

Flußparzellen auf das genaueste angegeben seyn. Der Fluß und Weg selbst wird nach seinen Krümmungen und seiner mittleren Breite, ohne ängstlich darauf zu sehen, daß letztere auf jedem Punct vollkommen genau sey, eingezeichnet. Im Falle aber die Ufer eines Flusses, Grabens 2c., oder die Ränder eines Weges, Parzellengrenzen bilden, muß ihre wahre Breite auch in allen Theilen auf das genaueste angegeben werden. Fig. 148.

Übrigens wird sich hierbey in Hinsicht auf die Colorirung, Schriftarten 2c. genau nach den in der Situationszeichnung gegebenen Regeln, oder nach eigens dießfalls erteilten Vorschriften und Instructionen gehalten. Stark aufgeriebene und rauh gewordene Blätter werden, damit die aufgetragenen Farben nicht fleckweise sitzen bleiben, früher mit Maunwasser überzogen, und wenn dieses getrocknet, nach (§. 254. 13) behandelt. Endlich werden die rein geschriebenen Berechnungsprotokolle, und bey Waldvermessungen auch die Vermessungstabelle (§. 280.) dem vollendeten Messungselaborate beygelegt.

## Zweiter Abschnitt.

Theilung der Flächen in gleiche oder verhältnißmäßige Theile oder in einzelne Grundstücke, wenn der Boden von einerley oder verschiedener Güte ist.

### A. Von der Theilung der Flächen überhaupt.

#### §. 283.

Wenn es sich ereignet, daß bisher unbenützte Gründe unter gewissen Bedingungen an verschiedene Parteyen zu vertheilen sind, oder daß die Mehrheit oder sämtliche Glieder einer Gemeinde mit einer frühern Theilung einer Ried oder Parthie nicht zufrieden sind, welches besonders bey den sogenannten Neurissen öfters der Fall ist, und deswegen der aufnehmende Geometer um eine neue Theilung angegangen wird, so nimmt dieser, während die vorschriftmäßige Anzeige und Einleitung bey den betreffenden Behörden getroffen wird, den Umfang der zu vertheilenden Fläche auf, und vollführt die Theilung selbst sodann nach den weiter unten folgenden Regeln.

**Fig.** Die Bedingungen, unter welchen geometrisch aufgenommene Flächen \*) in einzelne Grundstücke zu vertheilen kommen, sind gewöhnlich folgende:

1) Eine Fläche in eine vorgeschriebene Anzahl gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen, oder einen gewissen Theil oder mehre ungleiche davon abzuschneiden, wobey es gleichgültig ist, nach welchen Richtungen die Theilungslinien laufen, wenn nur die Flächentheile eine zum ökonomischen Gebrauche schickliche Figur erhalten.

2) Eine Fläche in eine verlangte Anzahl gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen, welche sowohl unter sich, als auch zur ganzen Fläche eine vollkommen ähnliche, oder bey unregelmäßigen Flächen nur möglichst ähnliche Gestalt erhalten; oder einen gewissen Theil oder mehre ungleiche davon abzuschneiden, bey welchen die Theilungslinien entweder mit einer Seite der Figur, oder mit einer andern beliebigen oder gegebenen Richtungslinie parallel laufen, oder einen gewissen Winkel einschließen.

3) Flächen von verschiedener Güte des Erdreichs gleich oder verhältnißmäßig zu vertheilen, oder Grundstücke verschiedener Gattung, z. B. Wiesen mit Feldern, oder Waldungen mit Wiesen oder Feldern u. dgl. nach gewissen Verhältnissen zu vertauschen, wobey in Hinsicht auf die Figur der Theile oder Richtungslinien das Vorige ebenfalls zu beachten ist.

Die Theilung nach 1) und 2) pflegt man geometrisch, die Theilung nach 3) hingegen geometrisch-ökonomisch zu nennen, weil im letzten Falle auch ökonomische Kenntnisse erforderlich sind.

Ohne uns auf die möglichen und denkbaren Fälle, die mehr bey Ziergärten u. dgl., als bey ökonomischen Grundstücken ihre Anwendung finden, einzulassen, können wir uns hier auf die bey Theilungen nutzbarer Grundstücke gewöhnlich vorkommenden Fälle um so eher beschränken, als in der Flächentheilung, angewandt auf Grundstücke, reine Dreyecke, Trapeze oder Trapezoide zu den äußerst seltenen Figuren gehören. Da die nöthigsten Theilungsfälle auf diese Figuren im theoretischen Theile von Seite 127 bis 134 schon vorgetragen sind; so wollen wir, nebst jenen Theilungsaufgaben, ehe wir zur Theilung selbst schreiten, nur noch folgende zwey als Vorbereitung voraus schicken.

---

\*) Kleine geradlinige Flächen von wenigen Seiten können gleich unmittelbar auf dem Felde eingetheilt werden, ohne daß man sie vorher geometrisch auf dem Papier entwirft.

§. 284.

**Aufgabe.** Ein unregelmäßiges Viereck (Trapezoid) in verhält- **Fig.**  
 nißmäßige (oder gleiche) Theile so zu theilen, daß die Theile zur  
 ökonomischen Benützung schickliche Figuren erhalten, und verlangten  
 Falles die Theilungslinien auch gerade sind. Es sey das Trapezoid  
 ABCD in zwey Theile zu theilen, die sich verhalten wie  $m : n$ , **151.**  
 z. B. wie  $2 : 3$ , und es sollen die Theilungslinien auf die Seiten  
 AD und BC stoßen.

**Auflösung.** 1) Man theile jene Seiten des Viereckes, wor-  
 auf die Theilungslinien treffen sollen, nach dem verlangten Verhält-  
 niße vermög Gmtr. 84. in E und G, verbinde einen dieser Punkte,  
 z. B. G mit einem Endpuncte der gegenüber liegenden Seite AD,  
 z. B. mit D, führe durch den anliegenden Punct B zu jener Seite  
 AD die Parallele BJ, und verbinde den Durchschnittspunct F mit  
 dem zweyten Theilungspuncte E, so ist EFG die verlangte Thei-  
 lungslinie, daß sich verhält die Fläche  $AEFGB : EFGCD = 2 : 3$ .

Denn man ziehe die Geraden BE und BD, so verhält sich  
 $BDG : GDC = 2 : 3$   
 daher ist  $BDG = \frac{2GDC}{3}$  } vermög Constr. und Gmtr. 143.

Aus gleichem Grunde ist  
 $BAE = \frac{2DBE}{3}$ ; also auch

$$BDG + BAE = \frac{2}{3} (GDC + DBE)$$

oder  $3 (BDG + BAE) = 2 (GDC + DBE)$   
 oder  $(BDG + BAE) : (GDC + DBE) = 2 : 3$  (Rf. 267.).

Ferner das Dreyeck DFE = DBE (Gmtr. 133. 1),  
 davon das gemeinschaftliche Dreyeck DHE,  
 so ist auch das Dreyeck BHE = FHD.

Nun ist  $BGFH + BHE + BAE = AEFGB$   
 oder  $BDG + BAE = AEFGB$  \*).

Aus gleichem Grunde ist  $GDC + DBE = EFGCD$  \*\*);  
 daher  $(BDG + BAE) : (GDC + DBE) = AEFGB : EFGCD$   
 und  $(BDG + BAE) : (GDC + DBE) = 2 : 3$  verm. obigen

folglich verhält sich  $AEFGB : BFGCD = 2 : 3$  (Rf. 72. I. u. 249).

\*) Wenn man für  $BHE = FHD$ , und sodann für  
 $BGFH + FHD = BDG$  setzt.

\*\*) Weil  $GDC + DFE = EFGCD$  ist, und wenn man für  
 $DFE = DBE$  substituirt.

Fig. 2) Hieraus erhellet nun leicht die Theilung in mehre gleiche 151. oder verhältnißmäßige Theile, indem man nur aus jedem Theilungspunct einer getheilten Seite des Viereckes eine Gerade zu einem Endpuncte der andern getheilten Seite zieht, sodann jeden Durchschnittspunct, der sich auf diesen Geraden durch die Parallele BJ ergibt, mit dem zugehörigen Theilungspuncte der andern getheilten Seite verbindet. Die Theilung muß jedoch so geführt werden, daß jene Parallele jedesmahl in das Viereck falle.

3) Daß übrigens jede gebrochene Theilungslinie EFG leicht in eine Gerade verwandelt werden könne, ohne die Gleichheit oder das Verhältniß der Flächen zu ändern, erhellet aus Gmtr. 154. und dem weiter unten folgenden Verfahren, wie unregelmäßige Grenzen in Gerade verwandelt werden.

4) Diese einfache, rein geometrische Theilungsart eines unregelmäßigen Viereckes gehört zu den brauchbaren bey kleinen Figuren; sie würde zu den vorzüglicheren gehören, wenn es bey größeren Figuren nicht so schwierig wäre, die Parallelen in größerer Entfernung auf dem Felde mit der hierzu erforderlichen Schärfe abzustecken; indem man diese Theilung, ohne die Fläche vorher geometrisch aufzunehmen und zu berechnen, durch eine bloße Messung und Theilung zweyer Linien, auf dem Felde unmittelbar vollführen könnte. Wie sie auf große unregelmäßige Figuren im Zusammenhange auszuführen wäre, wenn obige Schwierigkeiten nicht entgegen ständen, ist beyläufig aus Figur 157. zu ersehen. Übrigens wird bey so großen Flächen an seinem Orte ein eigenes, durch die Ausführung im Großen bewährtes, Verfahren angegeben werden, bey welchem keine Unregelmäßigkeit der Figur ihrer Theilung auch nicht das kleinste Hinderniß in Bezug auf Richtigkeit sich entgegen stellen kann.

## §. 285.

152. Aufgabe. Von einem Trapez ABCD ein anderes DCFE von einem verlangten Inhalte in der Richtung der zwey gleichlaufenden abzuschneiden.

Auflösung. Unter mehrern Lösungsarten dieser Aufgabe wählen wir als die zweckdienlichste folgende:

1) Man messe auf dem verjüngten Maßstabe diejenige von den zwey parallelen Seiten des gegebenen Trapez, an welcher der verlangte Flächeninhalt abgeschnitten werden soll, und dividire diesen durch jene: so ist der Quotient die Höhe eines Parallelogramm,

wozu **CD** die Grundlinie ist. Es betrage z. B. die abzuschneidende Fig. Fläche  $683^{\square}$ , und die gemessene Länge der Parallelen  $DC = 80,2$ ;  $152$ .

so ist  $\frac{683}{80,2} = 8,5 =$  der Höhe des Parallelogramm **DCFE** von der Grundlinie **DC** und Höhe  $ki$ , welches aber gegen die abzuschneidende Fläche um das Dreyeck **DIE** zu klein seyn würde.

2) Um daher die verlangte Fläche genau zu erhalten, beschreibe man mit der vorläufigen Höhe von  $8,5$  aus einem beliebigen Punct  $k$  der Geraden **DC** einen Bogen  $u$ , lege an seinem höchsten Punct ein Lineal, nur nach dem Augenmaße parallel zu **DC** an, und bemerke den Durchschnittspunct **E** des Lineals an der schiefen Seite **DA**, theile den Abstand **ED** in zwey gleiche Theile, lege das Lineal an dem Theilungspunct  $m$ , wieder nur nach dem Augenmaße parallel zu **DC** an, und messe auf diese Art die arithmetische mittlere Proportionale  $mn$ ; sie sey z. B.  $= 78,4$  gefunden worden.

3) Durch diese Länge dividire man nun die abzuschneidende Fläche, so wird der Quotient  $\frac{683}{78,4} = 8,7$  die Höhe des abzuschneidenden Trapez geben. Mit dieser Höhe von  $8,7$  beschreibe man nun aus zwey (so weit als möglich entfernten) Puncten  $k$  und  $g$  Bögen  $i$  und  $h$ , lege an ihre höchsten Puncte das Lineal, und ziehe längs desselben eine Gerade; so wird diese  $ih$  neben der vorigen **EF** etwas weiter von **DC** liegen, aber mit ihr parallel seyn, und den verlangten Flächeninhalt bis zur praktischen Unmerklichkeit so genau abschneiden, daß man eine durch Wiederholung vorzunehmende Verbesserung mit dem Zirkel nicht mehr fassen und auftragen kann.

4) Eine solche Verbesserung ist selten, und nur dann vorzunehmen nothwendig, wenn **AB** in Vergleichung mit **DC** so beträchtlich kurz ist, daß bey Verlängerung der zwey schiefen Seiten **DA** und **CB** ihr Durchschnitt nicht viel weiter von der Geraden **AB** absteht, als diese selbst lang ist; aber auch in diesem Falle ist nur dann eine Verbesserung vorzunehmen nöthig, wenn das verlangte Stück von der schmälern Seite **AB** abgeschnitten, und jeder Theil einem andern Eigenthümer zugetheilt werden soll. Im letzteren Falle muß sodann der senkrechte Abstand oben unter 3) wenigstens bis auf  $\frac{1}{4}$  Fuß bestimmt werden, weil, obschon sie auf dem Papier nicht bemerkbar gemacht werden können, sie doch in der Wirklichkeit auf dem Felde bestimmt angegeben werden müssen, indem  $\frac{1}{4}$  Fuß Breite durch die ganze Länge der Theilungslinie, die öfters mehre hundert Klaftern

**Fig. 152.** lang seyn kann, schon eine bedeutende Fläche abschneidet. Hingegen ist bey der Eintheilung einer Fläche, wo die Theile bey einem und demselben Eigenthume verbleiben, fast nie nöthig, eine Verbesserung vorzunehmen.

5) Das Verbessern selbst aber geschieht auf folgende Weise: Es sey z. B.  $EF$  bereits nach dem Vorhergehenden gezogen, und die Fläche  $EDCF$  gegen das verlangte abzuschneidende Stück um  $18^\circ$  zu groß gefunden worden, so dividire man diesen Unterschied 18 durch die Länge  $EF = 76,8$ , trage den Quotienten  $\frac{18}{76,8} = 0,2$  von der Geraden  $EF$  senkrecht gegen  $DC$  zurück: oder weil sich ein so kleines Maß nicht genau abgreifen und auftragen läßt, so ziehe man diesen Quotienten von dem oben unter 3) bestimmten ab, beschreibe mit dem Reste  $8,7 - 0,2 = 8,5$  die Bögen  $h$  und  $i$  wie oben, und führe durch ihre höchsten Punkte eine Parallele zu  $DC$ ; so wird dadurch der verlangte Flächeninhalt genau abgeschnitten seyn.

a) Wie ein Trapez  $ABCD$  in gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen sey, wobey die Theilungslinien die Richtung  $EF$  haben, und folglich auch die Theile Trapeze sind, erhellet nun leicht aus dem so eben gezeigten Verfahren. Wie aber ein Trapez in die erst genannten Theile zu theilen ist, wobey die Theilungslinien auf die zwey gleichlaufenden Seiten desselben stoßen, und daher auch die Theile Trapeze sind, ist schon (Gmtr. 154. 15) gezeigt worden.

