

Fünftes Hauptstück.

Vom Berechnen der aufgenommenen Flächen und einzelnen Grundstücke und der Parzellen, so wie von der Theilung der Flächen unter verschiedenen Bedingungen.

Erster Abschnitt.

Berechnung der vermessenen Flächen.

A. Eintheilung oder Vorbereitung zum Berechnen.

§. 269.

Nach beendigter Aufnahme einer Fläche (oder Gemeinde) muß der **Fig.** Inhalt eines jeden einzelnen Grundstückes nach dem landesüblichen Normalflächenmaße berechnet und ersichtlich gemacht werden, wozu auch diejenigen Tage in den Sommermonaten, an welchen auf dem Felde nicht gearbeitet werden kann, vorzüglich aber die Wintermonate bestimmt sind. Diese Berechnung wird auf den Original-Aufnahmeblättern selbst, nachdem bloß die Grenzen der Parzellen mit schwarzer Tusche rein ausgezogen sind, aber noch keine Farbenanlage und weitere Auszeichnung erhalten haben, vorgenommen. Da das richtige Flächenmaß die Grundlage einer jeden Vermessung zu ökonomischen Zwecken oder des Katasters ist, so würde es viel zu unsicher seyn, wenn man nur jede einzelne Parzelle für sich berechnen, und ihre Summe für den wahren Flächeninhalt einer Section oder einer Gemeinde annehmen wollte; es wird daher eine doppelte und zwar controllirende Rechnung derselben zur unerläßlichen Bedingung. Obgleich dieser Zweck nach verschiedenen Methoden erreicht werden könnte, so verdient doch diejenige gewählt zu werden, wodurch man in der möglichst kürzesten Zeit den Flächeninhalt auf eine überzeugende Art richtig erhält. Im Allgemeinen ist die Eintheilung der zu berechnenden

Fig. Figuren in Trapeze und Dreyecke die zweckmäßigste. Bey krummlinig begrenzten Figuren muß jede Krümmung in solche Theile zerlegt werden, daß man jeden derselben als gerade ansehen, d. h. daß der Unterschied eines solchen Bogens von seiner Sehne nach dem gewählten Aufnahmsmaßstabe mit dem Zirkel nicht mehr gefaßt und ausgedrückt werden kann. Trifft man ferner die Eintheilung einer Parthie oder Ried dergestalt, daß man gewisse Anhaltspuncte habe, wodurch sich Irrungen im Abgreifen und Aufschreiben der Maße leicht entdecken, und daß ihre Eintheilung auch größten Theils für die Berechnung der einzelnen Parzellen benützt werden kann; so ist dadurch nicht nur in Hinsicht auf Zeit, sondern auch auf Richtigkeit vieles gewonnen.

Diesen Bedingungen entspricht im Allgemeinen diejenige Eintheilung am meisten, bey welcher in gleichen Abständen parallele Ordinaten durch die ganze Figur oder Ried, und zwar in einer solchen Richtung hindurch geführt werden, daß, wo nicht alle Parzellengrenzen, doch der größte Theil derselben von jenen parallelen Ordinaten ziemlich senkrecht geschnitten werden *). Durch diejenigen Parzellen, welche zu schief oder gar nicht geschnitten werden, zieht man sodann derley Ordinaten in der gehörigen Richtung. Fig. 148. zeigt vorläufig diese Eintheilung.

§. 270.

Indem wir uns auf die §. 51. gegebene Beschreibung und Eintheilung des hierzu bestimmten Berechnungsapparates beziehen, wollen wir hier dessen Gebrauch und Anwendung in Kürze zeigen.

1) Um also mit diesem Apparate in gleichen und bestimmten Abständen parallele Linien zu führen, welche auf eine andere Gerade zugleich senkrecht stehen, legt man das größere Dreyeck mit der kleinern Kathete an den Maßstab C des Lineals, und führt den Index von Theilstrich zu Theilstrich; so werden die längs der andern Kathete gezogenen Linien mit einander parallel seyn, und von 8 zu 8 oder von 20 zu 20 Klaftern von einander abstehen (Fig. 145.). Wird aber die Hypothenuse an das Lineal angelegt, so werden die an der größern Kathete gezogenen Parallelen nur die Hälfte, d. i.

