

Fünftes Hauptstück.

Vom Berechnen der aufgenommenen Flächen und einzelnen Grundstücke und der Parzellen, so wie von der Theilung der Flächen unter verschiedenen Bedingungen.

Erster Abschnitt.

Berechnung der vermessenen Flächen.

A. Eintheilung oder Vorbereitung zum Berechnen.

§. 269.

Nach beendigter Aufnahme einer Fläche (oder Gemeinde) muß der **Fig.** Inhalt eines jeden einzelnen Grundstückes nach dem landesüblichen Normalflächenmaße berechnet und ersichtlich gemacht werden, wozu auch diejenigen Tage in den Sommermonaten, an welchen auf dem Felde nicht gearbeitet werden kann, vorzüglich aber die Wintermonate bestimmt sind. Diese Berechnung wird auf den Original-Aufnahmeblättern selbst, nachdem bloß die Grenzen der Parzellen mit schwarzer Tusche rein ausgezogen sind, aber noch keine Farbenanlage und weitere Auszeichnung erhalten haben, vorgenommen. Da das richtige Flächenmaß die Grundlage einer jeden Vermessung zu ökonomischen Zwecken oder des Katasters ist, so würde es viel zu unsicher seyn, wenn man nur jede einzelne Parzelle für sich berechnen, und ihre Summe für den wahren Flächeninhalt einer Section oder einer Gemeinde annehmen wollte; es wird daher eine doppelte und zwar controllirende Rechnung derselben zur unerläßlichen Bedingung. Obgleich dieser Zweck nach verschiedenen Methoden erreicht werden könnte, so verdient doch diejenige gewählt zu werden, wodurch man in der möglichst kürzesten Zeit den Flächeninhalt auf eine überzeugende Art richtig erhält. Im Allgemeinen ist die Eintheilung der zu berechnenden

Fig. Figuren in Trapeze und Dreyecke die zweckmäßigste. Bey krummlinig begrenzten Figuren muß jede Krümmung in solche Theile zerlegt werden, daß man jeden derselben als gerade ansehen, d. h. daß der Unterschied eines solchen Bogens von seiner Sehne nach dem gewählten Aufnahmsmaßstabe mit dem Zirkel nicht mehr gefaßt und ausgedrückt werden kann. Trifft man ferner die Eintheilung einer Parthie oder Ried dergestalt, daß man gewisse Anhaltspuncte habe, wodurch sich Irrungen im Abgreifen und Aufschreiben der Maße leicht entdecken, und daß ihre Eintheilung auch größten Theils für die Berechnung der einzelnen Parzellen benützt werden kann; so ist dadurch nicht nur in Hinsicht auf Zeit, sondern auch auf Richtigkeit vieles gewonnen.

Diesen Bedingungen entspricht im Allgemeinen diejenige Eintheilung am meisten, bey welcher in gleichen Abständen parallele Ordinaten durch die ganze Figur oder Ried, und zwar in einer solchen Richtung hindurch geführt werden, daß, wo nicht alle Parzellengrenzen, doch der größte Theil derselben von jenen parallelen Ordinaten ziemlich senkrecht geschnitten werden *). Durch diejenigen Parzellen, welche zu schief oder gar nicht geschnitten werden, zieht man sodann dersley Ordinaten in der gehörigen Richtung. Fig. 148. zeigt vorläufig diese Eintheilung.

§. 270.

Indem wir uns auf die §. 51. gegebene Beschreibung und Eintheilung des hierzu bestimmten Berechnungsapparates beziehen, wollen wir hier dessen Gebrauch und Anwendung in Kürze zeigen.

1) Um also mit diesem Apparate in gleichen und bestimmten Abständen parallele Linien zu führen, welche auf eine andere Gerade zugleich senkrecht stehen, legt man das größere Dreyeck mit der kleinern Kathete an den Maßstab C des Lineals, und führt den Index von Theilstrich zu Theilstrich; so werden die längs der andern Kathete gezogenen Linien mit einander parallel seyn, und von 8 zu 8 oder von 20 zu 20 Klaftern von einander abstehen (Fig. 145.). Wird aber die Hypothenuse an das Lineal angelegt, so werden die an der größern Kathete gezogenen Parallelen nur die Hälfte, d. i.

*) Große Hutweiden, Wiesen oder Waldparzellen theilt man öfters vortheilhaft in einige große Dreyecke, jedoch von gemeinschaftlichen Grundlinien (Gmtr. 139.).

4 oder 10 Klaftern von einander abstehen, je nachdem der Index auf Fig. die Eintheilung von 8 zu 8°, oder auf jene von 20 zu 20° gestellt worden ist (Fig. 146.). Wird die Hypothenuse des kleinern Dreyeckes 146. angelegt, und der Index von 20 zu 20 geschoben, und an der größern Kathete Linien gezogen, so beträgt der Abstand dieser Parallelen 5°.