## B. Theilung der Flächen in gleiche oder verhältnißmäßige Theile, wenn der Boden von einerley Güte angenommen werden kann.

### §. 286.

Nach diesen Vorbereitungen sind wir nun im Stande, jede vielseitige Figur oder jedes Grundstück, sie mögen von geraden oder krummen Linien begrenzt seyn, in gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen, oder einen gewissen Theil oder mehre ungleiche davon abzuschneiden, welche sowohl unter sich als auch mit der ganzen zu theilenden Fläche eine ähnliche Gestalt haben; oder auch deren Theilungslinien mit einer gegebenen Linie, in- oder außer der Figur, parallel laufen, oder einen gewissen Winkel einschließen.

§. 287.

Aufgabe. Eine vierseitige Fläche  $ABCD$ , welche im Ganzen Fig. auf  $7\frac{1}{4}$  Loth =  $11600$   $\square$  berechnet worden ist, soll unter vier Par- 153.  
teyen so vertheilt werden, daß

die erste Partey . . . . .  $\frac{3}{4}$  Loth;  
» zweyte „ . . . . . 2 „  
» dritte „ . . . . . 1 „  
und die vierte den Rest von . . . . .  $3\frac{1}{2}$  „

bekomme. Vermög Bedingung sollen die Theile unter sich und auch mit der ganzen Fläche ähnliche Figuren erhalten, die Theilungslinien auf die zwey schmalen Seiten  $AD$  und  $BC$  stoßen, und die Theile selbst nach der angeführten Ordnung von  $DC$  gegen  $AB$  abgeschnitten werden.

Auflösung. 1) Man drücke vor Allem die gebrochenen Verhältnißzahlen ohne Veränderung ihres Werthes in ganzen Zahlen aus, nämlich  $\frac{3}{4} : 2 : 1 : 3\frac{1}{2}$  oder  $\frac{3}{4} : \frac{8}{4} : \frac{4}{4} : (\frac{7}{2} = \frac{14}{4})$  oder in  $3 : 8 : 4 : 14$  (Nk. 253. 2); hierauf theile man die zwey Seiten, auf welche die Scheidungslinien stoßen sollen, nach diesen Verhältnissen ein (Gmtr. 84.), und verbinde die Theilungspuncte durch gerade Linien; so werden die Theile unter sich und mit der ganzen Fläche möglichst ähnlich seyn, und beyläufig schon die verlangten Flächen enthalten.

2) Durch diese Theilung ist zwar jeder Theil dem verlangten Inhalte ziemlich angenähert worden, da jedoch die zu theilende Fläche kein Parallelogramm ist, so bedarf jeder Theil noch eine kleine Verbesserung. Man berechne daher jeden Theil für sich (§. 278.), und addire den zweyten Theil zum ersten, den dritten zur Summe der zwey vorhergehenden u. s. w.; mit einem Worte: man addire jedesmahl den nachfolgenden Theil zur Summe aller vorhergehenden, und schreibe jede Summe besonders an: so wird die letzte Summe den Inhalt der ganzen Figur wie oben, enthalten. Ein Unterschied, der nicht  $\frac{1}{200}$  der ganzen Fläche übersteigt, wird unter alle Theile verhältnißmäßig vertheilt (§. 278. 12), bey einem größern Unterschiede muß der Fehler aufgesucht werden. Es betrage z. B. hier in diesem Falle

der Theil I . . . . .	1187 $\square$
die Summe aus I + II . . . . .	4525 „
„ „ „ I + II + III . . . . .	8818 „
„ „ „ I + II + III + IV . . . . .	11635 „
= dem Inhalte der ganzen Figur.	

**Fig. 153.** 3) Nun finde man bey Vergleichung, daß der berechnete Inhalt des ersten Theiles gegen denjenigen, welchen derselbe vermög Bedingung enthalten soll, z. B. um  $1200 - 1187 = 13^\circ$  zu klein sey, daher muß dieser Abgang vom zweyten Theile abgeschnitten werden. Man dividire diesen Unterschied  $13^\circ$  durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie  $ad = 109,2^\circ$ , trage den Quotienten  $\frac{13}{109,2} = 0^\circ,119^*$ )

senkrecht auf die Theilungslinie  $ad$  gegen den zweyten Theil auf, und ziehe zur vorläufigen Theilungslinie die Parallele  $ad$  nach Gmtr. 43. 2): so wird diese die verlangte Fläche von  $1200^\circ = \frac{3}{4}$  Foch für den ersten Theil abschneiden. Da diese gefundene Höhe des abzuschneidenden Ergänzungstrapez auf dem Papiere nicht ausgedrückt werden kann, aber für die wirkliche Theilung auf dem Felde nicht vernachlässigt werden darf, weil jener Unterschied  $13^\circ$  schon größer als die geduldete Abweichung  $\frac{1}{200}$  des abzuschneidenden ersten Theiles ist. Es wird daher diese gefundene Höhe von  $0^\circ,119 = 0^\circ,12$  im Theilungsprotokoll einstweilen vorgemerkt, und nachher auf dem Felde gehörig aufgetragen.

4) Da es in der praktischen Geometrie Grundsatz ist, der Mittheilung und Anhäufung der unvermeidlichen Operationsabweichungen überall vorzubeugen und Schranken zu setzen (§. 13. 6); so addire man hier, damit der letzte Theil, wenn die übrigen schon abgeschnitten sind, nicht etwa zu groß oder zu klein ausfalle, die Flächen, welche der erste und zweyte Theil wirklich erhalten soll, zusammen, vergleiche ihre Summe  $= \frac{3}{4} + 2$  Foch  $= 4400^\circ$  mit der vorläufig bestimmten Summe  $= 4525^\circ$  dieser zwey Theile, und schneide den Überschuß  $4525 - 4400 = 125^\circ$ , um welchen hier die vorläufig berechnete Fläche dieser zwey Theile zu groß ist, davon ab. Man dividire nämlich wieder wie vorhin, die abzuschneidende Fläche  $125^\circ$  durch die vorläufige Theilungslinie  $be = 116,5$ , trage, weil hier ein Überschuß abzuschneiden ist, den Quotienten  $\frac{125}{116,5} = 1^\circ,07$ , nämlich  $1^\circ$  senkrecht auf  $be$  gegen  $ad$  zurück, und ziehe die neue Theilungslinie (die hier zum Unterschiede

\*) Es ist hier durchaus das 10theilige Maß beybehalten, welches erforderlichen Falles durch die bekannten Auflösesezahlen leicht auf das 12theilige zu reduciren ist (N. 121.); demnach sind  $0^\circ,119 = 8\frac{1}{2}''$  Duodecimalmaß.

scharf gezogen ist), parallel zu der vorläufig bestimmten; die 7<sup>te</sup> Fig. aber merke man im Theilungsprotokoll indessen vor, welche nachher 153. auf dem Felde noch weiter gegen *ad* aufzutragen kommen.

5) Obgleich hier der abgeschnittene Theil so bestimmt wurde, als ob derselbe ein Parallelogramm wäre, da er doch ein Trapez ist, so hat dieses Verfahren dessen ungeachtet seine vollkommene praktische Richtigkeit, weil der dadurch sich ergebende theoretische Unterschied für die Ausübung als unmerklich verschwindet, welches auch für nachfolgende ähnliche Fälle gilt. Es liegt in den Vortheilen dieser Theilungsmethode, daß man auf diese einfache Art die Theile vollkommen richtig erhält, indem man diese durch die vorläufige Theilung ihrer richtigen Fläche schon ziemlich annähert, und daher die Ausgleichung durch das Abschneiden eines Trapez nach der §. 285. gezeigten Weise nicht anzuwenden nöthig hat; die aber jedesmahl angewendet werden muß, wenn der auf obige Art gefundene Quotient beträchtlich, etwa einige Klaftern groß ist. Wovon weiter unten mehr.

6) Auf eben diese Weise bestimmt man die dritte und alle noch übrigen Theilungslinien, woben man jedesmahl die unter 4) gebrauchte Vorsicht, die Mittheilung der Fehler zu verhindern, gehörig beachten muß; und so wird nachher der letzte Theil seine gehörige Größe von selbst erhalten, ohne daß es nöthig ist, ihn zur Überzeugung, ob er etwa zu groß oder zu klein ausfalle, noch einmahl zu berechnen.

7) Damit man im Stande ist, die auf dem Papier bestimmten Theilungslinien nachher auf dem Felde auch abzustechen und kennbar zu machen, muß man schon bey der Aufnahme einer solchen, zur Vertheilung bestimmten Fläche, den Bedacht dahin nehmen, daß an ihrem Umfange, und nach Maßgabe ihrer Ausdehnung auch im Innern derselben, besonders, wenn die Theilungslinien einige Mahle sich brechen, mehre Punkte auf dem Meßtische bestimmt, und auf der Erde mit Pflocken gut bezeichnet werden, um sie nachher bey der wirklichen Vertheilung als Fixpunkte zu benützen, von welchen aus die Theilungspunkte, und durch diese die Theilungslinien vermittelst Pflocke bezeichnet und durch aufgeworfene Grenzfurchen sichtbar gemacht werden können. Gesezt hier bey dieser Figur wären die vier Endpunkte auf diese Art bezeichnet worden: so messe man, um die erste Theilungslinie *ad* auf dem Felde abzustechen, nach dem verjüngten Maße den Abstand *Da* z. B. = 5°,2, trage ihn nebst den oben vorgemerkten 0°,119, also im Ganzen 5°,319 im wirklichen Maße

**Fig.** von **D** gegen **A** auf, und lasse in diesem Punkte *a* einen mit dem  
**153.** Namen des Eigenthümers beschriebenen und mit der Schrift gegen das  
 Eigenthum gekehrten Pflock in die Erde schlagen.

8) Um den Endpunct der zweyten Theilungslinie auf dem Felde zu bestimmen, messe man gleichfalls vom Anfangspuncte **D** den Abstand **D*b*** nach dem verjüngten Maße, z. B. =  $16^{\circ},4$ ; ziehe aber die oben unter 4) vorgemerkten  $0^{\circ},07$  davon ab, trage den Rest  $16^{\circ},4 - 0^{\circ},07 = 16^{\circ},33$  im wirklichen Maße von **D** gegen **A**, und lasse den auf diese Art bestimmten Punct mit einem gehörig beschriebenen Pflock auch bezeichnen.

9) Auf gleiche Weise werden sowohl auf dieser Seite **DA**, als auch auf jener **CB** alle noch übrigen Endpuncte der Theilungslinien auf dem Felde bestimmt. Zur Überzeugung, daß im Auftragen der Maße kein Fehler unterlaufen sey, werden auch die Abstände *cA* und *fB* des letzten Theiles gemessen, und mit dem verjüngten Maße der gleichnamigen Linien auf dem Tische verglichen.

10) Wären die Seiten **DA** und **CB** einer Figur sehr lang, so müßten die Kettenmaße von einem ungefähr in der Mitte bestimmten Punct auf die Art aufgetragen werden, wie §. 238. unter 11) gezeigt worden ist. Gleicher Maßen müßten, wenn bey einer Figur die Seiten **DC** und **AB** sehr lang wären, oder auch, wenn man sonst wegen Hindernisse von einem Ende zum andern nicht sehen könnte, Zwischenpuncte bestimmt werden, von welchen aus nachher die Breiten der Theile aufzutragen wären. In diesem Falle, und auch, wenn bey der Aufnahme zu wenig solche Puncte bestimmt worden, oder die bestimmten wieder verloren gegangen wären, ziehe man in den nöthigen Abständen **D*m*** und **A*n***, **B*p*** und **C*q*** gerade Linien *mn* und *pq* über die Theilungslinien, so, daß diese von jenen ziemlich senkrecht durchschnitten werden, trage im wirklichen Maße eben so viele Klaftern zc. von **D** bis *m*, **A** bis *n*, **B** bis *p* und **C** bis *q*, als die gleichnamigen Linien auf dem Messtische nach dem verjüngten Maße gezeigt haben, und lasse in diesen Puncten die nöthigen Fahnen oder Wiskräbe errichten.

11) Nun bestimme man auf gleiche Art, wie vorhin, die Puncte *u*, *w*, *y*, ... auf dem Felde, mit Rücksicht auf das unter 3) und 4) vorgemerkte Maß, welches mit dem Zirkel nicht auf das Papier getragen werden konnte, jedoch im wirklichen Maße nicht vernachlässigt werden darf.

12) Endlich werden auf jeder Theilungslinie in den bestimmten

Puncten  $a, u, v, \dots$  Fahnen oder Stäbe errichtet, mittelst Fig. 153. welchen die nöthigen Zwischenpuncte bestimmt werden, die man einsteilen bis zur gerichtlichen Vermarkung mit starken, tief in die Erde getriebenen Pfählen bezeichnen läßt.

a) Es versteht sich von selbst, daß das Papier nicht eher vom Tischblatte abgeschnitten werden darf, bis alle Theilungslinien auf dem Felde bestimmt sind.

## §. 288.

Aufgabe. Ein an einem Flusse liegendes Grundstück, z. B. 154. von 3 Loth 953<sup>o</sup>, soll unter drey Personen, A, B und C zu gleichen Theilen so vertheilt werden, daß die Theile unter sich und dem Ganzen möglichst ähnlich sind, und die Theilungslinien in einer solchen Richtung auf den Fluß stoßen, daß jeder Interessent von der Wegspielung oder Überschwemmung desselben gleich stark ins Mitleid gezogen werde.

Auflösung. 1) Man ziehe in derjenigen Strecke, wo das zu theilende Grundstück mit seinen äußersten Puncten auf das Ufer des Flusses stoßt, durch seine mittlere Richtung eine gerade Linie  $UV$ , verlängere die äußerste Richtung des Grundes, nämlich  $mp$  und  $nq$ , bis jene Linie in den Puncten  $s$  und  $t$  geschnitten wird, theile sowohl den Abstand  $st$  als auch  $mn$  nach Omtr. 84. in so viel gleiche Theile, als Interessenten sind, hier in drey, und ziehe die vorläufigen Theilungslinien  $ac$  und  $bd$ : so werden dadurch die Theile möglichst ähnlich, und bis auf eine kleine Verbesserung auch ziemlich gleich, so wie die Uferlinien am Flusse unter die Interessenten möglichst ausgeglichen. Oder richtiger: Man theile die krumme Uferlinie  $pfhg$  in drey gleiche, oder nach Verlangen in verhältnißmäßige Theile, u. s. w.

