzufügen (1/Ohm)
Y_Everbindung(sl, anfang, 1) = Y_Everbindung(sl, anfang, 1) + Y_Erd_UW; %
Unterwerkerdungsanlage zur linken Schiene hinzufügen (1/Ohm)
```

```

% Erdverbindungszweigquellenströme
% Iqz_Everbindung % keine Erdverbindungszweigquellenströme vorhanden (A)

% Erweiterung um Zusatzbeschaltung (Leistungsverbindungen)
% Leitungsverbindungsadmittanzen
Y_Lverbindung(sl, sr, anfang, :) = Y_Sverb; Y_Lverbindung(sl, sr, ende, 10) = Y_Sverb; %
Gleisverbinder (1/Ohm)
Y_Lverbindung(fd, sl, anfang, 1) = Y_Traf; % Transformatoradmittanz (Innenwiderstand
Quelle) (1/Ohm)
Y_Lverbindung(fd, sl, ende, 10) = Y_Zug; % Triebfahrzeugsadmittanz (Zug) (1/Ohm)

% Leitungsverbindungszweigquellenströme
Iqz_Lverbindung(fd, sl, anfang, 1) = Iqz_Quelle; % Quellenstrom der Stromquelle (A)

%% Aus den Angaben notwendige Matrizen berechnen bzw zusammenstellen
[ Yz_leit ] = matrix_Yz_leit(M, YY, M_isolierung);
[AT_leit, Knoten_start_end, Zweige_selbstim] = matrix_AT_leit(M, M_isolierung);
[Yz_g, AT_g, Iqz_g, Zweige_Y_Everbindung, Zweige_Iqz_Everbindung, Zweige_Y_Lverbindung,
Zweige_Iqz_Lverbindung] = matrix_abschliesen_v2(M, Yz_leit, AT_leit, Knoten_start_end,
Zweige_selbstim, Y_Everbindung, Iqz_Everbindung, Y_Lverbindung, Iqz_Lverbindung);

%% Berechnung durchführen
A_g = transpose(AT_g);

Yk_g = A_g * Yz_g * AT_g;
Iqk_g = A_g * Iqz_g;
Uk_g = Yk_g \ Iqk_g;

Uz_g = AT_g * Uk_g;
Iz_g = Yz_g * Uz_g - Iqz_g;

%% Auswerten der Ströme und Spannungen
[Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung, Iz_I_Everbindung, I_Erdreich] =
fcn_matrix_auswerten(M, Iz_g, Uk_g, Knoten_start_end, Zweige_selbstim, Zweige_Y_Everbindung,
Zweige_Iqz_Everbindung, Zweige_Y_Lverbindung, Zweige_Iqz_Lverbindung);

%% Graphische Darstellung
plot_st = 1:leitungen; % Welche Leiterströme sollen dargestellt werden
plot_sp = 1:leitungen; % Welche Leiterspannungen sollen dargestellt werden
plot_st_e = 1:leitungen; % Welche Erdverbindungsströme sollen dargestellt werden
plot_st_ab = 1:leitungen; % Welche Erdströme sollen dargestellt werden
fcn_matrix_plot_results_v2(M, Iz_selbst, Uk_segment, Iz_Y_Everbindung, Iz_I_Everbindung,
I_Erdreich, plot_st, plot_sp, plot_st_e, plot_st_ab);

```

7.4.2 Funktion: parameter_berechnen

```

function [z_11E, z_22E, z_33E, z_44E, z_12E, z_13E, z_14E, z_23E, z_24E, z_34E, y_1q, y_2q,
y_3q, y_4q, Y_Erd_M, Y_Erd_UW, Y_Sverb, Y_Traf, Iqz_Quelle, Y_Zug] = parameter_berechnen()
% Parameter für Fallbeispiel berechnen
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 10.04.2018