Dem im letztern Falle ist $su = rt = 20^\circ$, und $qg = vi$, und in den ähnlichen Dreyecken pqs und pgu verhält sich

$$ps : pq = pu : pg$$

$$\text{oder } ps : pu = pq : pg$$

$$\text{oder } (pu - ps) : ps = (pg - pq) : pq$$

$$\text{oder } su : ps = qg : pq$$

$$\text{oder } rt : vi = ps : pq$$

$$\text{und } ps : pq = 4 : 1 \text{ vermög S. 51. 4)}$$

$$\text{daher } rt : vi = 4 : 1$$

$$\text{oder } 20 : vi = 4 : 1$$

$$\text{endlich ist } vi = \frac{20^\circ}{4} = 5^\circ.$$

Auf ähnliche Weise erhellet der richtige Gebrauch der übrigen Eintheilungen dieses Apparates.

Da die Theilstriche des Maßstabes B nach dem Katastralmass 1 Klafter von einander abstehen, so kann man durch Anlegung der kleinern Kathete an die Theilstriche dieses Maßstabes, mit einiger Aufmerksamkeit, Parallele unter zu wählenden Abständen von 1, 2, 3, 4... und mehreren Klaftern ziehen.

2) Zur Berechnung des Flächeninhaltes kann man sich eines der beyden Maßstäbe, und des kleinen Dreyeckes bedienen. Weil die Hypothenuse sich zur kleinern Kathete verhält, wie 4:1, so wird der Weg, den die größere Kathete in einer parallelen Richtung mit sich selbst beschreibt, nur $\frac{1}{4}$ von jenem betragen, welchen der Index längs der Eintheilung zurücklegt; folglich rückt die Kathete um $\frac{0^\circ, 8}{4} = 0^\circ, 2$ vor, wenn der Index der Hypothenuse um eine halbe Abtheilung am Maßstabe A fortgeschoben ist. Ubrigens dienet bey diesem 146. Apparate als Regel: daß bey dem großen und kleinen Dreyecke, es u. mag bey dem ersten die kleinere Kathete oder die Hypothenuse am Lineale 147. anliegen, jedes Mahl an der größern Kathete die Linien gezogen werden.

3) Weil jedes Dreyeck ayx (Fig. 147) in ein Parallelogramm (Rechteck) yk von gleichem Inhalte verwandelt wird, wenn man eine Seite in zwey gleiche Theile theilt, durch diesen Theilungspunct zu einer der gegenüber liegenden

Fig. den Seite eine Parallele, und aus einem Endpuncte
147. dieser Seite auch eine Parallele zur gegenüber stehenden Seite führt (wegen der Gleichheit des abgeschnittenen und hinzugemessenen Dreyeckes Gmtr. 59.); und weil ferner auch jedes Trapez $ywxz$ in ein gleich großes Parallelogramm (Rechteck) zk verwandelt wird, wenn man eine der zwey schiefen Seiten des Trapez in zwey gleiche Theile theilt, und durch den Theilungspunct eine Parallele zur gegenüber liegenden Seite führt, bis die zwey parallelen Seiten oder ihre Verlängerungen geschnitten werden (Gmtr. 137): so ist es nun leicht, mittelst dieses Apparates den Flächeninhalt krummliniger (auch geradliniger) Figuren zu bestimmen, ohne denselben durch das sehr zeitraubende Abstechen und Messen der so vielen dabey vorkommenden Linien und der daraus entstehenden beschwerlichen Multiplicationen suchen zu müssen.

145. 4) Man ziehe nämlich zuerst eine Abscissenlinie as in einer solchen Richtung, daß die krumme Linie durch die senkrechten Ordinaten nicht sehr schief geschnitten wird, und trage von einem Ende a der Abscissenlinie einwärts, $4^\circ = am$. An diese Linie lege man das Lineal, und an dasselbe das große Dreyeck mit der kleinern Kathete an den bemerkten Punct m , drücke das Dreyeck fest nieder, schiebe das Lineal mit einem Theilstrich der 8er Theilung genau an den Index des Dreyeckes, und bemerke oben an der krummen Linie durch einen feinen Strich den Punct b . In dieser Lage halte man das Lineal unverrückt fest, schiebe nun das Dreyeck längs des Lineals von 8 zu 8^o weiter, und bemerke oben an der Krümmung die Puncte c, d, e, \dots . Zuletzt trägt man von einem Theilstrich q gegen das andere Ende wieder $4^\circ = qr$, und zieht eine Ordinate rg als die Grenze, innerhalb welcher der Apparat gebraucht werden kann. Der übrige kleine Theil, er mag ein Dreyeck oder ein Viereck seyn, wird nachher besonders wie gewöhnlich berechnet.