2) Hierauf berechne man jeden Theil für sich, addire jeden nachfolgenden Theil zur Summe aller vorhergehenden, und schreibe jede solche Summe besonders auf, so wird die letzte Summe den ganzen Inhalt der zu vertheilenden Fläche enthalten, welche mit dem gegebenen, oder früher aus der ganzen Figur berechneten Flächeninhalt verglichen, nöthigen Falls rectificirt, oder von Neuem berechnet werden muß (§. 287. 2).

Es betrage z. B. der Theil A . . . . .	1975 <sup>o</sup>
die Summe von A + B . . . . .	3776 „
„ „ „ A + B + C . . . . .	5754 „ = dem

Inhalte der ganzen Figur.

Fig. 154. 3) Wäre durch Übereinkunft der Interessenten auf irgeni in Weise, etwa durch das Loos, bestimmt, daß die Theile von der linken gegen die rechte Seite hin nach der angeführten Ordnung abgeschnitten werden sollen; so vergleiche man den berechneten Theil des ersten Interessenten A mit demjenigen, welchen er vermög Bedingung erhalten soll, und schneide den Überschuß davon ab, oder den Abgang von dem anliegenden Theile hinzu. In unserm Falle soll jeder eine Fläche von  $\frac{5753}{3} = 1918^{\square}$  erhalten, diesem nach hat A um  $1975 - 1918 = 57^{\square}$  zu viel. Man dividire diesen Überschuß  $57^{\square}$  durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie  $ef = 68,7$ , trage den Quotienten  $\frac{57}{68,7} = 0,83$  auf die vorläufige Theilungslinie  $ef$  senkrecht auf, und ziehe zu derselben eine Parallele, so wird diese (scharf gezogene Linie) den verlangten Inhalt des Theiles A abschneiden.

4) Um den zweyten Theil B abzuschneiden, nehme man das oben gefundene Drittel  $= 1918^{\square}$ , welches jeder Interessent wirklich erhalten soll, doppelt, und vergleiche diese Fläche  $1918 \cdot 2 = 3836$  mit der oben berechneten Summe der Theile A und B  $= 3776$ ; so zeigt sich hier ein Unterschied von  $60^{\square}$ , welcher als Ergänzungstheil zu dem Theile B noch hinzu gemessen werden muß. Man erhält das Ergänzungstrapez eben so wie vorhin. Ist aber die Fläche zwischen  $i$  und  $k$  nutzloser Boden, daher bey der Berechnung der ganzen Fläche, so wie bey den einzelnen Theilen, als solcher abgeschlagen worden, so darf er auch bey der Theilung nicht in Anschlag gebracht werden. Man dividirt in diesem Falle anstatt mit der ganzen Länge  $bh$ , nur mit der Länge  $bi + kh = 66,2$  in dem obigen Unterschied, trägt den Quotienten  $\frac{60}{66,2} = 0,9$  von der vorläufigen Theilungslinie  $bh$  senkrecht gegen den dritten Theil C auf, und zieht zu derselben eine Parallele: so wird dadurch die richtige Fläche des zweyten und dritten Theiles zugleich abgeschnitten.

5) Nach dem bisher Gesagten erhellet nun deutlich, wie zu verfahren sey, wenn eine solche Figur unter den obigen Bedingungen in verhältnißmäßige Theile zu vertheilen wäre.

a) Das Ausstecken der Theilungslinien auf dem Felde mit Rücksicht auf die Maße, welche mit dem Zirkel nicht aufgetragen werden konnten, geschieht ganz nach der im vorigen §. 287. beschriebenen Weise.

§. 289.

Aufgabe. Eine Fläche in  $n$ , z. B. in 5 gleiche Theile zu Fig. theilen, in welcher alle Theilungslinien mit einer gegebenen Linie  $NS$  155. parallel laufen.

Auflösung. 1) Man ziehe eine gerade Linie  $UV$  in einer solchen Richtung über die zu theilende Figur, daß sie auf der gegebenen Richtungslinie  $NS$  ziemlich senkrecht stehe, und die, bey einem so unregelmäßigen Umfange der Figur, wie hier, weder die entferntesten noch die nächsten Eckpuncte verbindet.

2) Hierauf theile man diese mittlere Diagonale  $UV$  nach Omtr. 84. in so viel gleiche Theile, als die Fläche deren enthalten soll, hier in fünf, und ziehe durch die Theilungspuncte 1, 2, 3... parallele Linien zur gegebenen Richtungslinie  $NS$  über die ganze zu theilende Fläche, so wird diese vorläufige Theilung die gegebene Fläche in die verlangte Anzahl der Theile von ziemlich gleichem Inhalte theilen.

3) Nun berechne man jeden Theil  $A, B, C...$  für sich, und schreibe die Fläche eines jeden nachfolgenden Theiles zur Summe aller vorhergehenden, so enthält die letzte Summe den Inhalt der ganzen Fläche. Es sey z. B.

der Theil $A$	. . . . .	=	2014 <sup>o</sup>
die Summe der Theile $A + B$	. . . . .	=	3840 „
„ „ „ „ $A + B + C$	. . . . .	=	5585 „
„ „ „ „ $A + B + C + D$	. . . . .	=	7280 „
„ „ „ „ $A + B + ... + E$	. . . . .	=	9281 „
= der ganzen Fläche.			

4) Dividirt man nun diese letzte Summe durch die Anzahl der Theile, so erhält man die Fläche, die jeder Theil enthalten muß; hier ist also die Größe eines jeden Theiles =  $\frac{9281}{5} = 1856^o$ .

5) Vergleicht man diese Fläche mit der obigen vorläufig berechneten, z. B. des Theiles  $A$ , so findet man, daß er um  $2014 - 1856 = 158^o$  zu groß ist. Um sofort diesen Überschuß  $158^o$  abzuschneiden, dividirt man denselben durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie  $ae$ , z. B. =  $85^o,3$ , und trage die gefundene Höhe des abzuschneidenden Trapez, nämlich  $\frac{158}{85,3} = 1^o,8$  senkrecht auf  $ae$  gegen den ersten Theil zurück. Man beschreibe zu diesem Ende mit einer Zirkelöffnung von  $1^o,8$  aus zwey beliebigen Puncten,

**Fig. 155.** welche auf der vorläufigen Theilungslinie möglichst weit entfernt liegen, Bögen, und ziehe zu derselben eine Parallele nach Gmtr. 43. 2); so wird dadurch die richtige Fläche des Theiles *A* abgeschritten.

6) Um den zweyten Theil *B* abzuschneiden, nehme man die oben unter 4) bestimmte Fläche doppelt, und vergleiche diese  $1856 \cdot 2 = 3712^\circ$  mit der oben unter 3) vorläufig berechneten Fläche von *A + B*. Für den dritten Theil *C*, nehme man die bestimmte Fläche  $1856$  dreyfach, vergleiche sie mit der vorläufigen Summe von *A + B + C* u. s. w., und verfare übrigens ganz so, wie vorhin unter 5); so erhalten auf diese Art alle vorläufig abgeschrittenen Theile ihre wahre Fläche.

7) Wenn es sich ereignet, daß zwischen der vorläufigen und wahren Theilungslinie die Umfangslinien gebrochen wären, wie bey *c*, welches unter Lit. *M.* vergrößert vorgestellt ist, so ziehe man von einem solchen Winkel, wie hier *t* (der übrigens auch ausgehend seyn kann), eine Parallele *tu* zur vorläufigen Theilungslinie *cg*, berechne das Trapez *ctug*, und ziehe seinen Inhalt z. B.  $= 28^\circ$  von dem abzuschneidenden Ergänzungstrapez, z. B.  $= 91^\circ$  ab, dividire den Rest  $91 - 28 = 63^\circ$  durch die Gerade  $ut = 89^\circ$ , trage den Quotienten  $\frac{63}{89} = 0^\circ,7$  wie vorhin auf *tu* senkrecht, und zwar hier vorwärts gegen *D* auf, und ziehe endlich zu *cg* die wahre Theilungslinie *sw* parallel.

Wäre auch die andere Umfangslinie *gs* gebrochen, und beyde Punkte *t* und *v* fielen nicht in eine Parallele, so verfare man hierbey, und auch wenn mehre solche Brechungen zwischen *cw* oder *gs* vorkämen, theilweise ganz so, wie erst gezeigt worden ist. Bey dieser Theilungsmethode aber wird es selten nöthig, eine solche Verbesserung vorzunehmen, noch weniger aber zu wiederholen, besonders wenn man die vorläufige Theilungslinie, z. B. *cg* anstatt neben dem Winkel *t* sogleich durch *t* selbst zieht.

8) Um endlich auch die wahre Theilungslinie des vorletzten und letzten Theils zu bestimmen, multiplicire man die oben für Einen Theil bestimmte Fläche  $1856^\circ$  mit der Anzahl aller Theile weniger 1, d. i. hier mit  $5 - 1 = 4$ , und vergleiche diesen vierfachen Theil  $1856 \cdot 4 = 7424^\circ$  mit der vorläufig bestimmten Summe von 4 Theilen *A* bis *D*  $= 7280^\circ$ . Da hier die abzuschneidende Fläche  $7424 - 7280 = 144^\circ$  schon ziemlich beträchtlich ist, so kann man sie ohne merklichen Fehler nicht wie bisher als Parallelogramm behandeln,

sondern sie muß als Ergänzungstrapez, nach §. 285. abgeschnitten werden. Weil aber, wegen der abzuschlagenden nutzlosen Fläche zwischen  $i$  und  $k$ , hier ein besonderer Fall vorkommt, so wollen wir das Verfahren dabey in Bezug auf §. 285. näher beschreiben. Fig. 155.

9) Man dividire die abzuschneidende Fläche durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie, hier aber nur durch  $hi + kd$ , z. B.  $= 65^{\circ},6$  (§. 288. 4), und trage den Quotienten  $\frac{144}{65,6} = 2^{\circ},2$  senkrecht auf  $hd$  gegen den letzten Theil, z. B. bis  $n$ , lege an diesen Punct ein Lineal (nur nach dem Augenmaße) parallel zu  $hd$ , bemerke den Durchschnittspunct  $m$  am Umfange, theile den Abstand  $mh$  in zwey gleiche Theile  $mo = oh$ , lege nun das Lineal an  $o$  wieder parallel zur vorläufigen Theilungslinie  $hd$  an, messe neben demselben die Theile  $op + qx$ , z. B.  $= 67^{\circ},2$  und dividire mit dieser Länge die abzuschneidende Ergänzungfläche, so erhält man die Höhe  $= \frac{144}{67,2} = 2^{\circ},14$ . Nun führe man in der Entfernung von  $2^{\circ}$  zu  $hd$  die Parallele  $mt$  vermög Gmtr. 43. 2); so wird dadurch die erforderliche Ergänzungfläche möglichst genau abgeschnitten. Die  $0^{\circ},14$  aber werden vorgemerkt, und auf dem Felde nachher von der Theilungslinie noch weiter gegen den letzten Theil aufgetragen.

10) Das jenseits des Zeiches liegende, der Partey  $E$  gehörige kleine Stück ist für diese immerhin etwas unbequem, hingegen für die Partey  $D$  zur Bewirthschaftung gelegener. Sollten diese zwey Parteyen eine Vertauschung verlangen, so berechne man den Flächeninhalt dieses abgeschnittenen Stückchens, z. B.  $= 44^{\square}$ , und dividire mit der Länge der vorher bestimmten, dießseits liegenden Theilungslinie  $mr = 62^{\circ}$ , trage den Quotienten  $\frac{44}{62} = 0^{\circ},7$  von  $mr$  gegen den Theil  $D$  zurück senkrecht auf, und ziehe durch diesen Punct eine Parallele zu  $mr$ .

11) Da man hier keine Überzeugung hatte, ob im Berechnen des Flächeninhaltes nicht etwa ein Fehler unterlaufen sey, so müssen die Breiten des letzten Theiles auf dem Felde, nachdem schon alle übrigen nach §. 267. 9) aufgetragen sind, gemessen, und mit den gleichnamigen auf dem Tische verglichen werden. Indessen ist es immer besser, eine Fläche, die zur Theilung bestimmt ist, schon vor dieser nach §. 274. im Ganzen, und sodann nach der vorläufigen Theilung jeden Theil nach §. 278. zu berechnen, und ihre Summe

**Fig.** mit der ganzen Fläche, wie §. 287. 2), geschah, zu vergleichen,  
**155.** wo sodann ein Fehler leicht aufgesucht und berichtigt, oder eine kleine Abweichung unter alle Theile verhältnißmäßig vertheilt werden kann.

12) Wäre eine Fläche bey bestimmter Richtung der Theilungslinien quer durch einen Fahrweg, Bach u. dgl. etwa in der Richtung  $UV$ , oder auch in einer gebrochenen Richtung durchschnitten, so muß bey Bestimmung einer jeden Theilungslinie die Breite eines solchen Gegenstandes von der Länge der vorläufigen Theilungslinie, wie vorhin unter 9) abgeschlagen, und mit dem Reste der Quotient oder der Abstand der wahren Theilungslinie von der vorläufigen bestimmt werden.

13) In Hinsicht auf das Abstecken der Theilungslinien gilt hier eben das §. 287. dießfalls gezeigte Verfahren.

14) Wenn eine solche Fläche in verhältnißmäßige Theile unter den übrigen Bedingungen zu theilen wäre, so ist es nach dem bisher Gesagten deutlich, daß nur die mittlere Diagonale  $UV$  nach den verlangten Verhältnissen vermög Omtr. 84. zu theilen, und die übrige noch nöthige Berichtigung durch Abschneiden der Ergänzungsflächen ganz nach dem bisherigen Verfahren vorzunehmen seyen.

a) Die auspringenden Ecke bey einer Figur, wie  $A$ , sind, besonders zur Feldwirthschaft, immer unbequem, man kann dieselben aber in einem solchen Falle, wo die Richtung der Theilungslinien durch Umstände nicht absolut bestimmt wird, leicht vermeiden, wenn man den Theilungslinien eine andere, hier etwa die Richtung  $PQ$  gibt, und übrigens so wie oben verfährt. Oder man kann eine solche unreguläre Grenze im Einverständnisse des angrenzenden Besitzers ohne Nachtheil in eine gerade verwandeln; man lese unten §. 299.

### §. 290.

**156.** Aufgabe. Eine Fläche, innerhalb welcher ein Teich (Weiher) liegt, unter mehre Personen so zu vertheilen, daß die Theilungslinien alle auf den Umfang des Teiches stoßen.