*) Große Hutweiden, Wiesen oder Waldparzellen theilt man öfters vortheilhaft in einige große Dreyecke, jedoch von gemeinschaftlichen Grundlinien (Gmtr. 139.).

4 oder 10 Klaftern von einander abstehen, je nachdem der Index auf Fig. die Eintheilung von 8 zu 8°, oder auf jene von 20 zu 20° gestellt worden ist (Fig. 146.). Wird die Hypothenuse des kleinern Dreyeckes 146. angelegt, und der Index von 20 zu 20 geschoben, und an der größern Kathete Linien gezogen, so beträgt der Abstand dieser Parallelen 5°.

Dem im letztern Falle ist $su = rt = 20^\circ$, und $qg = vi$, und in den ähnlichen Dreyecken pqs und pgu verhält sich

$$ps : pq = pu : pg$$

oder $ps : pu = pq : pg$

oder $(pu - ps) : ps = (pg - pq) : pq$

oder $su : ps = qg : pq$

oder $rt : vi = ps : pq$

und $ps : pq = 4 : 1$ vermög S. 51. 4)

daher $rt : vi = 4 : 1$

oder $20 : vi = 4 : 1$

endlich ist $vi = \frac{20^\circ}{4} = 5^\circ$.

Auf ähnliche Weise erhellet der richtige Gebrauch der übrigen Eintheilungen dieses Apparates.

Da die Theilstriche des Maßstabes B nach dem Katastralmass 1 Klafter von einander abstehen, so kann man durch Anlegung der kleinern Kathete an die Theilstriche dieses Maßstabes, mit einiger Aufmerksamkeit, Parallele unter zu wählenden Abständen von 1, 2, 3, 4... und mehrern Klaftern ziehen.

2) Zur Berechnung des Flächeninhaltes kann man sich eines der beyden Maßstäbe, und des kleinen Dreyeckes bedienen. Weil die Hypothenuse sich zur kleinern Kathete verhält, wie 4:1, so wird der Weg, den die größere Kathete in einer parallelen Richtung mit sich selbst beschreibt, nur $\frac{1}{4}$ von jenem betragen, welchen der Index längs der Eintheilung zurücklegt; folglich rückt die Kathete um $\frac{0^\circ, 8}{4} = 0^\circ, 2$ vor, wenn der Index der Hypothenuse um eine halbe Abtheilung am Maßstabe A fortgeschoben ist. Übrigens dienet bey diesem Apparate als Regel: daß bey dem großen und kleinen Dreyecke, es u. mag bey dem ersten die kleinere Kathete oder die Hypothenuse am Lineale 147. anliegen, jedes Mahl an der größern Kathete die Linien gezogen werden.

3) Weil jedes Dreyeck ayx (Fig. 147) in ein Parallelogramm (Rechteck) yk von gleichem Inhalte verwandelt wird, wenn man eine Seite in zwey gleiche Theile theilt, durch diesen Theilungspunct zu einer der gegenüber liegenden

Fig. den Seite eine Parallele, und aus einem Endpuncte
147. dieser Seite auch eine Parallele zur gegenüber stehenden Seite führt (wegen der Gleichheit des abgeschnittenen und hinzugemessenen Dreyeckes Gmtr. 59.); und weil ferner auch jedes Trapez $ywxz$ in ein gleich großes Parallelogramm (Rechteck) zk verwandelt wird, wenn man eine der zwey schiefen Seiten des Trapez in zwey gleiche Theile theilt, und durch den Theilungspunct eine Parallele zur gegenüber liegenden Seite führt, bis die zwey parallelen Seiten oder ihre Verlängerungen geschnitten werden (Gmtr. 137): so ist es nun leicht, mittelst dieses Apparates den Flächeninhalt krummliniger (auch geradliniger) Figuren zu bestimmen, ohne denselben durch das sehr zeitraubende Abstechen und Messen der so vielen dabey vorkommenden Linien und der daraus entstehenden beschwerlichen Multiplicationen suchen zu müssen.