5) Dadurch, daß man an beyden Enden, als an den Grenzen, innerhalb welchen der Apparat zu gebrauchen ist, 4° , die übrigen Abstände aber von 8 zu 8^o aufträgt, wird schon die gehörige Linie eines jeden Trapez und Dreyeckes in zwey gleiche Theile getheilt. Ist ferner der Index des Dreyeckes um eine halbe Abtheilung (nach der Schätzung
146. und Bezifferung aber um Eine Abtheilung) vorgerückt, während
u. die größere Kathete den Weg von m bis b durchlaufen hat; so beträgt
147. die Höhe $mb = 0^\circ, 2$ (vermög 2); es ist daher der Flächeninhalt

des Rechteckes $yk = ya \cdot mb = 8^\circ \cdot 0^\circ,2 = 1,6 = \frac{16}{10} = \frac{1600}{1000}$ Fig. 146.

Quadratklaftern; und ist also bey dem Gebrauche des Maßstabes A dem tausendsten Theil eines Joches gleich. u. 147.

In der Voraussetzung, daß jede zu berechnende Figur durch die 8er Theilung des Maßstabes C in Trapeze (oder gleiche Rechtecke vermög 3), die alle eine Grundlinie von 8° Länge haben, zerlegt werden können, ist die Eintheilung des Maßstabes A so beziffert worden, daß die durch den Index angegebene Zahl immer anzeigt, wie viel tausendste Theile eines Joches jedes Parallelogramm enthält.

6) Nun lege man das kleinere Dreyeck mit der größern Kathete an die Abscissenlinie as , stelle den Nullpunct des Lineals genau mit dem Index der Hypothenuse überein, halte in dieser Lage das Lineal fest, und schiebe längs desselben das Dreyeck so weit hinauf, bis die größere Kathete an der Krümmung den ersten Punct b berührt, so wird der Index des Dreyeckes am Maßstabe A den Flächeninhalt des ersten Rechteckes yk oder des gleich großen Dreyeckes axy , und bey weiterer Fortrückung bis an den Punct c , den Flächeninhalt des nachfolgenden Rechteckes xh oder des gleichen großen Trapez $xyxw$ angeben, u. s. w. Diese Flächen werden aufgeschrieben, und ihre Summe, da sie in Tausendtheilen des Joches ausgedrückt sind (vermög 5), durch 1000 dividirt, oder rechts drey Ziffern abgeschnitten, wodurch die Fläche einer Figur in Jochen und Tausendtheilen desselben erhalten wird. Es habe z. B. der Index

bey dem Punct b	140
= = = c	282
= = = d	313
= = = e	308 gezeigt;

so ist die Summe = 1043 = 1,043 Joch =
1 Joch und 69 Quadrat-Klaster.

7) Wird bey der Anwendung des Maßstabes B der Index der Hypothenuse des kleinern Dreyeckes gleichfalls um eine halbe Abtheilung fortgeschoben, so rückt dessen größere Kathete um $\frac{1}{4}$ jener halben

Abtheilung, also um $\frac{0^\circ,5}{4} = 0^\circ,125 = mb$ vor (vermög §. 51. 2

und 4), und es ist der Flächeninhalt des Rechteckes $yk = ya \cdot mb = 8^\circ \cdot 0^\circ,125 = 1,000 = 1$ Quadratklaster, oder dem sechzehnhundert-

Fig. sten Theil eines Joches gleich. Von der Eintheilung des Maßstabes **B** kann also der Inhalt eines Parallelogramm unmittelbar in Quadratklastern abgelesen werden.

145. 8) Bey einer starken Wendung der krummen Grenze bricht man die Abscissenlinie $s u$, und verfährt mit der Eintheilung und Berechnung wie vorhin. Man trägt nämlich von der Grenze kh , innerhalb welcher der Apparat angewendet werden kann, wieder 4° bis i , und macht die fernere Eintheilung von 8 zu 8° bis zur zweyten Grenze, wo wieder 4° auswärts getragen, und während dessen aber zugleich die Punkte $v, w, x \dots$ an der Krümmung bemerkt werden, bis wohin das Dreyeck angeschoben wird. Das zwischenliegende kleine Stück $g r s k h$ wird besonders wie gewöhnlich berechnet.