Auflösung. 1) Die Vertheilung mag in gleiche oder verhältnißmäßige Theile geschehen, so nehme man in jedem Falle innerhalb der Figur einen beliebigen Punct  $M$  an, ziehe aus demselben nach allen Ecken der Figur und des Teiches gerade Linien, berechne zuerst die Dreyecke  $AMB$ ,  $BMC$ ,  $CMD$ ,  $DME$ , . . . . , und nachher auch die Figuren  $aMb$ ,  $bMc$ ,  $cMd$ ,  $dMe$  . . .

2) Hierauf ziehe man jede kleinere dreyeckförmige Figur von

seinem größern Dreyecke ab, so erhält man die zu vertheilende Fläche, wenn man die trapezförmigen Theile

$$AMB - aMb = AabB$$

$$BMC - bMc = BbcC$$

$$CMD - cMd = CcdD$$

u. s. w.

nach und nach vermög §. 287. 2) summirt. Gesezt es betrage der Theil  $AabB$  oder kürzer  $Ab = 786^\circ$

Die Summe aus  $Ab + bC = 946$  „

„ „ „  $Ab + bC + cD = 1194$  „

u. s. w.

und die Summe aller Theile. =  $8840^\circ$ .

3) Soll diese Fläche nun z. B. in 10 gleiche Theile getheilt werden, so kommen auf einen Theil  $884^\circ$ .

4) Die Summe der Flächen  $Ab$  und  $cC$  stimmt mit demselben am nächsten, und ist um  $946 - 884 = 62^\circ$  zu groß. Da hier für die Theilungslinien keine bestimmte Richtung bedingt ist; so kann man den Überschuß nach der bisher gebrauchten Methode durch ein Trapez, oder auf folgende Weise durch ein Dreyeck von dem nebenliegenden Theil  $Bc$  abschneiden. Man dividire den Unterschied  $62^\circ$  durch die halbe Länge  $cC$  z. B.  $= \frac{1}{2} \cdot 35^\circ,8 = 17^\circ,9$ , so ist der

Quotient  $\frac{62}{17,9} = 3^\circ,5$  die Höhe des abzuschneidenden Dreyeckes (Gmtr. 135.). Um dasselbe abzuschneiden, beschreibe man mit der Zirkelöffnung von  $3^\circ,5$  aus einem beliebigen Punct  $v$  der Grundlinie  $cC$  einen Bogen  $r$ , gegen den nebenliegenden Theil  $Bb$ , ziehe durch den höchsten Punct dieses Bogens zur Grundlinie  $Cb$  eine Parallele, so wird am Umfange der Punct  $s$  bestimmt, der mit  $c$  durch eine Gerade verbunden, die erforderliche Überschußfläche abschneidet; es enthält nämlich nun die Figur  $Aacs$  die Fläche von  $884^\circ$ , d. i. einen zehnten Theil der ganzen zu vertheilenden nutzbaren Fläche.

5) Wenn bei einem Theile eine so große Ergänzungsfläche hinzu- oder abgeschnitten werden soll, daß die Theilungslinie z. B. über einen Winkel  $G$  hinüber fällt, und daher  $tGF$  nicht als gerade Linie, also auch  $ftF$  nicht als Dreyeck angesehen werden kann, so verbinde man vorher  $f$  mit  $G$ , berechne das Dreyeck  $fGF$ , ziehe es von der abzuschneidenden Ergänzungsfläche ab, und dividire den Rest durch  $\frac{1}{2} fG$  als die Grundlinie des noch erforderlichen Ergänzungs-

**Fig.** dreyeckes; so gibt der Quotient die Höhe desselben, dessen Theilungspunct  $l$  am Umfange eben so wie vorhin bestimmt wird.

156.

6) Fiele bey einem solchen oder irgend einem andern Theile die an den Reich anstoßende Seite  $fe$  in Vergleichung mit der gegenüber, am äußern Umfange liegenden Länge  $tu$  zu klein aus, daß dadurch für den ökonomischen Gebrauch keine vortheilhafte Figur erhalten würde; so darf man nur die abzuschneidende Fläche nach dem bisherigen Verfahren durch ein Trapez ergänzen. Fiele auch hirebey der Theilungspunct  $z$ . B.  $l$  über einen Winkel  $G$  hinüber, so verfährt man auf ähnliche Art wie vorhin, mit Zuziehung des §. 289. unter 7) hierüber Gesagten.

7) Wenn eine solche Figur in verhältnißmäßige Theile getheilt werden soll, z. B. in 5 Theile, die sich verhalten, wie  $\frac{2}{3} : 3 : 2 : 5 : \frac{1}{2}$  oder wie  $4 : 18 : 12 : 30 : 3$ ; so theilt und berechnet man die Figur vorläufig eben so, wie oben unter 1) und 2), und bestimmt nachher, wie viel jeder Theil vermög der gegebenen Verhältnisse enthalten soll, indem man schließt: die Summe aller Verhältnißzahlen verhält sich zum Flächeninhalt der zu vertheilenden Figur, gleichwie jede Verhältnißzahl zur gesuchten Fläche für den dazu gehörigen Theil; hier

$$\left. \begin{array}{l} \text{nämlich } 67 : 8840 = 4 : x \\ \text{ sodann } 67 : 8840 = 18 : y \\ \text{ ferner } 67 : 8840 = 12 : z \end{array} \right\} \text{ (N. 206.)}$$

u. s. w.

Hat man nun alle Theile auf diese Art bestimmt, so muß ihre Summe der ganzen Fläche gleich seyn; wird aber wegen der nicht ganz zu erschöpfenden Dezimal-Theile gewöhnlich um etwas Weniges abweichen. Das übrige Verfahren ist dem vorigen gleich.

8) Nun erhellet deutlich, wie zu verfahren wäre, wenn eine Fläche so eingetheilt werden soll, daß die Theilungslinien alle in einen innerhalb der Figur liegenden gemeinschaftlichen Punct zusammen laufen, daß z. B. jeder Interessent zu einer gemeinschaftlichen Quelle u. dgl. auf seinem eigenen Grunde dahin gehen könne.

9) Auch geht aus dem bisher Gesagten hervor, wie zu verfahren sey, wenn eine so gestaltete Figur, wie zum Beyspiele **ABCEF** *tfedba*, in gleiche oder verhältnißmäßige Theile getheilt werden soll, wobey es gleichgültig ist, nach welchen Richtungen die Theilungslinien laufen, wenn nur die Theile eine zum ökonomischen Gebrauche schickliche Figur erhalten.

10) Denkt man die um den Teich liegende Figur, in die Länge Fig. ausgedehnt, und ihre Fläche soll in gleiche oder verhältnißmäßige 156. Theile getheilt werden; so ist das Verfahren dabey dem so eben gezeigten völlig gleich.

§. 291.

Mit der bisher beschriebenen Theilungsmethode reicht man in allen Fällen aus, welche bey der geometrischen Theilung der Grundstücke vorkommen, wenn die Theilungslinien durchaus gerade geführt werden können. Nun aber kommen sehr oft auch Fälle vor, wo die Theilungslinien mehr Mal gebrochen werden müssen. Man verfährt hierbey, mit Anwendung des Vorigen, auf folgende Weise.

Es sey die Fläche  $ABCD$ , welche zwischen einem sehr gekrümmten 157. Flusse und einem Fahrwege eingeschlossen ist, in eine gewisse Anzahl, z. B. in 4 gleiche Theile so zu theilen, daß diese unter sich und auch mit der ganzen Figur möglichst ähnliche Figuren erhalten.

1) Dies zu bewirken, berechne man den Inhalt der ganzen zu theilenden Fläche nach §. 274; gesetzt er sey =  $9935^{\circ}$  gefunden worden, so erhält jeder Theil  $\frac{9935}{4} = 2484^{\circ}$ .

2) Hierauf verbinde man die Endpunkte derjenigen zwey gegenüber stehenden Seiten, worauf die Theilungslinien stoßen sollen, durch gerade Linien  $AB$  und  $DC$ , und theile jede in so viel gleiche Theile, als deren die Fläche enthalten soll.

3) Nun zerlege man diejenigen krummen Seiten  $BbC$  und  $DdA$ , in deren Richtung die Theilungslinien laufen sollen, in solche Theile, daß Bogen und Sehne nicht gar sehr von einander abweichen \*). Ob es gleich in Hinsicht auf den Flächeninhalt gleichgültig wäre, wenn man die Biegung  $BbC$  nur in die Theile  $Bb$

\*) Um hierbey nicht ins Kleinliche zu verfallen, darf man diese Eintheilung der Krümmungen nicht so genau nehmen, wie bey der Aufnahme (§. 235) und dem Berechnen derselben (§. 269), da hierdurch bey dieser Theilungs-Methode die Größe der einzelnen Theile oder Grundstücke nicht im mindesten leidet, sondern nur die Ähnlichkeit derselben etwas verliert; im Gegentheil ist es sogar vortheilhaft, die kleinen Biegungen, wie zwischen  $s$  und  $g$ ,  $D$  und  $i$ , nicht allen Grundstücken mitzutheilen, und dadurch die Brechungen der Theilungslinien zu sehr und nutzlos zu vermehren, sondern sie bey dem Theile, wo sie vorkommen, zu belassen.

Fig. und  $bC$ , so wie  $AaD$  in  $Aa$  und  $aD$  zerlegte, die Gerade  $ab$  so-  
 157. dann ebenfalls in vier gleiche Theile theilte, u. s. w., da die Flächen-  
 theile nach dem bereits bekannten, und dem sogleich nachfolgenden  
 Verfahren vollkommen ausgeglichen werden könnten; so ist es doch in  
 Hinsicht auf die Gestaltung der Theile nicht rätlich so große Bogen  
 zu nehmen, weil die Theile sehr unähnlich ausfallen, und besonders  
 die zunächst an den Krümmungen liegenden, wechselweise breite und  
 schmale Strecken erhalten, auch die Theilungslinien öfters so gähe  
 sich brechen würden, daß bey Feldern der Pflug einer solchen gähen  
 Brechung nicht folgen könnte.

4) Man nehme deswegen auch in  $d$  und  $e$ , so wie in  $f$  und  $c$   
 Punkte an, und ziehe die Geraden  $cd$  und  $fe$ , theile jede in eben  
 so viel gleiche Theile, als die Geraden  $AB$ ,  $ab$  und  $DC$  getheilt  
 wurden, und verbinde die Theilungspuncte 1 mit 4 mit 7 mit 10 mit  
 13, sodann 2 mit 5 mit 8 u. s. w.; so werden durch diese vorläufige  
 Theilung die Theile unter sich sowohl, als dem Ganzen möglichst  
 ähnlich, und bis auf eine kleine Berichtigung auch ziemlich gleich seyn.

5) Um nun nach der Bedingung alle Theile auch einander voll-  
 kommen gleich zu machen, berechne man jeden derselben nach §. 278.,  
 summire sie nach der in §. 287. unter 2) gezeigten Weise und ver-  
 gleiche und berichtige ihre Summe mit dem oben unter 1) berechneten  
 Inhalt der ganzen Fläche. Es sey z. B. der auf diese Art schon be-  
 richtigte Inhalt des Theiles:

$$\begin{aligned} \text{I} & \dots \dots \dots = 2532^{\circ} \\ \text{Die Summe aus I + II} & \dots \dots \dots = 4988, \\ \text{„ „ „ I + II + III} & \dots \dots \dots = 7367, \\ \text{und die Summe aus I + II + III + IV} & \dots \dots \dots = 9935, \end{aligned}$$

6) Nun findet man bey Vergleichung des vorläufig berechneten  
 Theiles I mit seiner oben unter 1) bestimmten Fläche, daß er um  
 $2532 - 2484 = 48^{\circ}$  zu groß ist; man kann diesen Unterschied ent-  
 weder längs der ganzen vorläufigen Theilungslinie 1 bis 13, oder  
 weil er nicht sehr beträchtlich ist, auch nur an der Linie 1..4 abschnei-  
 den. Zu diesem Ende schneide man vermög der Länge 1..4, und der  
 abzuschneidenden Fläche das Überschufdreieck nach §. 290. 4) ab, wie  
 die scharf gezogene Linie von 4 bis 1 weist. Will man aber den etwa  
 zu scharfen Winkel bey 7 stumpfer machen, so trage man aus dem  
 Punct 7 gegen 8 eine solche Länge, daß dieser Winkel seine Schärfe  
 etwas verliere, z. B.  $0^{\circ},5$  bis  $k$ , verbinde diesen Punct  $k$  mit 4 und  
 10, berechne die dadurch entstandenen zwey Dreiecke, addire ihre

Fläche =  $12^\circ$  zu dem abzuschneidenden Uberschuß, und schneide diese Fläche =  $48 + 12 = 60^\circ$  nun an der Linie 4. 1, wie vorhin durch ein Dreyeck ab. Aus diesem ersieht man nun, wie zu verfahren wäre, wenn die scharfen Ecke eines Winkels durch ein oder zwey solche Dreyecke zu nehmen, und ihr berechneter Inhalt von der abzuschneidenden Fläche abzuziehen wäre, u. dgl.

7) Auf ähnliche Art vertheilt man auch bey dem Theile II die Uberschußfläche, welche hier nur  $20^\circ$  beträgt, an der vorläufigen Theilungslinie von 8 bis  $x$ , indem man die  $20^\circ$  durch die halbe Länge von 8. 5 + 5.  $x$ , die aus der Berechnung der Fläche dieses Theiles noch bekannt und vorgemerkt sind (§. 278. 2), z. B. =  $38^\circ,9$  dividirt, den Quotienten  $0^\circ,5$  auf die vorläufige Theilungslinie 5.  $x$  senkrecht aufträgt, zu derselben nach Gmtr. 43. 2) eine Parallele zieht, und endlich den dadurch auf der Geraden  $cd$  entstandenen Durchschnittpunct mit dem Punct 8 verbindet, wie dieß aus den scharf gezogenen Linien zu sehen ist. Der dadurch sich ergebende Unterschied, daß man dabey die Linie 8.  $x$  als gerade betrachtet hat, wird in der Ausübung in den meisten Fällen so unbedeutend seyn, daß es sich der Mühe nicht lohnt, auf folgende Weise zu verfahren.