%% Konstanten/Parameter
m0 = 4*pi*10^-7; % absolute Permeabilitätszahl (V s/A m)
mr_ST = 200; % relative Permeabilitätszahl Stahl
mr_K = 0.9999936; % relative Permeabilitätszahl Kupfer
rho_L_ST = 0.16*10^-6; % spez. Widerstand des Materials, Eisen (Ohm m^2/m)
rho_L_K = 0.01786*10^-6; % spez. Widerstand des Materials, Kupfer (Ohm m^2/m)
frequ = 16.7; % Frequenz (Hz)
rho_E = 100; % Bodenwiderstand (Ohm m)
omega = 2*pi*frequ; % Kreisfrequenz Omega (1/s)
epsilon_r_RI = 5; % relative Permittivität der Rohrisolierung (F/m)
r_u = 100000; % Umhüllungswiderstand der Umhüllung (Ohm m^2)
r_3L_M = 0.1/1000; % Widerstandsbelag der linken Schiene (Ohm/m)
x_3L_M = 0.1/1000; % innerer Reaktanubelag der linken Schiene (Ohm/m)
r_4L_M = r_3L_M; % Widerstandsbelag der rechten Schiene (Ohm/m)
x_4L_M = x_3L_M; % innerer Reaktanubelag der rechten Schiene (Ohm/m)

% Leiterradien
r_1 = 1/2; % Radius Rohrleitung (m)
r_2 = 0.01/2; % Radius Fahrleitung (m)
r_3 = 0.1/2; % Radius linke Schiene (m)
r_4 = r_3/2; % Radius rechte Schiene (m)

t_1 = 0.01; % Wandstärke der Rohrleitung

```

```

% Leiterhöhen Y-Achse
h_1 = -1;          % Höhe Rohrleitung (m)
h_2 = 5.5;        % Höhe Fahrleitung (m)
h_3 = 0;          % Höhe linke Schiene (m)
h_4 = 0;          % Höhe rechte Schiene (m)

% Leiterabstand X-Achse
a_1 = 10;         % Leiterabstand Rohrleitung (m)
a_2 = 0;          % Leiterabstand Fahrleitung (m)
a_3 = -1.435/2;   % Leiterabstand linke Schiene (m)
a_4 = 1.435/2;   % Leiterabstand rechte Schiene (m)

%% Selbstimpedanzbeläge
% Rohrleitung
mr = mr_ST;       % relative Permeabilitätszahl der Rohrleitung (m)
rho_L = rho_L_ST; % spez. Widerstand der Rohrleitung (m)
r_i = r_1;        % Leiterradius (m)
[z_11E] = selbstimpedanzbelag(frequ, mr, rho_L, rho_E, r_i, [], [], 1); % (Ohm/m)

% Fahrdrabt
mr = mr_K;        % relative Permeabilitätszahl der Rohrleitung (m)
rho_L = rho_L_K; % spez. Widerstand der Rohrleitung (m)
r_i = r_2;        % Leiterradius (m)
[z_22E] = selbstimpedanzbelag(frequ, mr, rho_L, rho_E, r_i, [], [], 0); % (Ohm/m)

% linke Schiene und rechte Schiene
mr = mr_ST;       % relative Permeabilitätszahl der Rohrleitung (m)
rho_L = rho_L_ST; % spez. Widerstand der Rohrleitung (m)
r_i = r_3;        % Leiterradius (m)
r_iL_M = r_3L_M; % Widerstandsbelag der Schiene vorgeben (Ohm/m)
x_iL_M = x_3L_M; % innerer Reaktanuzbelag der Schiene vorgeben (Ohm/m)
[z_33E] = selbstimpedanzbelag(frequ, mr, rho_L, rho_E, r_i, r_iL_M, x_iL_M, []); % (Ohm/m)
z_44E=z_33E; % Beide Schienen sind gleich

%% Gegenmpedanzbeläge
% zwischen Rohrleitung und Fahrdrabt
h_i = h_1; % Höhe Rohrleitung (m)
h_k = h_2; % Höhe Fahrleitung (m)
x_ik = abs(a_1 - a_2);
d_ik = sqrt(x_ik^2+(h_i-h_k)^2);
[z_12E] = gegenimpedanzbelag(frequ, rho_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik); % (Ohm/m)