Es bedarf nur eine kurze Vorübung, voreerst an kleinen Figuren, um diesen Apparat, der unter den bisher bekannt gewordenen zu demselben Zweck der einfachste und sachdienlichste sich erwiesen hat, mit vielem Vortheile gebrauchen zu können.

a) Wird der Berechnungsapparat nur zur Eintheilung und Vorbereitung der Figuren zum Berechnen (§. 269), und nur zur Bestimmung des Inhaltes krummlinig bezrenzter Flächen gebraucht, als zu welchem Zwecke er eigentlich bestimmt ist; so gewinnt man nicht nur an Zeit beträchtlich, sondern auch an Richtigkeit der Berechnung, weil man dabey weniger Irrungen ausgesetzt ist, und diese auch leichter entdeckt, als bey der gewöhnlichen Berechnungsmethode. Nur die Vorsicht muß man gebrauchen, daß während der Operation das Lineal nicht aus seiner anfänglichen Lage verschoben werde, deswegen man diese durch Marke bezeichnen muß, wodurch man die richtige Lage desselben stets erkennen kann. Auch wenn man vor Beendigung einer Figur die Operation unterbrechen müßte, muß man denjenigen Punkt an der krummen Linie bezeichnen, bey welchem man aufgehört hat, obschon man denselben aus der Anzahl der aufgeschriebenen Flächen auch wieder finden könnte.

146. b) Die §. 270 beschriebenen zwey Maßstäbe **A** und **B** des Berechnungsapparates dienen auch zur Bestimmung der Länge einer Linie in Klastern. Setzt man z. B. bey dem Maßstabe **A** die größere Kathete des kleineren Dreyeckes über den Punct **E** und senkrecht auf eine zu messende Gerade **E F** (Fig. 146), und den Nullpunct des Maßstabes mit dem Index des Dreyeckes überein; so wird, nachdem das Dreyeck am Lineale fortgeschoben und über den andern Endpunct **F** gestellt worden ist, die durch den Index angegebene Zahl durch 5 dividirt, die verlangte Länge der Linie **E F** nach dem verjüngten Katastralmassstabe in Klastern ausgedrückt seyn. Denn während der Index längs dem Lineale um eine halbe Abtheilung oder vermög §. 51. 1)

um $0^{\circ},8$ fortrückt, rückt die größere Kathete von **E** gegen **F** um $\frac{0^{\circ},8}{4}$ Fig.
 $= 0^{\circ},2 = \frac{1}{5}$ Kl. vor, vermög §. 51. 4); und so in andern Fällen.

Bedient man sich des größern Dreyeckes, so beträgt die Bewegung der Kathete von **E** gegen **F** nur die Hälfte einer halben Abtheilung desselben Maßstabes vermög §. 51. 1 u. 4); also nur $\frac{0^{\circ},8}{2} = 0^{\circ},4 = \frac{4}{10}$ Kl. Man muß daher die durch den Index gegebene Zahl mit 4 multipliciren und durch 10 dividiren.

c) Bey dem Maßstabe **B** ist dasselbe Verfahren zu beobachten.

§. 271.

Der Flächeninhalt einer jeden beträchtlichen Vermessung muß, wegen der leicht möglichen Rechnungsfehler, doppelt gerechnet, d. h. es muß der Flächeninhalt größerer Parthien, und der einer jeden einzelnen Parzelle bestimmt, und dieser durch jenen controllirt werden. Zwar wäre es einerley, ob die Controllrechnung vor oder nach der Detailrechnung geschieht; doch pflegt man auch hier, dem §. 13 unter b) aufgestellten Grundsatz zu Folge, die Detailrechnung nach der Controllrechnung folgen zu lassen. Diese kann auf zweyerley Art geschehen. In Boden von höherer Cultur und kleinern Parzellen pflegt man sie in kleinern Parthien mit Hülfe des Berechnungsapparates (§. 270.); Wald-, Hutweiden, u. dgl. weniger getheilte Flächen hingegen in größern Parthien oder sectionsweise mittelst der Fochquadrata zu bewirken. Jeden Falles aber müssen, wenn man bey einer größern Vermessung, wegen unzureichenden Tischbreitern, die vollendeten Aufnahmssectionen vor der Berechnung abzuschneiden genöthiget ward, vor allem mit dem Stangenzirkel die Sectionslinien untersucht werden, ob, und wie viel das Papier sich eingezogen (oder bey noch aufgespannten Blättern etwa ausgezogen) habe. Man nimmt nämlich mit dem Stangenzirkel 25'' Normalmaß auf dem Maßstabe oder dem Diopterlineal ab (§. 248. 1) und trägt sie von einem Sectionseck auf der Nord- und Südseite auf, sodann auch 20'', und trägt diese auf der Ost- und Westseite des Rechteckes auf; verbindet man diese Punkte durch gerade Linien, so werden sich, bey Veränderung des Sectionsblattes, zwey kleine Rechtecke ergeben, deren Flächensumme oder Differenz im Ganzen sowohl, als auch der Betrag zur Verbesserung für 1 Foch auf jedem Blatte mit den gehörigen Zeichen + und — indessen vorgemerkt wird.