8) Da hier die Länge 8. 5 in der Länge 5.  $x$  beyläufig 4 Mahl enthalten ist, so schneide man von der erforderlichen Uberschußfläche 4 Theile =  $16^\circ$  an der Linie 5.  $x$ , und 1 Theil =  $4^\circ$  an der Linie 8. 5 ab, indem man vermöge des ersten Quotienten  $\frac{16}{31,3} = 0,5$  nach Gmtr. 43. 2) eine Parallele zu 5.  $x$  führt, und vermöge des zweyten Quotienten =  $\frac{4}{7,6} = 0,5$  nach §. 290. 4) ein

Dreyeck an der Linie 8. 5 abschneidet. Die hier, wie oben erhaltenen vollkommenen Quotienten =  $0,5$  oder Höhen der abzuschneidenden Flächen zeigen an, daß nach der vorigen Methode unter 7) die wegzuschneidende Fläche gleichfalls richtig bestimmt wurde. Es würde also nur in den äußerst seltenen Fällen (die man aber, wie unten gezeigt werden wird, leicht vermeiden kann, und vermeiden muß), wenn nämlich die vorläufige Theilungslinie unter einem zu wenig stumpfen Winkel gebrochen würde, das Abschneiden der Uberschuß- oder Ergänzungsfäche nach der letzten Art zu bewirken seyn.

9) Bey Vergleichung der vorläufig berechneten Summe der Theile von I bis III mit dem dreysfachen oben unter 1) bestimmten Theile findet man, daß der Theil III zu klein ist um 7452 — 7367

Fig. =  $85^\circ$ . Diese etwas große Ergänzungsfläche längs der ganzen vorläufigen Theilungslinie abzuschneiden, dividire man durch ihre Länge 15.  $.12 + 12. .9 + 9. .6 + 6. .y$ . z. B. =  $120^\circ$ , den obigen Unterschied, und führe in der Entfernung des Quotienten  $\frac{85}{120} = 0^\circ,7$

eine Parallele zu jedem Theil der gebrochenen vorläufigen Theilungslinie, so wird dadurch der richtige Flächeninhalt des vorletzten und letzten Theiles zugleich bestimmt.

a) Aus dem Gange dieses einfachen Verfahrens ersieht man nun deutlich genug, wie die Ausgleichung der vorläufig berechneten Theile in anderen ähnlichen Fällen zu geschehen habe, und wie man dabei die zu gähen Brechungen der vorläufigen Theilungslinien nach Belieben vermindern könne.

### §. 292.

Wenn eine größere zu theilende Fläche **ABFE** mehre Biegungen in entgegengesetzter Richtung hat, so wählt man in der gehörigen Entfernung vermög §. 291. 3) und 4) die Punkte *g*, *h* und *i*, zieht die Geraden **Dg** und **ih**, theilet sie, so wie auch **EF** in eben so viel gleiche Theile, wie die vorhergehenden Querdurchschnitte, und verfährt übrigens ganz so wie oben.

Es versteht sich von selbst, daß solche kleine Biegungen, wie zwischen *g* und *s*, **D** und *i*, u. dgl. in Hinsicht auf Ähnlichkeit der Theile, nicht in Anschlag gebracht, sondern bey demselben Theil, wo sie vorkommen, belassen werden. Daher wird nicht die Gerade **Ds**, sondern entweder **Dg** oder noch besser die mittlere **Dr** in so viel gleiche (oder verhältnismäßige) Theile getheilt, als die übrigen Querlinien. Auf diese Art werden die Brechungen der Theilungslinien nicht zwecklos vermehrt, noch zu gähe für die Bearbeitung der Felder durch den Pflug. Deswegen sollen diese Linien unter keinem kleinern Winkel als 160 bis 150 Graden zusammen stoßen, daher auch in der wirklichen Ausübung für die kleinen Biegungen bey *a* und *f* eine mittlere Durchschnittsbiegung wie bey **Crh** zu nehmen ist. Gene Biegungen sind nur hier in die Theilung aufgenommen worden, um die verschiedene Ausgleichung der Ergänzungs- und Überschussflächen desto deutlicher zeigen zu können. Wie solche krumm begrenzte Flächen verhältnismäßig zu theilen sind, kann nach dem bisher gezeigten Verfahren keinem Anstande mehr unterliegen.

Ist eine Fläche zu vertheilen, die auf zwey oder mehrern Tisch- **Fig.**  
blättern liegt, so trage man die auf den Sectionslinien erhaltenen **157.**  
Puncte (bey gleicher oder verhältnißmäßiger Theilung) **E**, **22**, **23**..  
auf das zweyte Tischblatt über, und verfare auf diesem ganz nach  
der bisher beschriebenen Weise.

Wenn eine solche Theilung wie die erstgeführte, durch besondere  
Umstände nicht absolut bedingt ist, so ist es in mehrfacher Hinsicht vor-  
theilhaft, sie in der Richtung **Dg** zu vollführen, daß nämlich die  
Theilungslinien auf den Fluß stoßen (man lese §. 296).

## §. 293.

Da gleich bey der Aufnahme einer zur Vertheilung be-  
stimmten Fläche der Bedacht dahin genommen werden muß, die für  
die Vertheilung nöthigen Anhaltspuncte sowohl am Umfange als im  
Innern derselben fest zu bezeichnen und auf dem Meßtische zu bestim-  
men (§. 287. 7), hier etwa **m**, **n**, **p**.., so verbinde man auf dem  
Tischbret den Punct **m** mit **A** durch eine Gerade, und verlängere  
diese gegen **a** unbestimmt. In den Puncten **A** und **m** auf dem Felde  
errichte man Fahnen, und in ihrer Verlängerung gegen **a** nach Er-  
forderniß deren mehre. Hierauf trage man vermöge des verjüngten  
Maaßes **mc**, **ma**.. auf dem Felde im wirklichen Maaße eben so viel  
Klaftern **z.** aus den gleichnamigen Puncten **m** gegen **c**, **a** u. s. w.,  
und verfare in dem Punct **n** auf gleiche Art; so erhält man die End-  
puncte eines jeden Querdurchschnittes **cd**, **ab**.., auf welche sodann  
vermöge des verjüngten Maaßes **c4**, **c5**,.. die gleichnamigen Thei-  
lungslinien auf dem Felde bestimmt werden.

Wären die Puncte **A** und **B** aus **m** und **n** nicht sichtbar, sondern  
aus **p** andere Puncte, **z.** **D** und **C** zu sehen, so verfare man auf  
ähnliche Weise wie vorhin, und trage sodann nach dem verjüngten  
Maaße mittelst Abscissen und Ordinaten die Puncte **8** und **10**, **9** und  
**12** auf das Feld über. Aus diesen übertragenen Puncten läßt sich nach-  
her durch Verlängerung die gleichnamige Linie **ab** und **fe**, und durch  
ähnliches Verfahren wie oben können die übrigen nöthigen Puncte  
für die Theilungslinien bestimmt werden.

Fig.

### C. Theilung der Flächen oder Vertauschung der verschiedenartigen Grundstücke, wenn der Boden von ungleicher Güte ist.

§. 294.

Bisher wurde bey der Vertheilung der Figuren oder Grundstücke immer einerley Güte des Bodens und gleicher Ertrag desselben vorausgesetzt, und hierzu war weiter nichts erforderlich, als die Größe der zu vertheilenden Fläche, die Anzahl der gleichen oder verhältnißmäßigen Theile, und im letzten Falle auch noch die Verhältnißzahlen der Theile zu kennen; es war also diese Operation rein geometrisch. Sehr oft aber werden auch solche Theilungen der Grundstücke verlangt, wo der Boden aus natürlichen Ursachen von ungleicher Güte, oder der Ertrag der einzelnen Theile einer Fläche aus andern Ursachen verschieden ist, und in solchen Fällen sind die geometrischen Kenntnisse allein nicht zureichend, sondern es müssen auch noch die Verhältnisse von der Güte des Bodens oder des Ertrags entweder gegeben seyn, oder aber erst ausgemittelt werden, wozu ökonomische Kenntnisse erforderlich sind. Eine solche Theilung muß daher nach der Bonitirung des Bodens, d. i. geometrisch-ökonomisch vollführt werden.

In der Voraussetzung, daß dem Geometer das Verhältniß der Güte des Bodens oder seines reinen Ertrages gegeben ist, und deswegen bey der Ausnahme der zu vertheilenden Fläche die Grenze der Bonitirung zugleich mit aufgenommen wurde, wollen wir die Theilungen der Grundstücke von verschiedener Güte des Bodens und seines Ertrages durch folgende Beyspiele erläutern.

§. 295.

153. Aufgabe. Eine Fläche, deren Boden vermög seiner Tragbarkeit in drey Abtheilungen *A*, *B* und *C* zerfällt, soll in *n*, z. B. in 4 Theile getheilt werden, die sich in Hinsicht auf Ertragsfähigkeit des Bodens verhalten wie 3:8:4:14.

Auflösung. 1) Es werde die gegebene Fläche z. B. als Ackerland benützt, und es sey bey der Ausmittlung der Bonität des Bodens der Abtheilung *A* als gut, jener der Abtheilung *B* als mittelmäßig, und der Boden der Abtheilung *C* als schlecht, und zwar in dem Ver-

hältniſſe  $1 : \frac{3}{4} : \frac{2}{5}$  befunden worden, d. h. wenn man den Boden **A** Fig. als die Einheit (1) annimmt, so ist die Güte des Bodens **B** nur  $\frac{3}{4}$  des Bodens **A**, u. s. w., oder welches dasselbe ist, 4 Joch des Bodens **B** tragen nur so viel, als 3 Joch des Bodens **A**. Wenn demnach 1 Joch des Bodens **A** z. B. 24 Meſen erträgt, so gibt 1 Joch des Bodens **B** nur  $\frac{3}{4}$  von 24, also 18 Meſen, und 1 Joch des Bodens **C** gibt gar nur  $\frac{2}{5}$  24 =  $9\frac{3}{5}$  Meſen, und so ist dieses in andern ähnlichen Fällen zu verstehen \*).

2) Man theile vermög §. 287. diese Fläche vorläufig so ein, als wenn der Boden durchaus von gleicher Güte wäre, berechne die Fläche eines jeden Theiles, und zwar jede Untertheilung desselben in Hinsicht auf den verschiedenen Boden insbesondere nach §. 278. Hierauf mache man die Flächen von verschiedener Bodengüte gleichartig, d. h. man reducire sie vermöge der gegebenen Verhältnisse des Bodens, auf einerley, am vortheilhaftesten auf den besten Boden **A**, oder auf den ganzen Ertrag = 1. Es betrage z. B. im Theile **II** die wirkliche Fläche des Bodens **B** zu  $\frac{3}{4}$  Ertrag 530<sup>0</sup>; so wird diese Fläche auf den ganzen Ertrag reducirt, wenn man schließt: 1 Joch wirkliche Fläche der Abtheilung **B** gibt  $\frac{3}{4}$  Joch guten Boden, wie viel wird die wirkliche Fläche von 530<sup>0</sup> an gutem Boden betragen? nämlich:  $1 : \frac{3}{4} = 530 : x$ ; woraus  $x = 530 \cdot \frac{3}{4} = 398\sup>0 auf den ganzen Ertrag reducirte Fläche folgt.$

Man darf daher die wirkliche Fläche einer schlechtern Bodengattung nur mit dem gegebenen Ertragsverhältniß multipliciren, um dieselbe auf den Boden des ganzen Ertrags zu reduciren.

3) Nach dieser Regel habe man z. B. gefunden, daß die vorläufigen Theile **I**, **II**, **III** und **IV** an wirklicher und reducirter Fläche nach der Ordnung enthalten:

\*) Es folgt jedoch daraus nicht, daß z. B. die oben erwähnten 4 Joch des Bodens **B** eben so viel ökonomischen Werth haben, als 3 Joch des Bodens **A**. Denn bey Bestimmung des ökonomischen Werthes der Grundstücke, müssen noch verschiedene Rücksichten, als: die Entfernung vom Wohnort des Besizers; die leichtere oder schwere Bearbeitung des Bodens: die Exposition des Wasser-, Hagel- und Frostschadens, die Zu- und Abfuhr, die Entfernung der Marktplätze, die Straßen dahin, u. dgl. in Erwägung gezogen werden. Diese Rücksichtnahme gehört nicht in diese Abhandlung, sondern in den Geschäftskreis der Schätzungs-Commission, und werden hier dem Geometer als bekannt gegeben vorausgesetzt.

Fig.

## Die Abtheilung I.

153. An wirklicher Fläche im ganzen Ertrag . . . . 1200  $\square$ 

## Die Abtheilung II.

An wirklicher Fläche im ganzen Ertrag . . . . 2406 „

An wirklicher Fläche zu  $\frac{3}{4}$  Ertrag . . . . 530  $\square$   
und auf ganzen Ertrag reducirt . . . . 398 „An wirklicher Fläche zu  $\frac{2}{5}$  Ertrag . . . . 164  $\square$   
und auf ganzen Ertrag reducirt . . . . 66 „

---

Summe 2870 „

## Die Abtheilung III.

An wirklicher Fläche im ganzen Ertrag . . . . 160  $\square$ An wirklicher Fläche zu  $\frac{3}{4}$  Ertrag . . . . 800  $\square$  <sup>266 $\frac{2}{3}$</sup>   
und auf den ganzen Ertrag reducirt . . . . 200 „An wirklicher Fläche zu  $\frac{2}{5}$  Ertrag . . . . 640  $\square$   
und auf den ganzen Ertrag reducirt . . . . 256 „

---

Summe 616 „

## Die Abtheilung IV.

An wirklicher Fläche zu  $\frac{3}{4}$  Ertrag . . . . 2800  $\square$   
und auf ganzen Ertrag reducirt . . . . 2100  $\square$ An wirklicher Fläche zu  $\frac{2}{5}$  Ertrag . . . . 2400  $\square$   
und auf ganzen Ertrag reducirt . . . . 960 „

---

Summe 3060  $\square$ 

4) Addirt man nun die auf den ganzen Ertrag reducirte Fläche nach §. 287. 2), nämlich:

I . . . . = 1200  $\square$ 

I + II . . . . = 4070 „

I + II + III . . . . = 4686 „

I + II + III + IV . . . . = 7746  $\square$ , so ist diese letzte Summe die auf guten Boden reducirte Fläche der ganzen Figur.

5) Man theile diese reducirte Summe vermög der gegebenen Verhältnisse in vier Theile (Nk. 296.), nämlich:

$$29 : 7746 = 3 : x$$

$$29 : 7746 = 8 : y \text{ u. f. w. ; so erhält}$$

der Theil I . . . . .	801,3	□°
„ „ II . . . . .	2136,8	„
„ „ III . . . . .	1068,4	„
„ „ IV . . . . .	3739,5	„
daher:		
I + II . . . . .	2938,1	„
I + II + III . . . . .	4006,5	„
I + II + III + IV . . . . .	7746	„

Fig.  
153.

auf guten Boden, oder  
auf ganzen Ertrag redu-  
cirte Fläche.