% zwischen Rohrleitung und der linken Schiene
h_i = h_1; % Höhe Rohrleitung (m)
h_k = h_3; % Höhe linke Schiene (m)
x_ik = abs(a_1 - a_3);
d_ik = sqrt(x_ik^2+(h_i-h_k)^2);
[z_13E] = gegenimpedanzbelag(frequ, rho_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik); % (Ohm/m)

% zwischen Rohrleitung und der rechten Schiene
h_i = h_1; % Höhe Rohrleitung (m)
h_k = h_4; % Höhe rechte Schiene (m)
x_ik = abs(a_1 - a_4);
d_ik = sqrt(x_ik^2+(h_i-h_k)^2);
[z_14E] = gegenimpedanzbelag(frequ, rho_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik); % (Ohm/m)

% zwischen Fahrdrabt und linken Schiene
h_i = h_2; % Höhe Fahrleitung (m)
h_k = h_3; % Höhe linke Schiene (m)
x_ik = abs(a_2 - a_3);
d_ik = sqrt(x_ik^2+(h_i-h_k)^2);
[z_23E] = gegenimpedanzbelag(frequ, rho_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik); % (Ohm/m)

% zwischen Fahrdrabt und rechten Schiene
h_i = h_2; % Höhe Fahrleitung (m)
h_k = h_4; % Höhe rechte Schiene (m)
x_ik = abs(a_2 - a_4);
d_ik = sqrt(x_ik^2+(h_i-h_k)^2);
[z_24E] = gegenimpedanzbelag(frequ, rho_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik); % (Ohm/m)

% zwischen der linken und rechten Schiene
h_i = h_3; % Höhe linke Schiene (m)
h_k = h_4; % Höhe rechte Schiene (m)
x_ik = abs(a_3 - a_4);
d_ik = sqrt(x_ik^2+(h_i-h_k)^2);
[z_34E] = gegenimpedanzbelag(frequ, rho_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik); % (Ohm/m)
    
```

```

%% Queradmittanzbeläge berechnen
% Rohrleitung
epsilon_r = epsilon_r_RI;
r_i = r_l; % Radius Rohrleitung (m)
t_i = t_l; % Wandstärke Rohrleitung (m)
[y_lq] = queradmittanzbelag(frequ, epsilon_r, r_i, t_i, r_u, [], []); % (1/(Ohm m))

% Fahrdrabt
y_2q = 0; % wird vernachlässigt

% linke Schiene und rechte Schiene
g_i_F = 1/1000; % Ableitungsbelag der Schiene (S/m)
c_i_F = 0; % Kapazitätsbelag der Schiene (F/m)
[y_3q] = queradmittanzbelag(frequ, [], [], [], [], g_i_F, c_i_F); % (1/(Ohm m))
y_4q = y_3q; % (1/(Ohm m))

%% Erdungsanlagen
L=6; T=0.253; % (m)
M = 10;
R_Erd_M = rho_E/(2*pi*L) *log(4*L/T); % (Ohm)
Y_Erd_M = 1/R_Erd_M * M; % (1/Ohm)
Y_Erd_UW = 2;% (1/Ohm)

%% Gleisverbinder
Y_Sverb = 1000; % (1/Ohm)

%% Stromquelle definieren mit Ri =3 Ohm, Uk=15kV, Ik=1000A
I_Fd = 1000; U_Fd=15000; Ri=2.91*exp(1j*84.5*pi/180);
Y_Traf = 1/Ri; % (1/Ohm)
Iqz_Quelle = I_Fd + U_Fd*Y_Traf; %(A)

%% Admittanz für Last definieren (Zug)
Y_Zug = I_Fd/U_Fd; % (1/Ohm)

```

7.4.3 Funktion: selbstimpedanzbelag

```

function [z_iL] = selbstimpedanzbelag(frequ, mr, rho_L, roh_E, r_i, r_iL_M, x_iL_M, skin)
% Selbstimpedanzbelag berechnen
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 10.04.2018