Fig. 126. Wäre z. B. jede der längern Seiten pq der Detailsection = $999^{\circ},2$ und jede kürzere Seite $np = 798^{\circ},9$ gefunden worden, so wären die ersten um $1000 - 999,2 = 0^{\circ},8$; und jede der letztern um $800 - 798,9 = 1^{\circ},1$ kürzer geworden, und es würde an der Seite pq die Fläche des Rechteckes = $999^{\circ},2 \cdot 1^{\circ},1 = 1099,1^{\square}$ an der Seite pn „ „ = $798^{\circ},9 \cdot 0^{\circ},8 = 639,1^{\square}$

zusammen $1738,2^{\square}$ betragen,

um welche das eingezogene Rechteck $nm'qp$ vermehrt werden muß, damit dasselbe die $1000 \cdot 800 = 800000^{\square} = 500$ Foch enthalte (§. 199). Die positive Verbesserung auf 1 Foch wäre demnach in diesem Falle = $\frac{1738,2}{500} = 3,5^{\square}$; und ähnlich umgekehrt, wenn das Papier sich ausgedehnt hätte.

Daß bey gefundenen ungleichen Längen der Rechteckseiten das arithmetische Mittel zu nehmen ist, versteht sich wohl von selbst.

B. Controllrechnung mittelst des Apparates.

a) Vorbereitung und Eintheilung der Riede.

§. 272.

Um demnach eine Ried oder Parthie zum Berechnen mittelst Eintheilung durch den Apparat zweckmäßig vorzubereiten, beurtheile man nach den Biegungen der Begrenzung, ob die Abstände der parallelen Ordinaten von 4, 8 oder 5, 10 oder 20 Klaftern zu wählen und zureichend sind, dieselbe in solche Theile zu zerlegen, daß man diese krummen Theile als praktisch gerade annehmen kann.

1) Man beurtheile (Fig. 148), in welcher Richtung die meisten Parzellenscheidungen von den parallelen Ordinaten ziemlich senkrecht geschnitten werden, und ziehe in dieser Richtung an einem Ende der einzutheilenden Parthie, des Kreuzberges, eine Gerade, z. B. MN . Ist nach dem obigen Ermessen die Ser Theilung zureichend befunden worden, so lege man das größere Dreyeck mit der längern Kathete an diese gezogene Gerade MN , schiebe das Lineal mit einem Theilstrich an den Index der kleinern Kathete, so zwar, daß das Lineal wo möglich außerhalb des Umfanges der Parthie zu liegen komme, und bezeichne die Lage und Richtung des Lineals (§. 270. a). Hier-
148. auf schiebe man den Index des Dreyeckes von Theilstrich zu Theilstrich

der 8er Theilung und ziehe an der größern Kathete feine Bleylinien über die ganze Kied, bis dieselbe durchaus mit parallelen Ordinaten überzogen ist. Fig. 148.

2) Muß man hingegen die 4er Theilung anwenden, so lege man an die, nach obigen Gründen, gezogene Gerade *MN* die größere Kathete des Dreyeckes, schiebe das Lineal mit dem Rande des Maßstabes *C* an die Hypothenuse, stelle ihren Index mit einem Theilstrich überein, und bemerke in dieser Lage die Richtung des Lineals wie vorhin. Hierauf schiebe man das Dreyeck mit seinem Index von Theilstrich zu Theilstrich der 8er Theilung, und ziehe an der größern Kathete feine Bleylinien durch die ganze Kied oder Parthie, welche gleichlaufen, und 4° von einander absteigen werden (§. 270. 1).

3) Ist die einzutheilende Parthie so groß, daß man bey einer Lage des Lineals nicht alle Ordinaten auf der ganzen Parthie ziehen kann, so betrachte man die zuletzt gezogene Ordinate, z. B. 28...*r*, als die erste *MN*, lege das Dreyeck mit der größern Kathete wieder daran, und verfare überhaupt dabey wie vorhin, bis die ganze Parthie mit gleich entfernten parallelen Ordinaten überzogen ist.

4) Eben so würde man die andere Kied, die hohe Seite, in der Richtung *fd* mit solchen parallelen Ordinaten ganz überziehen, weil in dieser Richtung die meisten Parzellenscheidungen ziemlich senkrecht geschnitten werden, als die Abtheilungen *A*, *B* und *C*. Die übrigen Abtheilungen, wie z. B. *D* und *E*, werden nachher, wenn jede Parzelle für sich allein berechnet wird, in solchen Richtungen mit Parallelen überzogen, daß die Parzellengrenzen beynah senkrecht geschnitten werden, wie in der Abtheilung *D* zu sehen. 150.

5) Es scheint zwar, als ob bey dieser Eintheilung manche Ordinate unnöthig gezogen würde, da die Begrenzung der Kiede oft ganz gerade ist, oft auch auf ziemliche Strecken von der geraden Richtung wenig abweicht, daher die Ordinaten bey solchen Stellen mit Vortheil in größern Abständen von einander gezogen werden könnten. 148.
Alein es ist dieser Vortheil an sich schon unbedeutend, und überdies auch nur scheinbar, weil bey Ordinaten, in größerer Entfernung gezogen, nachher die innerhalb liegenden Parzellen wieder besonders eingetheilt, oder Zwischenordinaten gezogen werden müßten, wozu meistens fast so viel Zeit erfordert werden würde, als zur Eintheilung der ganzen Kied nach der vorigen Art, und noch dazu leicht Irrungen entstehen. u.
150.