145. 4) Man ziehe nämlich zuerst eine Abscissenlinie as in einer solchen Richtung, daß die krumme Linie durch die senkrechten Ordinaten nicht sehr schief geschnitten wird, und trage von einem Ende a der Abscissenlinie einwärts, $4^\circ = am$. An diese Linie lege man das Lineal, und an dasselbe das große Dreyeck mit der kleinern Kathete an den bemerkten Punct m , drücke das Dreyeck fest nieder, schiebe das Lineal mit einem Theilstrich der 8er Theilung genau an den Index des Dreyeckes, und bemerke oben an der krummen Linie durch einen feinen Strich den Punct b . In dieser Lage halte man das Lineal unverrückt fest, schiebe nun das Dreyeck längs des Lineals von 8 zu 8^o weiter, und bemerke oben an der Krümmung die Puncte c, d, e, \dots . Zuletzt trägt man von einem Theilstrich g gegen das andere Ende wieder $4^\circ = gr$, und zieht eine Ordinate rg als die Grenze, innerhalb welcher der Apparat gebraucht werden kann. Der übrige kleine Theil, er mag ein Dreyeck oder ein Viereck seyn, wird nachher besonders wie gewöhnlich berechnet.

5) Dadurch, daß man an beyden Enden, als an den Grenzen, innerhalb welchen der Apparat zu gebrauchen ist, 4° , die übrigen Abstände aber von 8 zu 8^o aufträgt, wird schon die gehörige Linie eines jeden Trapez und Dreyeckes in zwey gleiche Theile getheilt. Ist ferner der Index des Dreyeckes um eine halbe Abtheilung (nach der Schätzung
146. und Bezifferung aber um Eine Abtheilung) vorgerückt, während
u. die größere Kathete den Weg von m bis b durchlaufen hat; so beträgt
147. die Höhe $mb = 0^\circ, 2$ (vermög 2); es ist daher der Flächeninhalt

des Rechteckes $yk = ya \cdot mb = 8^\circ \cdot 0^\circ,2 = 1,6 = \frac{16}{10} = \frac{1600}{1000}$ Fig. 146.

Quadratklaftern; und ist also bey dem Gebrauche des Maßstabes A dem tausendsten Theil eines Joches gleich. u. 147.

In der Voraussetzung, daß jede zu berechnende Figur durch die 8er Theilung des Maßstabes C in Trapeze (oder gleiche Rechtecke vermög 3), die alle eine Grundlinie von 8° Länge haben, zerlegt werden können, ist die Eintheilung des Maßstabes A so beziffert worden, daß die durch den Index angegebene Zahl immer anzeigt, wie viel tausendste Theile eines Joches jedes Parallelogramm enthält.

6) Nun lege man das kleinere Dreyeck mit der größern Kathete an die Abscissenlinie as , stelle den Nullpunct des Lineals genau mit dem Index der Hypothenuse überein, halte in dieser Lage das Lineal fest, und schiebe längs desselben das Dreyeck so weit hinauf, bis die größere Kathete an der Krümmung den ersten Punct b berührt, so wird der Index des Dreyeckes am Maßstabe A den Flächeninhalt des ersten Rechteckes yk oder des gleich großen Dreyeckes axy , und bey weiterer Fortrückung bis an den Punct c , den Flächeninhalt des nachfolgenden Rechteckes xh oder des gleichen großen Trapez $xyxw$ angeben, u. s. w. Diese Flächen werden aufgeschrieben, und ihre Summe, da sie in Tausendtheilen des Joches ausgedrückt sind (vermög 5), durch 1000 dividirt, oder rechts drey Ziffern abgeschnitten, wodurch die Fläche einer Figur in Jochen und Tausendtheilen desselben erhalten wird. Es habe z. B. der Index

bey dem Punct b	140
= = = c	282
= = = d	313
= = = e	308 gezeigt;

so ist die Summe = 1043 = 1,043 Joch =
1 Joch und 69 Quadrat-Klaster.

7) Wird bey der Anwendung des Maßstabes B der Index der Hypothenuse des kleinern Dreyeckes gleichfalls um eine halbe Abtheilung fortgeschoben, so rückt dessen größere Kathete um $\frac{1}{4}$ jener halben

Abtheilung, also um $\frac{0^\circ,5}{4} = 0^\circ,125 = mb$ vor (vermög §. 51. 2

und 4), und es ist der Flächeninhalt des Rechteckes $yk = ya \cdot mb = 8^\circ \cdot 0^\circ,125 = 1,000 = 1$ Quadratklaster, oder dem sechzehnhundert-

Fig. sten Theil eines Joches gleich. Von der Eintheilung des Maßstabes **B** kann also der Inhalt eines Parallelogramm unmittelbar in Quadratklastern abgelesen werden.