6) Vergleicht man die vorstehende Fläche, welche dem Theil I zukommt, mit der obigen unter 4) vorläufig berechneten, so findet man, daß dieselbe um  $1200 - 801,3 = 399,7$  zu groß ist. Aus diesem Überschuss und der Länge der vorläufigen Theilungslinie *ad*, kann nach den bisherigen Gründen die Höhe für das wegzuschneidende Trapez leicht gefunden, und sonach die richtige Theilungslinie selbst bestimmt werden, weil hier die reducirte Fläche mit der wirklichen einerley ist.

7) Vergleicht man ferner die vorstehende Summe von I + II mit der unter 4) vorläufig bestimmten eben dieser zwey Theile, so zeigt sich ein Überschuss von  $4070 - 2938,1 = 1131,9$ , welcher von dem vorläufig bestimmten Theil II abgeschnitten werden muß. Weil aber hier die vorläufigen und die richtigen Theilungslinien Flächen von verschiedener Güte des Bodens in sich schließen, so muß man daraus das arithmetische Mittel nehmen \*). Um also aus den verschiedenen Bodenflächen den Boden von mittlerer Güte zu finden, untersuche man, nur durch beyläufiges Überschlagen mit dem Zirkel, wie oft die Länge der kleinen abgeschnittenen Fläche in jeder Länge der übrigen enthalten ist, addire diese Theile, und dividire die Summe durch die Anzahl der Theile. Hier z. B. ist die Länge *eg*, des abgeschnittenen Bodens zu  $\frac{2}{5}$  Ertrag, in der Länge *gh*, des Bodens zu 1 Ertrag 3 Mahl, und in der Länge *hb* des Bodens zu  $\frac{3}{4}$  Ertrag 4 Mahl enthalten; es ist daher  $(\frac{2}{5} + 1 + 1 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}) : 8 = (\frac{2}{5} + 3 + \frac{12}{4}) : 8 = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$  \*\*). Es hat also eine gewisse Fläche

\*) Um die Figur nicht mit zu vielen Linien zu überhäufen und undeutlich zu machen, wollen wir die scharf gezogene Linie *be* gleich für diejenige gelten lassen, welche den vorstehenden Überschuss für einerley Güte des Bodens abschneiden würde.

\*\*\*) Oder auch  $\frac{\frac{2}{5} + 1 \cdot 3 + 4 \cdot \frac{3}{4}}{1 + 3 + 4} = \frac{\frac{2}{5} + 6}{8} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$  (verm. N. 242. 5 .

**Fig.** von diesem mittlern Boden im Werthe nur  $\frac{4}{5}$  in Vergleichung mit 153. dem zu einem ganzen Ertrag angenommenen Boden; das heißt 4 Joch von dem als 1, oder zu einem ganzen Ertrag angenommenen Boden geben so viel Ertrag, als 5 Joch des obigen mittlern Bodens.

8) Weil ferner auf dem Felde, so wie auf dem Papier wirkliche (nicht reducirte) Flächen abgeschnitten werden, worunter einige von geringerm Ertrage sind, die jedoch durch ihre größere Ausdehnung eben so viel Werth haben müssen, als die auf den ganzen Ertrag reducirte Flächen, so muß man diese wieder auf wirkliche Flächen reduciren. Dieß zu bewirken, kehre man den oben gebrauchten Reductionsfaß um, und schließe: Eine reducirte Fläche von  $\frac{4}{5}$  Joch gibt 1 Joch wirkliche Fläche (in einem mittlern Boden von  $\frac{4}{5}$  Ertrag), wie viel werden die obigen 1131,9<sup>□</sup> auf guten Boden reducirter Fläche in eben diesen mittlern Boden geben? nämlich  $\frac{4}{5} : 1 = 1131,9 : x$ ; woraus man  $x = 1131,9 \cdot \frac{5}{4} = 1415^{\square}$  an wirklicher Fläche findet, welche von dem vorläufig bestimmten Theile II in dieser mittlern Ertragsfläche von  $\frac{4}{5}$  Ertrag abgeschnitten werden muß, und mit den abzuschneidenden reducirten 1131,9<sup>□</sup> möglichst nahe einerley Werth hat \*). Man darf demnach die auf guten Boden reducirte Fläche nur mit dem umgekehrten Bruche oder

---

\*) Daß man die von einem Theile abzuschneidende oder hinzu zu messende wirkliche Fläche, wenn diese Stücke von verschiedener Güte des Bodens (oder bey Wäldern verschiedene Bestockung der Holzflächen) in sich enthält, durch einen arithmetischen mittlern Durchschnitt der verschiedenen Boden- und Bestockungsflächen, bis auf eine unbedeutende für die Ausübung als Null anzusehende Abweichung erhält, wird jedem sogleich einleuchten, der nur überlegt, daß es der Natur der Sache nach unmöglich ist, 1) die Güte des Bodens überhaupt, und bey einem Walde die Verschiedenheit der Bestockung (die nur vergleichungsweise und durchschnittsmäßig, meistens sehr mangelhaft angegeben werden kann), so auszumitteln und anzugeben, als es hier vorausgesetzt und angenommen wird, und daß es 2) nicht möglich ist, die Grenzlinien *pha* u. s. w., welche die verschiedene Güte des Bodens (oder die verschiedene Bestockung) von einander absondern sollen, so scharf anzugeben, daß gerade an diesen Linien der schlechtere Boden auf einmahl abschneidet, und der bessere anfängt, welches auch bey einem Walde, nebst dem Boden von der Bestockung zu verstehen ist; daher der obige arithmetische mittlere Durchschnitt in Vergleichung dieser Voraussetzungen mehr als hinreichend genau anzusehen ist.

Verhältnisse des schlechtern Ertrags multipliciren, **Fig. 153.** um die wirkliche Fläche in eben diesem Ertrag zu erhalten. Wie nun aus dieser abzuschneidenden Fläche von  $1415^{\square}$  und aus der Länge der (vermög 2) vorläufig bestimmten Theilungslinie die Höhe des abzuschneidenden Trapez und die richtige Theilungslinie zu bestimmen ist, darf wohl nach den bereits vorausgegangenen Gründen dazu, hier nicht mehr wiederholt werden.

9) Eben so findet man, daß zu dem vorläufig bestimmten Theil **IV** noch eine Ergänzungsfläche von  $690,5^{\square}$  hinzugemessen werden muß, wobey man ganz so wie vorher verfährt.

a) Die dießfälligen wahren Theilungslinien sind in der Figur hinweggeblieben, weil durch die vielen Linien die Figur nur undeutlich würde, und selbe nach dem bisher beschriebenen Verfahren in vorkommenden Fällen ohne Anstand leicht zu bestimmen sind.

Hier ist absichtlich ein verwickelter Fall gewählt, und das Verfahren dabey beschrieben worden, weil Anfänger, welche sich dieses gut eigen gemacht haben, dadurch in den Stand gesetzt sind, in einfachen Fällen nachher, selbst leicht sich durchfinden werden.

### §. 296.

Da längs der Flüsse, Bäche zc. gewöhnlich der bessere Boden (manchmahl wegen Überschwemmung, Versandung u. dgl. auch der schlechtere, oder von geringerm Werth) anzutreffen ist, und in einiger Entfernung, öfters fast parallel mit dem Flusse, etwa in der Richtung 23, 20, 11, 5, 2... (**Fig. 157.**) sich ändert; so wird, wie oben §. 292. vorläufig schon erwähnt, das Wertheilungsgeschäft des Geometers um vieles vereinfacht, und ist auch ökonomisch betrachtet, in mehr als Einer Hinsicht vortheilhafter, wenn man die Theilung so führt, daß die Scheidungslinien der einzelnen Grundstücke auf den Fluß stoßen (§. 288.), weil in solchen Fällen nicht selten eine geometrisch-ökonomische Theilung in eine bloß geometrische sich verwandelt.

Eben so wird in andern Fällen, wenn auch die Theilungslinien auf keine Flüsse, Bäche zc. stoßen, durch eine schickliche Richtung, welche man den Theilungslinien gibt (wenn dieselbe durch gewisse Umstände nicht unabänderlich bedingt ist), öfters die sehr beschwerliche geometrisch-ökonomische Theilung in eine einfache geometrische verwandelt, wodurch die Interessenten in Hinsicht auf gleichartigen Boden mehr befriedigt werden können, welches jedesmahl

Fig. gehörig zu berücksichtigen und mit den betreffenden Theilhabern vor der Theilung in Berathung zu nehmen ist.

## §. 297.

**Aufgabe.** Ein Waldbesitzer will einen zur Pflanz- und Baumschule geeigneten Grund von drey Eigenthümern *A*, *B* und *C*, deren Boden im Durchschnitte von gleicher Güte angenommen werden kann, gegen einen andern Grund eintauschen. Hierzu soll *A* eine Fläche von  $2\frac{1}{2}$  Joch, *B* eine Fläche von  $5\frac{3}{4}$  Joch, und *C* eine Fläche von 154. 4 Joch abtreten: wofür sie durch einen andern Grund (Fig. 154.), dessen Boden in Hinsicht seiner Güte in drey Abtheilungen *D*, *E* und *F* zerfällt, von welchen der Boden der Abtheilung *D* im Durchschnitte 3 Körner erträgt \*), der Boden der Abtheilung *E* einen Ertrag von  $6\frac{1}{2}$  Körner, und die Abtheilung *F* einen durchschnittsmäßigen Ertrag von 4 Körnern liefert; wie viel Fläche soll nun jedem vermög dieser Bedingungen zugemessen werden, damit jeder möglichst entschädiget werde, und die Theile sowohl unter sich, so wie zur ganzen Fläche ähnliche Figuren erhalten.

**Auflösung.** 1) Man theile die größte Breite *mn*, so wie die kleinste *pq* vermöge der gegebenen Verhältnisse  $2\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4} : 4$  oder  $\frac{5}{2} : \frac{23}{4} : 4$  oder  $10 : 23 : 16$  in drey Theile \*\*), ziehe die Theilungslinien (für welche wir, um die Figur mit Linien nicht zu überladen, *af* und *hb* annehmen wollen), berechne jeden Theil, in Hinsicht auf die verschiedenen Bodenflächen, und reducire sie auf den Boden der größten Tragbarkeit, hier also auf den Boden *E* zu  $6\frac{1}{2}$  Körner.

2) Um diese Reduction leichter zu bewirken, kann man auch hier, wie §. 295. den besten Boden für einen ganzen Ertrag, oder als die Einheit (1) annehmen, und die übrigen in Theilen derselben ausdrücken. Zu diesem Behufe stelle man die gegebenen Verhältnisse des Bodens  $6\frac{1}{2} : 3 : 4$  in folgenden vor:  $13 : 6 : 8$ , und dividire alle Glieder durch das erste, so erhält man  $1 : \frac{6}{13} : \frac{8}{13}$ , vermög (Kl. 253. 4); wenn man nämlich die Tragbarkeit des Bodens *E*

\*) Man pflegt in der Feldwirthschaft zu sagen: ein Boden erträgt z. B. 5 Körner, oder das fünfte Korn, wenn man für 1 Megen Ausfaat 5 Megen erntet.

\*\*) Bey großen Verhältniszahlen wird die Theilung einer geraden Linie durch Hülfe eines geometrischen Maßstabes und der Theilungsrechnung nach Kl. 298., vortheilhafter als nach der rein geometrischen Theilung (Gmtr. 85.) bewirkt.

als 1 fest, so ist der Ertrag des Bodens *D* nur  $\frac{6}{13}$ , und jener des Bodens *F*,  $\frac{8}{13}$  einer Einheit, d. h. wenn 1 Joch des Bodens *E* 24 Meßen erträgt, so gibt 1 Joch des Bodens *D* nur  $\frac{6}{13} \cdot 24 = 11\frac{1}{13}$  Meßen, und des Bodens *F* nur  $\frac{8}{13} \cdot 24 = 14\frac{10}{13}$  Meßen, oder welches dasselbe ist: 6 Joch vom Boden *E* sind in Hinsicht auf Tragbarkeit eben so viel werth, als 13 Joch des Bodens *D*, u. s. w.

3) Gesezt man habe auf diese Art gefunden, daß nach vorläufiger Theilung und Berechnung die Theile *A*, *B* und *C* an wirklicher und reducirter Fläche enthalten:

Die Partey *A*.

An wirklicher Fläche des Bodens <i>D</i> oder zu $\frac{6}{13}$ Ertrag . . . . .	1709 °	
und auf gute Tragbarkeit reducirt . . . . .		790 °
An wirklicher Fläche der Tragbarkeit 1, oder des Bodens <i>E</i> . . . . .	2582 „	2582 „
	Summe	3372 „

Die Partey *B*.

An wirklicher Fläche zu $\frac{6}{13}$ Ertrag . . . . .	3831 °	
und auf gute Tragbarkeit reducirt . . . . .		1691 „
An wirklicher Fläche des Bodens zu $\frac{8}{13}$ Ertrag . . . . .	1646 „	
und auf gute Tragbarkeit reducirt . . . . .		1012 „
An wirklicher Fläche der ganzen Tragbarkeit . . . . .	3049 „	3049 „
	Summe	5752 „

Die Partey *C*.

An wirklicher Fläche zu $\frac{8}{13}$ Ertrag . . . . .	6140 °	
und auf gute Fruchtbarkeit reducirt . . . . .		3767 „
An wirklicher Fläche der ganzen Tragbarkeit . . . . .	1073 „	1073 „
	Summe	4840 °

4) Nun mache man von den reducirten Flächen die Summen vermög §. 287. 2), so erhält

A . . . . .	= 3372 °	
A + B . . . . .	= 9124 „	
A + B + C . . . . .	= 13964 °	= der ganzen Fläche an guter Tragbarkeit.

5) Theilt man diese letzte Summe vermög der gegebenen Ver-

Fig. hältnisse  $1\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4} : 4$  oder  $10 : 23 : 16$  in drey Theile (N. 296.),  
 154. so findet man, daß

dem A 2850  $\square$

„ B 6554 „

und „ C 4560  $\square$  auf den ganzen Ertrag reducirte Fläche zu-  
 zumessen sind.