%% Konstanten
m0 = 4*pi*10^-7; % absolute Permeabilitätszahl
omega = 2*pi*frequ; % Kreisfrequenz Omega (1/s)
delta_L = sqrt((2*rho_L)/(omega*mr*m0)); % Eindringtiefe in Material (Skinneffekt...) (mm)
d_E = 1.8514/sqrt(omega* m0/roh_E); % Tiefe des äquivalenten Erdrückstrom (m)

%% Selbstimpedanzbelag berechnen

re = (omega*m0)/8; % ohmsche Erdwiderstandsbelag (Ohm/m)
x_a = (omega*m0)/(2*pi)*log(d_E/(r_i)); % Außerer Reaktanzbelag der Schleife (Ohm/m)

if isempty(r_iL_M) % Widerstandsbelag übergeben?
    if skin % Skinneffekt berücksichtigen?
        r_iL = (rho_L/((r_i)^2*pi))*((r_i/(2*delta_L))+1/4); % ohmsche Widerstandsbelag mit
        Skinneffekt verw. (Ohm/m)
    else
        r_iL = rho_L/((r_i)^2*pi); % ohmsche Widerstandsbelag
        ohne Skinneffekt verw. (Ohm/m)
    end
else
    r_iL = r_iL_M; % Ohmsche Widerstandsbelag übergeben (Ohm/m)
end

if isempty(x_iL_M) % innerer Reaktanzbelag übergeben?
    if skin % Skinneffekt berücksichtigen?
        x_iL =rho_L/(2*pi*r_i*delta_L); % Innerer Reaktanzbelag mit
        Skinneffekt verw. (Ohm/m)
    else
        x_iL = (omega*m0*mr)/(8*pi); % Innerer Reaktanzbelag ohne Skinneffekt
        verw. (Ohm/m)
    end
else
    x_iL = x_iL_M; % Innerer Reaktanzbelag übergeben (Ohm/m)
end
z_iL = r_iL + re + li*(x_a + x_iL); % Selbstimpedanzbelag (Ohm/m)

```

7.4.4 Funktion: gegenimpedanzbelag

```
function [z_ikL] = gegenimpedanzbelag(frequ, roh_E, h_i, h_k, x_ik, d_ik)
% Gegenimpedanzbelag berechnen
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 10.04.2018

%% Konstanten
m0 = 4*pi*10^-7; % absolute Permeabilitätszahl
omega = 2*pi*frequ; % Kreisfrequenz Omega (1/s)
d_E = 1.8514/sqrt(omega* m0/roh_E); % Tiefe des äquivalenten Erdrückstrom (m)

%% Gegenimpedanzbelag berechnen
q_ = (1 - li) * (d_E/sqrt(2))/1.85137; % Komplexe Erdstromteife (m)

z_ikL = li*omega * (m0/(2*pi)) * log(sqrt((h_i + h_k + 2*q_)^2 + x_ik^2)/d_ik); %
Gegenimpedanzbelag (Ohm/m)
```

7.4.5 Funktion: queradmittanzbelag

```
function [y_iq] = queradmittanzbelag(frequ, epsilon_r, r_i, t_i, r_u, g_i_F, c_i_F)
% Queradmittanzbelag berechnen
% erstellt Markus Roßmann, 2018
% letzte Revision 10.04.2018

%% Konstanten
epsilon_0 = 8.854*10^-12; % Permittivität des Vakuums (F/m)
omega = 2*pi*frequ; % Kreisfrequenz Omega (1/s)

%% Queradmittanzbelag berechnen
if isempty(g_i_F) % Ableitungsbelag übergeben?
    g_i = (2*r_i*pi)/r_u; % Ableitungsbelag berechnen (S/m)
else
    g_i = g_i_F; % übergebenen Ableitungsbelag verw. (S/m)
end

if isempty(c_i_F) % Kapazitätsbelag übergeben?
    c_i = (2*pi*epsilon_r*epsilon_0)/log((r_i+t_i)/r_i); % Kapazitätsbelag berechnen (F/m)
else
    c_i = c_i_F; % übergebenen Kapazitätsbelag verw. (F/m)
end