145. 8) Bey einer starken Wendung der krummen Grenze bricht man die Abscissenlinie $s u$, und verfährt mit der Eintheilung und Berechnung wie vorhin. Man trägt nämlich von der Grenze kh , innerhalb welcher der Apparat angewendet werden kann, wieder 4° bis i , und macht die fernere Eintheilung von 8 zu 8° bis zur zweyten Grenze, wo wieder 4° auswärts getragen, und während dessen aber zugleich die Punkte $v, w, x \dots$ an der Krümmung bemerkt werden, bis wohin das Dreyeck angeschoben wird. Das zwischenliegende kleine Stück $g r s k h$ wird besonders wie gewöhnlich berechnet.

Es bedarf nur eine kurze Vorübung, voreerst an kleinen Figuren, um diesen Apparat, der unter den bisher bekannt gewordenen zu demselben Zweck der einfachste und sachdienlichste sich erwiesen hat, mit vielem Vortheile gebrauchen zu können.

a) Wird der Berechnungsapparat nur zur Eintheilung und Vorbereitung der Figuren zum Berechnen (§. 269), und nur zur Bestimmung des Inhaltes krummlinig bezrenzter Flächen gebraucht, als zu welchem Zwecke er eigentlich bestimmt ist; so gewinnt man nicht nur an Zeit beträchtlich, sondern auch an Richtigkeit der Berechnung, weil man dabey weniger Irrungen ausgesetzt ist, und diese auch leichter entdeckt, als bey der gewöhnlichen Berechnungsmethode. Nur die Vorsicht muß man gebrauchen, daß während der Operation das Lineal nicht aus seiner anfänglichen Lage verschoben werde, deswegen man diese durch Marke bezeichnen muß, wodurch man die richtige Lage desselben stets erkennen kann. Auch wenn man vor Beendigung einer Figur die Operation unterbrechen müßte, muß man denjenigen Punct an der krummen Linie bezeichnen, bey welchem man aufgehört hat, obschon man denselben aus der Anzahl der aufgeschriebenen Flächen auch wieder finden könnte.

146. b) Die §. 270 beschriebenen zwey Maßstäbe **A** und **B** des Berechnungsapparates dienen auch zur Bestimmung der Länge einer Linie in Klastern. Setzt man z. B. bey dem Maßstabe **A** die größere Kathete des kleineren Dreyeckes über den Punct **E** und senkrecht auf eine zu messende Gerade **EF** (Fig. 146), und den Nullpunct des Maßstabes mit dem Index des Dreyeckes überein; so wird, nachdem das Dreyeck am Lineale fortgeschoben und über den andern Endpunct **F** gestellt worden ist, die durch den Index angegebene Zahl durch 5 dividirt, die verlangte Länge der Linie **EF** nach dem verjüngten Katastralmassstabe in Klastern ausgedrückt seyn. Denn während der Index längs dem Lineale um eine halbe Abtheilung oder vermög §. 51. 1)

um $0^{\circ},8$ fortrückt, rückt die größere Kathete von **E** gegen **F** um $\frac{0^{\circ},8}{4}$ Fig.
 $= 0^{\circ},2 = \frac{1}{5}$ Kl. vor, vermög §. 51. 4); und so in andern Fällen.

Bedient man sich des größern Dreieckes, so beträgt die Bewegung der Kathete von **E** gegen **F** nur die Hälfte einer halben Abtheilung desselben Maßstabes vermög §. 51. 1 u. 4); also nur $\frac{0^{\circ},8}{2} = 0^{\circ},4 = \frac{4}{10}$ Kl. Man muß daher die durch den Index gegebene Zahl mit 4 multipliciren und durch 10 dividiren.

c) Bey dem Maßstabe **B** ist dasselbe Verfahren zu beobachten.

§. 271.