6) Bey der obigen Eintheilung hingegen, wo man die Ordina-

Fig. ten immer gleichförmig in gleichen Abständen zieht, können so leicht
 148. keine Irrungen entstehen, noch viel weniger unentdeckt bleiben, und
 u. die Eintheilung der ganzen Parthie kann oft auch zugleich für jene
 150. der Parzellen benützt werden. Auch reicht man mit der Theilung von
 4 zu 4° in allen Fällen aus, weil sehr kleine Biegungen von Bächen,
 Gräben u. dgl., wie z. B. in der Abtheilung *G* des Kreuzberges
 bey *QR*, *RS* und *ST*, abgeschnitten, und der Inhalt eines solchen
 Abschnittes mittelst des Apparates nach §. 270. 6) bestimmt wer-
 den kann.

7) Alle übrige kleine Berechnungen und Biegungen, welche
 von den Ordinaten nicht geschnitten werden, sowohl am Umfange
 der Kiede als in jeder einzelnen Parzelle, müssen für sich in Tra-
 peze und Dreyecke, größere wie an der Linie *MN*, mittelst des
 Apparats nach §. 270, kleinere aber, wie bey *Qqp*, gewöhnlich einge-
 theilt werden.

8) Endlich werden auf alle Ordinaten fortlaufende Nummern
 geschrieben, bey einzelnen Dreyecken oder Trapezen aber diese Num-
 mern innerhalb derselben gesetzt. Auf diese Numerirung muß
 man bey jeder Eintheilungsart die äußerste Auf-
 merksamkeit verwenden und sie stets in einer gewissen Ord-
 nung führen, damit keine Linie, die als Factor zu einer Fläche ge-
 hört, und mit dem Zirkel gefaßt werden kann, übersehen werde.
 Daher muß jede neue Untertheilung in Trapeze und Dreyecke mit
 fortlaufenden Nummern sogleich bezeichnet werden. Bey großen
 Parthien, wo diese Nummern schon in die Hunderte gehen, kann
 man jede kleinere Parthie mit einem Buchstaben, und ihre Parzellen
 sodann mit eigenen fortlaufenden Nummern von 1 angefangen be-
 zeichnen. Diese Nummern und Buchstaben müssen mit feingespitztem
 harten Bleystift klein, jedoch deutlich geschrieben werden.

b) Abnahme der Factoren zur Berechnung der
 Kiede.

§. 273.

Nach der nun beschriebenen Vorbereitung durch die Eintheilung
 der Kiede oder Parthien, schreitet man zur Abnahme der Ordinaten
 und der übrigen Linien, wovon der Flächeninhalt abhängt, und trägt
 sie einstweilen als Factoren in ein vorgerichtetes Protokoll von der
 folgenden Einrichtung zur Berechnung ein, als:

P r o t o k o l l

zur kontrollirenden Flächenberechnung (Fig. 148).

Der Nid oder Parthie		Factoren.	Product.		Anmerkung.			
Name.	Untertheilung.		Klaftern.	Foch		□ Kl.		
Im Sectionsblatt I. Der Kreuzberg.	Ordinate	1	109,2			} (1. Beyspiel.)		
		2	125,8					
		3	130,1					
		4	136,0					
		5	132,5					
			512,7	. 8	2	902	} (2. Beyspiel.)	
		5	138,1					
		11	164,2					
		halbe Summe	8	151,1			} (2. Beyspiel.)	
			8	150,9				
			302,0	. 24	4	824	} (3. Beyspiel.)	
			11	164,2				
			13	162,1				
		halbe Summe	13	163,1	. 16	1	1010	} (4. Beyspiel.)
			13	162,1				
		15	177,5					
	u. f. w.		169,8	. 16	1	1117		
	Dreyeck <i>Q p q</i>		4,9	. 4,2		20		
	u. f. f.							
	An der Linie							
	<i>QR:</i>							
	Trap.	1	7,8	. 7		55		
		2	4,9	. 5		24		
		3	4,2	. 5,5		23		
	u. f. w.		u. f. w.					
F ü r t r a g								

Fig. Man verfährt hierbey auf folgende Weise:

148. 1) Der Geometer sticht (greift) jede über die ganze Kied gezogene Ordinate (mit senkrecht gestelltem Zirkel) auf das Genaueste ab, untersucht sie (unter gleichfalls senkrechter Stellung des Zirkels) auf dem Maßstabe, sagt ihre Länge in Klaftern und Decimal-Theilen sammt ihrer gehörigen Nummer dem Gehülfsen, und dieser trägt sie in das vorstehende Protokoll indessen ein.