y_iq = g_i + li*omega*c_i; % Queradmittanzbelag (1/(Ohm m))
```

7.5 Parameterdefinition für Kapitel 4

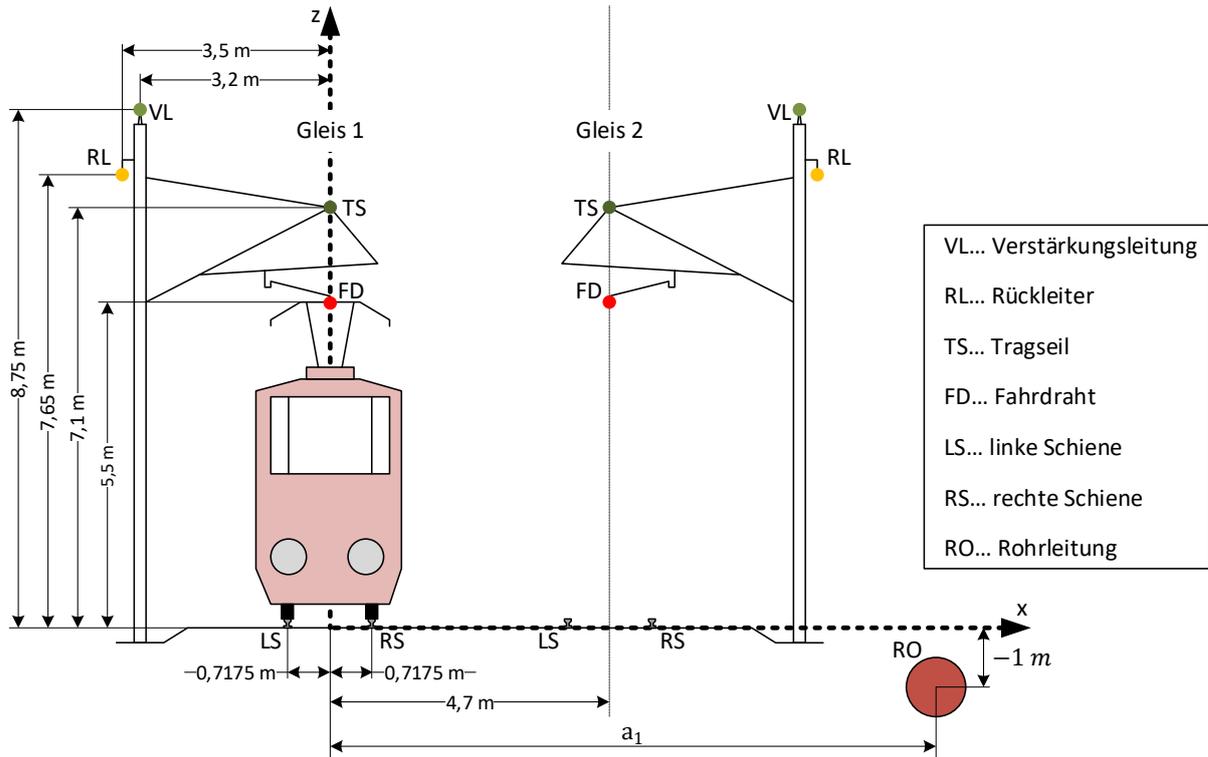


Abbildung 7-5: Höhen und Abstände der Leiter einer zweigleisigen Strecke [30]

Bahnstromsystem:

I_{Fd}	Strom durch den Fahrdraht (A)	$I_{Fd} = 1 \text{ kA}$
U_{Fd}	Spannung des Fahrdrahtes (V)	$U_{Fd} = 15 \text{ kV}$
Z_{Traf}	Impedanz Einphasenwechselstromtransformator [6, p. 428] (Ω)	$Z_{Traf} = 2,91 \cdot e^{\frac{i \cdot 84,5 \cdot \pi}{180}} \Omega$
Y_{verb}	Admittanz der Leitungsverbindungen (Gleisverbinder, Schienenverbinder, Verbindung Rückleiter-Schiene, Verbindung Tragseil-Fahrdraht, Verbindung Verstärkungsleitung-Fahrdraht)	$Y_{verb} = 1000 + j \cdot 0 \text{ 1}/\Omega$
f	Frequenz (Hz)	$f = 16,7 \text{ Hz}$
ω	Kreisfrequenz (1/s)	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 104,93 \text{ 1/s}$
ρ_E	Spezifischer Erdbodenwiderstand (Ωm)	$\rho_E = 100 \Omega m$
d_E	äquivalenter Abstand zum Erdrückleiter (m)	$d_E = 1612,3 \text{ m}$
l^S	Länge eines Segmentes (m)	$l^S = 100 \text{ m}$

Physikalische Konstanten:

μ_0	magnetische Feldkonstante (Vs/Am)	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$
ϵ_0	Permittivität des Vakuums (F/m)	$\epsilon_0 = 8,85432 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Technische Daten - Rohrleitung:

r_1	Leiterradius Rohrleitung (m)	$r_1 = 0,5$	m
t_1	Wandstärke der Rohrleitung (m)	$t_1 = 0,01$	m
Leitermaterial: Stahl			
$\mu_{r,ST}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,ST} = 200$	
$\rho_{L,ST}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,ST} = 0,16 \cdot 10^{-6}$	$\Omega m^2/m$
Rohrisolierung: Polyethylen			
ε_r	relative Permittivität der Isolierung	$\varepsilon_r = 5$	
r_u	auf die Fläche bezogener Umhüllungswiderstand (Ωm^2)	$r_u = 10^5$	Ωm^2

Technische Daten – Fahrdrabt:

r_2	Leiterradius des Fahrdrabts (m)	$r_2 = 0,005$	m
Leitermaterial: Kupfer			