6) Man vergleiche nun diese für A ausgefallene Fläche mit der vorhergehenden Summe A unter 4), so zeigt es sich, daß der vorläufig berechnete Theil A um  $3372 - 2850 = 522 \square$  in reducirter Fläche zu groß ist. Man findet daraus die wirkliche Fläche, welche in den verschiedenen Boden abzuschneiden ist, und mit der auf guten Boden reducirten gleichen Werth hat, auf ähnliche Weise, wie oben in S. 295. unter 7). Da nämlich die Länge  $eg$  in der Länge  $gf$  ungefähr zwey Mahl enthalten, oder welches dasselbe ist,  $eg$  Einen und  $gf$  zwey solche Theile enthält, so ist das Reductions-Verhältniß =  $(\frac{6}{13} + 1 + 1) : 3 = \frac{32}{39}$ ; und sonach die abschneidende wirkliche Fläche  $522 \cdot \frac{39}{32} = 636 \square$ , wozu man den Abstand der wirklichen Theilungslinie von der vorläufig bestimmten nach dem bereits bekannten Verfahren und vermög Gmtr. 43. 2) findet.

7) Nun addire man die oben unter 5) für A und B gefundenen Flächen, und vergleiche diese Summe mit der Summe von  $A + B$  unter 4), so findet man, daß der vorläufig berechnete Theil B zu klein ist um  $9404 - 9124 = 280 \square$  an reducirter, aber  $280 \cdot \frac{13}{9} = 409 \square$  an wirklicher Fläche (weil die Länge  $hk$  in  $ib$  beyläufig 4 Mahl enthalten ist). Man findet hier gleichfalls den Abstand der wirklichen Theilungslinie von der vorläufig bestimmten  $bh$  wie vorhin. Auf ähnliche Art würde man weiter zu verfahren haben, wenn noch mehre Theilungslinien zu bestimmen wären.

8) Wegen des wirklichen Absteckens der Theilungslinien auf dem Felde kann man das Nöthige hierüber S. 287. nachschlagen.

a) Wäre der in voriger Aufgabe vorausgesetzte Boden, welchen die Bestzer A, B und C abgetreten haben, nicht von gleicher, sondern von verschiedener Güte, so müßten die hierüber gegebenen oder zu suchenden Verhältnißzahlen mit den betreffenden Zahlen der Flächen multiplicirt, und nachher die Theilung nach den letzten Verhältnissen vorgenommen werden (N. 298.). Wenn z. B. die abgetretene Fläche von  $2\frac{1}{2}$  Joch des A im Durchschnitte 3 Körner, die  $5\frac{3}{4}$  Joch des B  $4\frac{1}{2}$  Körner, und die 4 Joch des C einen durchschnittsmäßigen Ertrag von 6 Körner geben; so müßte die Theilung nach den Verhältnissen

$$\left. \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{5}{2} \cdot 3 = \frac{15}{2} \\ 5\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{2} = \frac{23}{4} \cdot \frac{9}{2} = \frac{207}{8} \\ 4 \cdot 6 = \dots \dots \dots 24 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{d. i. nach den Verhältnissen} \\ \frac{15}{2} : \frac{207}{8} : 24, \text{ oder} \\ 20 : 69 : 64 \text{ vermög des vorher un-} \\ \text{ter 5) gezeigten Verfahrens vorgenommen werden, u. dgl.} \end{array}$$

Fig.  
154.

§. 298.

Obchon über die Theilung der Figuren überhaupt, unter verschiedenen Bedingungen sehr viele Aufgaben sich denken lassen, so würden wir doch über das vorgesteckte Ziel zu weit hinaus gehen, wenn wir mehre derselben hier anführen wollten, da jeder, der sich das hierüber Gesagte gut eigen gemacht hat, die bey ökonomischen Vertheilungen der Grundstücke gewöhnlich vorkommenden Fälle ohne Anstand auszuarbeiten im Stande seyn wird.

Wie man demnach eine Fläche von gleicher Länge nach gegebenen Verhältnissen der Breite nach, ohne einer vorhergehenden geometrischen Vermessung der ganzen Fläche gleich auf dem Felde einzutheilen habe, wird nach dem Vorhergehenden nicht schwer seyn auszuführen, wie auch, daß bey Vertauschungen zerstreut liegender Grundstücke von verschiedener Güte und Tragbarkeit auf ähnliche Art wie vorhin zu verfahren sey, u. dgl.

Über Theilung der Flächen können folgende Schriften gelesen werden :

Bugge, theor. prakt. Anleitung zum Feldmessen, aus dem Dänischen von Ludol. Tobiesen. Altona 1798.

Bleibtreu, Ludw., Theilungslehre u. Frankfurt a. M. 1819.

Kirchner, Joh. And., Lehre über geometrische und ökonomische Zertheilung der Felder. Weimar 1796.

Mayer, Joh. Tob., gründl. und ausführl. Unterricht zur prakt. Geometrie. Göttingen 1804. 3. Aufl. 3 Theile; und andere Schriften der prakt. Geometrie.

**D. Regulirung unregelmäßiger Grenzen.**

§. 299.

Aufgabe. Zwey Grundstücke *A* und *B* haben eine gemeinschaftliche sehr unordentliche Grenze *abcde*, die Besitzer wünschten eine gerade, jedoch so, daß das Grenzzeichen bey *a* behalten werde, und jeder Eigenthümer eine mit der bis nun besitzenden Fläche gleich große Fläche wieder erhalte.

**Fig. 158.** Auflösung. 1) Man verbinde an der entgegengesetzten Seite des unverrückbaren Grenzzeichens die Endpunkte  $e$  und  $c$  des ersten Winkels  $d$  durch eine Gerade  $ce$ , führe zu dieser durch den Scheitelpunct dieses Winkels die Parallele  $d1$ , und verbinde diesen Punct 1 mit dem Scheitelpunct des nächsten Winkels  $c$ ; so wird durch diese Diagonale  $1c$  der Winkel  $d$  hinweggebracht, und der Besitzer  $A$  hat für sein verlorne Dreyeck  $1ne$  das gleich große Dreyeck  $ndc$  vom Grenznachbar  $B$  erhalten (Gmtr. 154. 1).

2) Auf eben diese Art verbinde man 1 mit  $b$ , ziehe zu dieser Geraden  $1b$  durch  $c$  die Parallele  $c2$ , und sodann von dem Puncte 2 nach  $b$  die Diagonale  $2b$ .

3) Zieht man ferner von dem so eben bestimmten Punct 2 nach dem unverrückbaren Grenzpunkt  $a$  die Gerade  $2a$ , und zu dieser die Parallele  $b3$  durch den nächsten Scheitelpunct  $b$ , endlich durch den Punct 3 und den festen Grenzpunkt  $a$  die Diagonale  $a3$ ; so wird durch diese die verlangte geradlinige Grenze bestimmt, ohne daß einer oder der andere Grenznachbar von der Größe seiner Fläche etwas verloren hat. Unter Anwendung des §. 281. 7) und 10) gezeigten Verfahrens kann diese Regulirung schnell bewirkt werden.

4) Soll diese Ausgleichung gleich unmittelbar auf dem Felde vorgenommen werden, ohne die Grenze vorher geometrisch aufzunehmen, und ohne mit einem Instrumente (vorzüglich Bussole) versehen zu seyn, womit man die oben unter 1) und 2) erforderlichen Parallellinien abstecken könnte; so tritt hier die §. 284. 4) schon erwähnte Schwierigkeit ein, und man dürfte dieses Verfahren nur dann anwenden, wenn die Abstände, in welchen die Parallelen zu führen sind, nicht beträchtlich, daher ohne Nachtheil für die Richtigkeit nach §. 125. 1) oder 2) auszuführen wären. Außer diesem verfährt man auf folgende Weise:

159 $\frac{1}{2}$ . 5) Man verbinde die zwey äußersten Grenzpunkte auf einer der geeignetsten Seiten, z. B. in Fig. 159 $\frac{1}{2}$ . die Punkte  $h$  und  $4$  durch eine Gerade  $gh$ , und berechne den abgeschnittenen Theil zwischen dieser Geraden und der bestehenden Grenze  $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ \dots$ . Gesezt dieser für den Theilhaber  $M$  betrage  $2482^\circ$ ; dividirt man diese Fläche durch die Länge der Geraden  $gh = 162^\circ$  und beschreibt mit der Länge des erhaltenen Quotienten  $15,4^\circ$  zwey Bogen, so wird die durch die höchsten Punkte dieser Bogen gezogenen Parallele  $gs$  die verlangte geradlinige Grenze seyn, und wodurch auch jeder Theilhaber  $M$  und  $N$  die vorige Größe seiner Fläche erhält.

6) Wäre eine Grenze sehr unregelmäßig, wie in Fig. 158., Fig. 158. so verfährt man auf folgende Art: An einer Seite der zu regulirenden Grenze stecke man beliebige gerade Linien  $r q$ ,  $q o \dots ab$ , die jedoch die Grenze nicht durchschneiden dürfen, und fälle auf diese aus allen Eckpuncten senkrechte Ordinaten und messe sie nach §. 85. Sodann berechne man die Trapeze und Dreyecke nach §. 276. 4), um den Flächeninhalt zu erhalten, welcher zwischen den abgesteckten Linien und der Grenze eines Interessenten liegt; jene Fläche sey z. B.  $218^\circ$  gefunden worden.

7) Hierauf verbinde man die äußersten Grenzpunkte  $o$  und  $r$  durch eine Gerade, messe diese und auch die Senkrechte  $q s$ , berechne den Flächeninhalt des Dreyeckes  $o q r$ , vergleiche ihn mit dem vorhin berechneten, um zu sehen, ob von diesem Dreyecke etwas abgeschnitten oder zu demselben hinzu gemessen werden soll. Gesezt, dieses Dreyeck  $o q r$  wäre  $= 264^\circ$ , daher um  $264 - 218 = 46^\circ$  zu groß befunden worden; dividirt man den Überschuß durch die halbe Länge der Grundlinie  $or$ , und wird das Dreyeck  $o r p$  nach §. 290. 4) davon abgeschnitten, so wird  $r p$  die verlangte Grenze seyn.

8) Wäre ein Grenzzeichen etwa  $o$  oder  $m$  unverrückt beyzubehalten, so müßte man im ersten Falle die Höhe des Überschuß- oder Ergänzungs-Dreyeckes  $r o p$ , auf der andern Seite  $m a$  auftragen; im zweyten Falle aber die Abscissenlinie  $r q$  aus dem unverrückbaren Grenzpunkte  $m$  ziehen, und übrigens so wie vorhin verfahren. Könnte man wegen Hindernisse die ganze Grenze auf Ein Mahl nicht so behandeln, so verfare man theilweise z. B. von  $m$  bis  $n$ , und von da bis  $o$  auf die vorige Art.

9) Die auf die vorige Weise bestimmten Grenzpunkte können nachher vermög §. 287. von dem Papier auf das Feld übertragen und die neuen Grenzpunkte vermarkt werden. Diese Aufgabe findet auch in allen jenen Fällen mit Vortheil ihre Anwendung, wo man Grundstücken eine schicklichere Figur verschaffen will.

10) Ist das unverrückbare Grenzzeichen innerhalb der Fläche, etwa in  $b$  (Fig. 159.), und es soll die Grenze so regulirt werden, 159. daß die gerade Grenze durch diesen Punct gehe, so wird die Ausfühung nur dann rätlich seyn, wenn der Abstand des fixen Grenzpunktes  $b$  von einer der Grenzlinien  $p q$  oder  $r s$  höchstens  $\frac{1}{4}$  der ganzen Entfernung derselben, und der Winkel  $abc$ , welchen nämlich die gemeinschaftlichen Grenzlinien  $ba$  und  $bc$  einschließen, nicht unter  $130$  bis  $110$  Grade beträgt; weil außer diesen Bedingungen

**Fig.** die gegenüber liegenden Begrenzungen  $p q$  und  $r s$  von der sich erge-  
 159. benden geraden Grenzlinie entweder gar nicht, oder so schief geschnit-  
 u. ten werden, daß die Grenznachbarn  $M$  und  $N$  eine solche schiefe  
 160. Richtung ihrer Grenze kaum wünschen können, sondern lieber, wenn  
 eine Verrückung des Grenzzeichen  $b$  möglich oder zulässig ist, die  
 gebrochene Grenze  $c b a$  nach dem obigen Verfahren in eine gerade  
 verwandeln lassen würden. Je näher demnach der Punct  $b$  an  $p q$   
 oder  $r s$  liegt, und je stumpfer der Winkel  $c b a$  ist, desto mehr ist der  
 gegebene Fall zur Ausführung geeignet, und zwar nach §. 300.

11) Bey ältern Flächentheilungen ist nicht selten ein Grundstück  
 aus einem andern so herausgeschnitten worden, daß letzteres zur Feld-  
 bestellung eine unbequeme Grenze hat. Sind beyde Flächen Parallelo-  
 gramme oder Rechtecke (was selten der Fall seyn wird) und es soll  
 152. z. B. die Grenze  $a b c$  (oder  $a b d$ ) in eine Gerade  $p q$ , bey Gleich-  
 stellung der betreffenden Flächen, verwandelt werden; so ist die Figur  
 $A c b a = A c . A r$ , und die neue, gleichgroße Fläche  $A B q r =$   
 $A B . A e$ ; es muß nämlich  $A c . A r = A B . A e$  seyn, woraus  
 $A e = \frac{A c . A r}{A B}$  folgt.

12) Ist hingegen die Fläche  $A d b a$  ein Trapez oder unregel-  
 mäßige Figur, so berechnet man seinen Inhalt z. B.  $= 2940 \square$ ,  
 und dividirt ihn durch die Länge  $A B = 157$ , so gibt der Quotient  
 $\frac{2940}{157} = 18,7^\circ$  die zugehörige Höhe  $A e$ . Liegt nun  $A a$  parallel mit  
 $B q$ , oder weicht nicht viel davon ab, so wird in der Entfernung  $A e$   
 eine Parallele  $p q$  zu  $A B$  die verlangte Gleichstellung der Flächen  
 durch eine gerade Grenze abgeschnitten. Bey nicht paralleler Lage  
 von  $A a$  und  $B q$  wird so wie unter §. 285. gezeigt, verfahren.

## §. 300.

**Aufgabe.** Bey einer unregelmäßigen Grenze liegt das unver-  
 159. rückbare Grenzzeichen  $b$  innerhalb der Fläche, man soll die Grenze  
 u. so reguliren, daß der Größe der einen oder der andern Fläche unbe-  
 160. schadet, die neue Grenze gerade ist, und durch das fixe Grenz-  
 zeichen geht.

I. **Auflösung.** Durch die Verlängerung der größern Grenz-  
 linie  $c b$  wird von der Fläche  $N$  (und beziehungsweise  $M$ ) das Drey-  
 eck  $b u a$  ab- und der Fläche  $M$  (und  $N$ ) zugeschnitten; es muß also von  
 $M$  ( $N$ ) eine eben so große Fläche ab- und dem  $N$  ( $M$ ) zugetheilt werden.

