In gleichen Zeittheilchen legt also der Leitstrahl gleiche Flächenräume zurück, sobald die beschleunigende Kraft nur stets gegen denselben Punkt hin gerichtet ist, nach welchem Gesetze im Uebrigen die beschleunigende Kraft mit der Entfernung von m sich ändern mag.

Die Eigenthümlichkeit, daß der Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume beschreibt, findet nur dann Statt, wenn der Mittelpunkt, von dem aus man die Leitstrahlen nach dem beweglichen Körper gezogen denkt, zugleich der Punkt ist, nach welchem die beschleunigende Kraft stets hinwirkt. Wirkte z. B. auf den in d angekommenen Körper nun eine beschleunigende Kraft, deren Richtung nicht in die Linie dm fällt, so würde der Körper am Ende des nächsten Zeittheilchens in irgend einem Punkte h ankommen, welcher nicht auf der mit dm parallelen Linie eg, sondern diesseits oder jenseits derselben liegt, das Dreieck dmh würde also größer oder kleiner sein als dam.

Da nun in der That der von dem Planeten zur Sonne gezogene Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume beschreibt, so ist klar, daß die Sonne den Centralpunkt bildet, gegen welchen die auf die Planeten einwirkenden beschleunigenden Kräfte stets gerichtet sind.

Abnahme der Centralkraft mit wachsender Entfernung von der Sonne. 87 Aus dem zweiten Kepler'schen Gesetze konnte man nur den Schluß ziehen, daß die Planeten stets gegen die Sonne hingetrieben, wir können also auch sagen, von der Sonne angezogen werden; in welchem Verhältniß aber diese anziehende Kraft der Sonne zu dem Abstande der Planeten von derselben stehe, das läßt das zweite Kepler'sche Gesetz, wie schon bemerkt wurde, völlig unentschieden, denn es findet Statt, welches auch das Gesetz sein mag, welchem dieses Verhältniß unterworfen ist. Dieses Gesetz ergiebt sich aber als nothwendige Folge aus dem dritten Kepler'schen Gesetze.

Nach dem dritten Kepler'schen Gesetze verhalten sich die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Abstände von der Sonne (Seite 141). Bezeichnen wir mit T und t die Umlaufszeiten, mit R und r die mittleren Abstände zweier Planeten, so haben wir also:

$$\frac{T^2}{t^2} = \frac{R^3}{r^3}.$$

Die Mechanik lehrt uns aber, daß, wenn ein Körper um einen Anziehungsmittelpunkt einen Kreis vom Halbmesser r während der Zeit t zurücklegt, alsdann die beschleunigende Kraft v, welche den Körper gegen den Mittelpunkt hintreibt, ist:

$$v = \frac{4\pi^2 r}{t^2}.$$

Für den Planeten, dessen Umlaufszeit T und dessen mittlerer Abstand von der Sonne R ist, haben wir demnach:

$$V = \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

folglich:

$$\frac{v}{V} = \frac{4\pi^2 r}{t^2} \cdot \frac{T^2}{4\pi^2 R} = \frac{r \cdot T^2}{R t^2}.$$

Nun aber ist $\frac{T^2}{t^2} = \frac{R^3}{r^3}$, folglich haben wir:

$$\frac{v}{V} = \frac{r}{R} \cdot \frac{R^3}{r^3} = \frac{R^2}{r^2},$$

das heißt mit Worten, die beschleunigenden Kräfte, welche die Planeten gegen die Sonne hintreiben, verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernung von der Sonne, ein Gesetz, welches sich wohl a priori voraussehen ließ, da es für alle Wirkungen in die Ferne gilt, insofern wir sie von einem Punkte ausgehend betrachten können.

Wird einem Körper, welcher der Wirkung einer Kraft ausgesetzt ist, die ihn stets gegen einen und denselben Punkt hintreibt, und deren Stärke im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung vom Centralpunkte steht, auf irgend eine Weise eine seitliche Geschwindigkeit mitgetheilt, so muß er, wie sich mit Hülfe höherer Rechnung nachweisen läßt, eine Curve beschreiben, welche nothwendig ein Kegelschnitt ist, und zwar hängt es von dem Verhältniß zwischen der Centripetalkraft und Tangentialkraft ab, ob die durchlaufene Curve eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel sein wird. Bei den Planeten kommen nur elliptische Bahnen vor, während bei Kometen möglicherweise auch parabolische Bahnen vorkommen. Die kreisförmige Bewegung ist nur ein specieller Fall der elliptischen, da der Kreis als eine Ellipse betrachtet werden kann, deren Excentricität Null ist, deren beide Brennpunkte also in einem zusammenfallen.

Da die Trabanten bei ihrem Umlauf um die entsprechenden Planeten gleichfalls die Kepler'schen Gesetze befolgen, so ist klar, daß die Kräfte, mit welchen die Planeten ihre Trabanten anziehen, demselben Gesetze unterworfen sind, wie die Anziehungskraft, welche zwischen der Sonne und den Planeten wirksam ist.

88 **Die allgemeine Schwere.** Ueber den Fall der Körper auf der Oberfläche der Erde nachdenkend, kam Newton auf die Idee, ob nicht vielleicht dieselbe Kraft, welche den Stein zur Erde herabfallen macht, also das, was wir die Schwere nennen, weit über die Gränzen der Atmosphäre hinaus, ja bis an den Mond reiche, daß nichts Anderes als die Schwere die Centralkraft sei, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde erhält.

Diese Idee läßt sich leicht prüfen. Auf der Erdoberfläche ist die beschleunigende Kraft der Schwere (die Endgeschwindigkeit der ersten Fallsecunde) gleich 9,8088 Meter. Der Mond ist nun 60mal so weit von dem Centrum der Erde entfernt, als ein Punkt auf der Erdoberfläche; wenn also die Schwerkraft bis an den Mond reicht, so muß dort ihre beschleunigende Kraft 60^2, also 3600mal geringer sein als auf der Erdoberfläche, sie wäre also $\frac{9,8088}{3600}$ $= 0,002724$ Meter.