Der Flächeninhalt einer jeden beträchtlichen Vermessung muß, wegen der leicht möglichen Rechnungsfehler, doppelt gerechnet, d. h. es muß der Flächeninhalt größerer Parthien, und der einer jeden einzelnen Parzelle bestimmt, und dieser durch jenen controllirt werden. Zwar wäre es einerley, ob die Controllrechnung vor oder nach der Detailrechnung geschieht; doch pflegt man auch hier, dem §. 13 unter b) aufgestellten Grundsatz zu Folge, die Detailrechnung nach der Controllrechnung folgen zu lassen. Diese kann auf zweyerley Art geschehen. In Boden von höherer Cultur und kleinern Parzellen pflegt man sie in kleinern Parthien mit Hülfe des Berechnungsapparates (§. 270.); Wald-, Hutweiden, u. dgl. weniger getheilte Flächen hingegen in größern Parthien oder sectionsweise mittelst der Fochquadrata zu bewirken. Jeden Falles aber müssen, wenn man bey einer größern Vermessung, wegen unzureichenden Tischbreitern, die vollendeten Aufnahmssectionen vor der Berechnung abzuschneiden genöthiget ward, vor allem mit dem Stangenzirkel die Sectionslinien untersucht werden, ob, und wie viel das Papier sich eingezogen (oder bey noch aufgespannten Blättern etwa ausgezogen) habe. Man nimmt nämlich mit dem Stangenzirkel 25'' Normalmaß auf dem Maßstabe oder dem Diopterlineal ab (§. 248. 1) und trägt sie von einem Sectionseck auf der Nord- und Südseite auf, sodann auch 20'', und trägt diese auf der Ost- und Westseite des Rechteckes auf; verbindet man diese Punkte durch gerade Linien, so werden sich, bey Veränderung des Sectionsblattes, zwey kleine Rechtecke ergeben, deren Flächensumme oder Differenz im Ganzen sowohl, als auch der Betrag zur Verbesserung für 1 Foch auf jedem Blatte mit den gehörigen Zeichen + und — indessen vorgemerkt wird.

Fig. 126. Wäre z. B. jede der längern Seiten pq der Detailsection = $999^{\circ},2$ und jede kürzere Seite $np = 798^{\circ},9$ gefunden worden, so wären die ersten um $1000 - 999,2 = 0^{\circ},8$; und jede der letztern um $800 - 798,9 = 1^{\circ},1$ kürzer geworden, und es würde an der Seite pq die Fläche des Rechteckes = $999^{\circ},2 \cdot 1^{\circ},1 = 1099,1^{\square}$ an der Seite pn „ „ = $798^{\circ},9 \cdot 0^{\circ},8 = 639,1^{\square}$

zusammen $1738,2^{\square}$ betragen, um welche das eingezogene Rechteck $nm'qp$ vermehrt werden muß, damit dasselbe die $1000 \cdot 800 = 800000^{\square} = 500$ Foch enthalte (§. 199). Die positive Verbesserung auf 1 Foch wäre demnach in diesem Falle = $\frac{1738,2}{500} = 3,5^{\square}$; und ähnlich umgekehrt, wenn das Papier sich ausgedehnt hätte.

Daß bey gefundenen ungleichen Längen der Rechteckseiten das arithmetische Mittel zu nehmen ist, versteht sich wohl von selbst.

B. Controllrechnung mittelst des Apparates.

a) Vorbereitung und Eintheilung der Riede.

§. 272.

Um demnach eine Ried oder Parthie zum Berechnen mittelst Eintheilung durch den Apparat zweckmäßig vorzubereiten, beurtheile man nach den Biegungen der Begrenzung, ob die Abstände der parallelen Ordinaten von 4, 8 oder 5, 10 oder 20 Klaftern zu wählen und zureichend sind, dieselbe in solche Theile zu zerlegen, daß man diese krummen Theile als praktisch gerade annehmen kann.

1) Man beurtheile (Fig. 148), in welcher Richtung die meisten Parzellenscheidungen von den parallelen Ordinaten ziemlich senkrecht geschnitten werden, und ziehe in dieser Richtung an einem Ende der einzutheilenden Parthie, des Kreuzberges, eine Gerade, z. B. MN . Ist nach dem obigen Ermessen die Ser Theilung zureichend befunden worden, so lege man das größere Dreyeck mit der längern Kathete an diese gezogene Gerade MN , schiebe das Lineal mit einem Theilstrich an den Index der kleinern Kathete, so zwar, daß das Lineal wo möglich außerhalb des Umfanges der Parthie zu liegen komme, und bezeichne die Lage und Richtung des Lineals (§. 270. a). Hier-
148. auf schiebe man den Index des Dreyeckes von Theilstrich zu Theilstrich