Dividirt man den Flächeninhalt des Dreyecks  $bua$  durch die Fig. halbe Länge  $cb$ , so erhält man die Höhe eines Dreyeckes von dem- 159. selben Inhalt (Gmtr. 135). Beschreibt man mit dieser Höhe aus ir- u. gend einem Punct  $f$  einen Bogen  $i$ , und verfährt weiters wie (§. 290. 160. 4.), so erhält man den Punct  $d$ , der mit  $b$  verbunden das Dreyeck  $dbc = bua$  abschneidet.

Die neue Grenze  $dbu$  ist bey weitem der verlangten geraden Richtung schon näher, als die alte  $cba$ ; durch die verlangte gerade Grenze  $de$  jedoch, wird wieder ein kleines Dreyeck  $beu$  von  $N$  ( $M$ ) ab- und an  $M$  ( $N$ ) zugemessen. Verfährt man mit dem Dreyecke  $beu$  und der Linie  $bd$  eben so, wie vorhin mit dem Dreyecke  $bua$  und der Linie  $cb$ , u. s. w.; so wird der Winkel  $dbu$  immer kleiner und verschwindet endlich bis zur unmerklichen Größe.

2. Auflösung. Ist die Begrenzung  $pq$  mit  $rs$  parallel, so kann man kürzer nach folgender Weise verfahren. 159.

Man verlängere gleichfalls die größere Grenzlinie  $cb$  bis  $u$ , und denke die neue  $de$  von der verlangten Eigenschaft gezogen, so muß das Dreyeck  $dcb = abu + ube$  seyn. Es kommt also darauf an, in den ähnlichen Dreyecken  $dcb$  und  $ube$  eine von den Höhen  $dm$  oder  $en$  zu bestimmen. Der Kürze wegen sey  $bc = G$ ,  $bu = g$ ,  $md = x$ ,  $en = y$  und des Dreyeckes  $abu$  Höhe  $at = h$ , so ist

$$\frac{1}{2} G \cdot x = \frac{1}{2} g \cdot h + \frac{1}{2} g \cdot y$$

$$\text{oder } G \cdot x = g \cdot h + g \cdot y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

Wegen  $dcb \sim ube$  verhält sich

$$G : g = x : y, \text{ daher ist } y = \frac{g \cdot x}{G}$$

diesen Werth in (A) substituirt, gibt

$$G \cdot x = g \cdot h + g \cdot \frac{g \cdot x}{G}; \text{ oder } G^2 \cdot x = G \cdot g \cdot h + g^2 \cdot x$$

$$\text{oder } x (G^2 - g^2) = G \cdot g \cdot h$$

$$\text{endlich } x = \frac{G \cdot g \cdot h}{G^2 - g^2} = \frac{G \cdot g \cdot h}{(G + g)(G - g)}$$

Wird nun der Werth für  $x$  aus den auf dem Papier, oder unmittelbar auf dem Felde gemessenen Längen berechnet, und mit der gefundenen Länge  $fi$  ein Bogen  $i$  beschrieben, und weiters so verfahren wie oben, so wird der dadurch bestimmte Punct  $d$  mit dem fixen Grenzpunkt  $b$  verbunden, die Richtung der neuen Grenze in der verlangten Eigenschaft bestimmen.

Fig. 159. Es sey z. B.  $G = cb = 97,5$ ;  $g = bu = 34,5$ ; und  $h = at = 34,6$ ; so findet man  $x = fi = dm = 13,8$ . Verlangten Falles ist  $y = en = 4,9$ .

Will man  $x$  durch die Verzeichnung finden, so suche man zu  $G + g = cu$ ,  $G$  und  $g$  die 4te Proportionale  $= v$ ; sodann zu  $G - g$ ,  $v$  und  $h$  die 4te Proportionale  $= x = fi$  vermög Gmtr. 84. 1). Das durch die Rechnung und Verzeichnung bestimmte Resultat für  $x$  kann zur gegenseitigen Prüfung dienen.

3. Auflösung. Wenn die Begrenzungen  $qp$  und  $sr$  nicht parallel sind. Bey einer solchen Lage soll jedoch die schiefe Neigung der Art seyn, daß die Verlängerungen  $pq$  und  $rs$  sich nicht unter 30 Graden schneiden, weil sonst die Fläche  $M$  durch die neue Grenzlinie eine zu spizige, für die Feldbenützung nicht sehr geeignete Figur erhalten würde \*). Die Ausführung selbst geschieht durch die oben gezeigte Annäherung, oder etwas kürzer auf folgende Weise.

Nachdem durch die Verlängerung  $cb$  der Punct  $u$  bestimmt ist, dividire man den Flächeninhalt des Dreyeckes  $bau$  durch die Differenz von  $cb - bu$ , um die beyläufige Richtung der neuen Grenze  $de$  zu erhalten. Hierauf theile man  $ue$  in zwey gleiche Theile, ziehe durch den Theilungspunct  $x$  zur Grenze  $sr$  die Parallele  $xw$  (auf dem Felde nach §. 125. 2), setze in die obige Gleichung anstatt  $g = bu$ , nun die Länge  $bw$ , und berechne daraus  $x = fi = dm^{**}$ ); so wird bey Vergleichung der Flächeninhalte der Dreyecke  $cdb$  und  $bae$  der Unterschied so unbedeutend seyn, daß eine Wiederholung des so eben gezeigten Verfahrens nicht mehr nöthig seyn dürfte.

a) Die Grenzregulirung selbst in allen drey Fällen ist übrigens ohne Schwierigkeit, auch gleich unmittelbar auf dem Felde auszuführen, ohne erst die Fläche geometrisch aufzunehmen und zu berechnen; wobey nur die drey Linien  $bc$ ,  $bu$  und  $at$  wirklich zu messen sind.

### §. 301.

161. Aufgabe. Eine streitige Waldfläche von  $f = 8$  Joch Größe ist vermög Übereinkunft der streitigen drey Parteyen  $A$ ,  $B$  und  $C$  nach

\*) Der Deutlichkeit wegen, ist hier die Figur gegen das §. 299. 10) bedingte Verhältniß gezeichnet worden.

\*\*\*) Die Lage der vorläufig bestimmten Grenze  $de$ , und jene der durch die obige Gleichung sich ergebenden wahren Grenzlinie ist so unbedeutend, daß sie auf dem Papier nicht sehr merkbar, daher nur indessen vorgemerkt (§. 287. 3), sodann auf dem Felde aufgetragen, und dadurch ihre wahre Lage bestimmt wird.

dem Verhältnisse der Länge ihrer an das streitige Stück anstoßenden Waldgrenzen zu vertheilen, so daß die Theilungslinien aus einem in der Mitte liegenden Hügel (oder Felsenspitze) **D** in möglichst gerader Richtung sich an die alten Grenzpunkte **a**, **b** und **c** anschließen. Die Länge der anstoßenden Grenze von **a** bis **b** des Eigenthümers **A** beträgt 240 Klfr., jene des Eigenthümers **B** von **b** bis **c** beträgt 276 Klfr., und die Länge der Waldgrenze von **c** bis **a** der Partey **C** enthält 300 Klaftern.

Auflösung. 1) Man ziehe aus dem gegebenen Theilungspunct **D** an die alten Grenzpunkte **a**, **b** und **c** gerade Linien, berechne jeden solchen Theil **bDa**, **aDc**, u. s. w. insbesondere, und mache auch ihre Summe, um die Größe der zu vertheilenden Fläche zu wissen.

2) Nun bestimme man vermöge der gegebenen Verhältniszahlen 240 : 276 : 300 oder 20 : 23 : 25 nach Kl. 296 den gebührenden Antheil einer jeden Partey, vergleiche ihn mit dem oben vorläufig berechneten Theil derselben Partey, und schneide nachher den bey einem Theile etwa gefundenen Überschuß, vermög S. 290. 4) hinweg, oder messe den etwa sich ergebenden Abgang auf eben diese Art hinzu; so werden sich die wirklichen Theilungslinien **Dm**, **Dn** und **Db** ergeben, wie es aus dem Vorhergehenden und der Figur deutlich erhellet.

3) Über das Abstecken der Theilungslinien auf dem Felde kann das S. 287 gezeigte Verfahren nachgelesen werden.

a) Wäre der Theilungspunct **D** nicht schon gegeben, so kann derselbe dadurch bestimmt, und von ihm aus die Theilungslinien gerade nach den alten Grenzpunkten **a**, **b** und **c** gezogen werden, indem man die zu vertheilende Fläche vorher berechnet, und jedem Theilnehmer seinen Antheil nach 2) bestimmt; hierauf zwey und zwey Punkte, z. B. **a** mit **b** und **a** mit **c** verbindet, den abgeschnittenen Theil zwischen **ab** und **A** insbesondere berechnet, ihn von der dem **A** zukommenden Fläche abzieht, und den Überrest durch die halbe Grundlinie **ab** dividirt (S. 290. 4), um die Höhe zu einem noch hinzu zu messenden Dreyecke zu erhalten. Mit dieser gefundenen Höhe beschreibe man aus einem beliebigen Punkte der Grundlinie **ab** einen Bogen **mn** und ziehe durch den höchsten Punct dieses Bogens die Parallele **pq** zu **ab** von unbestimmter Länge. Nachher verfare man bey **ac** auf gleiche Art, um den Bogen **rs** zu erhalten, ziehe durch den höchsten Punct desselben zu **ac** die Parallele **tD**; so wird hierdurch **pq** geschnitten, und der Theilungspunct **D** bestimmt seyn, der nachher mit den alten Grenzpunkten **a**, **b** und **c** durch gerade Linien nur verbunden werden darf, um jedem seinen Antheil gehörig abzuschneiden.

b) Wenn mehr als drey Theilnehmer wären, so müssen die Thei-

Fig.  
161.

162.

Fig.  
162.

lungslinien der übrigen eben so, wie in §. 290 gezeigt worden ist, bestimmt und die hierdurch etwa zu sehr gebrochenen Grenzen, auf Verlangen, nach §. 299 in eine gerade verwandelt werden.

c) Bey der Vertheilung eines bisher von mehrern Parteyen gemeinschaftlich genossenen Grundes muß man darauf Rücksicht nehmen, daß einem jeden Theilnehmer der ihm am nächsten und bequemsten gelegene Theil zugemessen werde (wenn es besondere Umstände nicht anders fordern); besonders aber muß bey einer solchen Theilung eines Waldes oder andern Grundes, der in Zukunft als Wald bewirthschaftet und benützt werden soll, auf die bequeme Abfuhr des Holzes Rücksicht genommen werden, daß z. B. eine dießseits eines Bergrückens wohnende Partey nicht jenseits, und eine daselbst wohnende Partey dießseits des Berges ihren Antheil bekomme, oder daß ihre Antheile nicht zu beyden Seiten des Berges liegen, u. dgl.

## §. 302.

Wenn bey einer Grenze die kennbaren Grenzzeichen verloren gegangen, daher dieselbe durch Länge der Zeit dunkel geworden wäre, und es ist eine Karte überhaupt, oder eine eigene Grenzkarte (§. 251.) hierüber vorhanden, so sieht man an Ort und Stelle selbst nach, welche Steine der Nummer nach fehlen. Sodann zieht man auf der Karte eine gerade Linie zwischen den beyden noch vorhandenen Steinen, und von den fehlenden Steinen auf diese Linie senkrechte Ordinaten, steckt diese Linie auch draußen ab, trägt auf derselben die gehörigen Entfernungen bis zu den senkrechten Abständen der Grenzzeichen, und von da unter rechten Winkeln (etwa durch Hülfe eines Winkelmessers, der Bussole oder Kreuzscheibe) die zugehörigen senkrechten Abstände nach dem wirklichen Maße auf, wie sie auf der Karte nach dem verjüngten Maße gefunden worden sind; so wird man dadurch die Punkte, wo die Grenzzeichen gestanden sind, wieder erhalten.

## §. 303.

Würde aber nur hier und dort ein Grenzzeichen fehlen, so erhellet aus dem Bisherigen deutlich genug, wie man vermittelst eines der angeführten Meß-Instrumente zu verfahren habe, um die gehörigen Punkte wieder zu finden. Wenn hingegen über eine solche dunkel gewordene Grenze keine Karte vorhanden wäre, so darf man freylich nicht hoffen, die vormahligen Grenzpunkte mit voller Gewißheit wieder zu finden. Man muß sich hier nur mit der Wahrscheinlichkeit begnügen, die aber durch eine kluge Berücksichtigung der Umstände öfters bis zu einem hohen Grad bestimmt werden kann. Jedoch kann diese Berücksichtigung

sichtigung schwerlich einer Regel unterworfen werden, sondern sie hängt allein von dem Scharfsinne der Grenzberichtigungs-Commission ab. Als besonders dahin gehörig ist bey Wäldern die Beschaffenheit des Holzes zu rechnen, in so ferne dieselbe Aufschluß gibt, wie weit zu einer gewissen Zeit von dem einen oder dem andern Interessenten gehauen worden ist. Fig.

Kann man endlich in zweifelhaften Fällen den Lauf der vor- mahls bestandenen Grenze auch nicht einmahl mit Wahrscheinlichkeit bestimmen, so pflegt man sich über den Gegenstand zu vergleichen, und das Mittel von der beyderseits angenommenen Meinung als die künftige Grenzlinie anzunehmen, worüber auch die Note (Seite 375) nachgelesen werden kann.

### §. 304.

Damit eine solche Theilung (oder Grenzregulirung) in der Folge nicht bestritten werden kann, läßt sich der Geometer, nach ihrer Voll- endung, von der betreffenden Grundherrschaft ein legales, von allen Interessenten unterfertigtes Protokoll ausstellen, in welchem sie be- stätigen: daß die vorgenommene Theilung (oder Grenz- regulirung) auf ihr Ansuchen und mit Einwilligung der Grundobrigkeit unternommen worden, und zu ihrer vollkommenen Zufriedenheit ausgefallen seye; welches Document sodann der Indication bey der betreffenden Riede an- zuschließen, und dieser Anschluß, so wie die Handlung selbst in der Rubrik: Anm erk un g, neben dieser Riede (District &c.) zu bemerken ist.

Hat nun der Geometer seine Aufnahme richtig vollendet und auf dem Papier rein ausgearbeitet; hat er die allenfalls nöthige Eintheilung oder Vertheilung auf demselben sowohl, wie auch auf dem Felde vollführt, und im letztern Falle jedem Theilhaber seinen Antheil nach Pflicht und Gewissen zugemessen; übersteht er endlich in diesem Bewußtseyn das vollendete Werk seiner Anstrengung, so ent- strömt seinem Innern ein Wonnegefühl, welches für ihn weit lohnender als der reichste Ehrensold ist.