2) Hiermit fährt man so lang fort, bis die Biegungen des Umfanges oder die Begrenzung der Kied bedeutend sich ändert, d. i. durch eine ziemliche Strecke stärker oder flacher sich krümmt. Von der letzten Ordinate, wo die Veränderung anfängt, bis zur ersten wird der gemeinschaftliche Abstand der Ordinaten hinter eine Klammer oder rechts neben der Summe der Ordinaten, als der zweyte Factor geschrieben; hier z. B. haben die Ordinaten 1 bis 5 den gemeinschaftlichen Factor 8 *). Um hieraus das gehörige Product zu erhalten, wird nachher die erste und letzte Ordinate addirt, ihre halbirte Summe zu den übrigen Ordinaten gezählt, diese Summe als erster Factor mit dem gemeinschaftlichen Abstand als dem zweyten Factor multiplicirt, und das Product in die nebenstehende Rubrik geschrieben. Man sehe in voriger Tabelle das 1. Bepispiel. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist aus der Eigenschaft der Trapezberechnung und ihres Zusammenhanges leicht einzusehen (Gmtr. 137.).

3) Einfacher aber kann man die erste und letzte Ordinate, welche am Umfange einerley Biegung einschließen, wie hier die Ordinaten 5 und 11, gleich zuerst abgreifen, und ihre halbirte Summe oben anschreiben, wozu noch die übrigen in der gewöhnlichen Ordnung folgenden Ordinaten addirt, den ersten Factor, ihr gemeinschaftlicher Abstand aber, hier 24, den zweyten Factor geben, wie die Bepispiele 2), 3) und 4) im Berechnungs-Protokolle deutlich zeigen. Aus eben diesen Bepispielen ist auch zugleich ersichtlich, wie bey solchen Stellen zu verfahren sey, wo wegen flacherer Biegung des Umfanges einige Zwischenordinaten, jedoch immer in gleichen Abständen, weggelassen werden können. Eben so ist daraus zu ersehen, daß diejenige Ordinate, welche eine merkliche Veränderung der Biegung am Umfange scheidet, und daher zur vorhergehenden und nachfolgenden Biegungsparthie gehört,

*) Der Deutlichkeit wegen sind hier 8 Klaftern Entfernung nach dem Katastralmassstabe oder $40'' = 1$ Wiener Zoll genommen.

zweymahl, d. i. bey einer Parthie als erste, bey der andern aber als letzte Ordinate eingeschrieben werden muß: und zwar muß eine Ordinate, wie hier 5, doppelt gemessen werden, weil der kürzere Theil bis r zum vorhergehenden, die ganze Ordinate bis s hingegen zum nachfolgenden Trapez gehört.

Fig.
148.

4) Wenn eine abzugreifende Linie länger als ein Schenkel des gebrauchten Handzirkels ist, mithin dieser unter einem größern Winkel als 60 Grad geöffnet werden müßte, folglich eine solche Linie nicht mehr genug scharf gefaßt werden könnte, so mißt man dieselbe, in Ermangelung eines Stangenzirkels, auf 2- oder 3 mahl. Man trägt nämlich eine runde Zahl von Klastern, z. B. 100, oder nach der Länge des Handzirkels auch 200 Klastern auf eine solche Linie, so oft als es angeht; den übrigen Theil mißt man besonders, und zählt ihn zur aufgetragenen runden Zahl von Klastern, um ihre ganze Länge zu erhalten.

5) Sind auf diese Art alle Ordinaten einer ganzen Ried abgegriffen und ihre Längen in das Protokoll eingetragen, so werden auch die übrigen krummlinigen Flächen, als z. B. jene an den Linien QR , RS und ST , MN , 33 . . . p , u. m. dgl. in Trapeze und Dreyecke getheilt *), und besonders wie gewöhnlich oder mittelst des Apparates berechnet.

6) Da die Flächeninhalte der Riede oder Parthien nur zur Controlle der Parzellenberechnung dienen, so ist es bey jener Berechnung nicht nöthig, sich so genau an die eigentlichen Grenzen derselben zu halten; vielmehr ist es bey sehr krummlinigen Rieden vortheilhaft, anstatt ihrer krummlinigen Grenzen einen kleinen Theil einer andern Ried (öfters auch nur eine oder ein Paar Parzellen davon), hinzu zu nehmen. Wären z. B. die Abtheilungen H und I zwey Riede, von beträchtlicher Größe, so nimmt man entweder zur Abtheilung I die Parzelle 25, oder zur Abtheilung H die Parzelle 24 noch hinzu, um die beschwerliche Rechnung der gekrümmten Bachgrenze anstatt viermahl, nur zweymahl, nämlich bey der Berechnung der einzelnen Parzellen vornehmen zu dürfen. Bey Vergleichung des Flächeninhaltes der Parthien mit jenem ihrer in sich begreifenden Parzellen, wird sodann zur Parthie I die Parzelle 25, oder zur Parthie H die Parzelle 24 noch zugezogen, und die nöthige Berichtigung auf die

*) Hierbey treten die §. 86. und 240. Zusatz, gemachten und aufbewahrten Kettenmessungen in die vortheilhafteste Anwendung.