$\mu_{r,K}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,K} = 0,9999936$	
$\rho_{L,K}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,K} = 0,01786 \cdot 10^{-6}$	$\Omega m^2/m$

Technische Daten – Verstärkungsleitung:

r_2	Leiterradius des Fahrdrabts (m)	$r_2 = 0,005$	m
Leitermaterial: Kupfer			
$\mu_{r,K}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,K} = 0,9999936$	
$\rho_{L,K}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,K} = 0,01786 \cdot 10^{-6}$	$\Omega m^2/m$

Technische Daten – Tragseil:

r_2	Leiterradius des Fahrdrabts (m)	$r_2 = 0,005$	m
Leitermaterial: Stahl			
$\mu_{r,ST}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,ST} = 200$	
$\rho_{L,ST}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,ST} = 0,16 \cdot 10^{-6}$	$\Omega m^2/m$

Technische Daten – Rückleiter:

r_2	Leiterradius des Fahrdrabts (m)	$r_2 = 0,005$	m
Leitermaterial: Kupfer			
$\mu_{r,K}$	relative Permeabilität	$\mu_{r,K} = 0,9999936$	
$\rho_{L,K}$	spezifischer Widerstand des Leiters ($\Omega m^2/m$)	$\rho_{L,K} = 0,01786 \cdot 10^{-6}$	$\Omega m^2/m$

Technische Daten – Schienen:

r_3	Leiterradius der linken Schiene (m)	$r_3 = 0,05$	m
$R_{3L,M}'$	Widerstandsbelag der linken Schiene (Ω/m)	$R_{3L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3}$	Ω/m
$X_{3L,M}'$	Innerer Reaktanzbelag der linken Schiene (Ω/m)	$X_{3L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3}$	Ω/m
$Y_{3q,F}'$	Querableitungsbelag der linken Fahrschiene ($1/\Omega m$)	$Y_{3q,F}' = 1 \cdot 10^{-3}$	$1/\Omega m$
r_4	Leiterradius der rechten Schiene (z-Achse) (m)	$r_4 = 0,05$	m
$R_{4L,M}'$	Widerstandsbelag der rechten Schiene (Ω/m)	$R_{4L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3}$	Ω/m
$X_{4L,M}'$	Innerer Reaktanzbelag der rechten Schiene (Ω/m)	$X_{4L,M}' = 0,1 \cdot 10^{-3}$	Ω/m
$Y_{4q,F}'$	Querableitungsbelag der rechten Fahrschiene ($1/\Omega m$)	$Y_{4q,F}' = 1 \cdot 10^{-3}$	$1/\Omega m$