Fig. unten folgende Weise vorgenommen. Die Grenzlinie der zu einer
148. Berechnungsparthie hinzugezogenen Parzelle wird, der bessern Übersicht wegen, nur mit einer schlangenförmigen Bleylinie bezeichnet.

Wäre **Fig. 149.** für sich, so wie die zwey Abtheilungen **A** und **B**
Fig. 150. zusammen auch eine Kiede, so würde man aus obigem Grunde beyde zusammen als Eine Berechnungsparthie betrachten und berechnen, sofort ihren gesammten Flächeninhalt mit dem Inhalte aller darin enthaltenen Parzellen vergleichen; und gleicher Weise in allen andern ähnlichen Fällen verfahren.

c) Berechnung der Kiede oder Parthien.

§. 274.

Wenn nun alle Linien, woraus der Flächeninhalt einer Kiede hervorgehen muß, eingetragen sind, so kann man entweder zur Berechnung selbst schreiten, oder eine neue Parthie auf die vorige Weise eintheilen, und so fort, bis man die Factoren des Flächeninhalts aller Kiede und Parthien eines Ausnahmsblattes, welches zur Berechnung nach der natürlichen oder gewählten Begrenzung der Kiede gewöhnlich in 3, 4 oder 5 Berechnungsparthien getheilt wird, bestimmt hat. In der Regel soll man zum Eintheilen der Figuren und Abtragen der Linien immer die hellern Mittags-, zum Berechnen aber die dunklern Abendstunden verwenden. Das Berechnen selbst ist einfach.

1) Man addirt nämlich die zum ersten Factor gehörigen Ordinaten zusammen (wenn die Halbiring der ersten und letzten zu einer Krümmungsparthie gehörigen Ordinaten nicht schon früher geschehen ist, so werden sie halbirt, und ihre halbe Summe zu den übrigen Ordinaten gezählt (§. 273. 2) und 3); die Summe gibt den ersten, und ihr gemeinschaftlicher Abstand ist der zweyte Factor, deren Product mittelst der Multiplicationstafeln *) schnell und verläßlich bestimmt, und sodann in die nebenstehende Rubrik getragen wird.

2) Weil die Ordinatenabstände 4, 8, 16, Factoren von 1600 oder vom Foch sind, so kann die Rechnung dadurch abgekürzt werden, wenn man im ersten Falle (bey einem gemeinschaftlichen Abstände 4°) die Summe der Ordinaten durch 4 dividirt, und sodann im Quotienten rechts zwey Decimalen abschneidet, welche durch die Multipli-

*) Der einfache Gebrauch dieser sehr zweckdienlichen Tafeln ist in der vorausgehenden Einleitung derselben durch Beispiele erläutert. (Vergleget von dem k. k. Cataster, und zu haben in der k. k. Staatsdruckerey.)

cation mit 1600 in Quadratklaftern (\square) ausgedrückt werden. Es sey Fig. z. B. die Summe der Ordinaten = 5084° oder allgemein = S, 148.

$$\text{so ist die Fläche} = S \cdot 4^{\square} = \frac{S \cdot 4}{1600} \text{ Joch} = \frac{S}{400} = \frac{S}{4 \cdot 100} = \frac{5084}{4 \cdot 100} = 12,71 \text{ Joch} = 12 \text{ Joch und } 1136^{\square}.$$

3) Auf eben diese Art zeigt es sich, daß man bey einem gemeinschaftlichen Abstand von 8° die Summe der Ordinaten nur durch 2 dividiren, und rechts zwey Ziffern; bey einem Abstand von 16°, in der Summe der Ordinaten nur rechts zwey Ziffern als Decimalen abschneiden, und nach der vorigen Weise auf Quadratklaftern reduciren darf.

4) Sind die parallelen Ordinaten in andern gemeinschaftlichen Abständen, etwa in 10 oder 20 Klaftern Entfernung gezogen worden, oder ist durch Überspringen einiger Zwischenordinaten ein anderer Factor, z. B. 12 entstanden, so ist die Berechnung immer noch einfach; man multiplicirt nämlich die Summe der Ordinaten mit dem gemeinschaftlichen Abstand, und dividirt das Product durch 1600, um den Flächeninhalt in Joch und Quadratklaftern zu erhalten.

5) Sind nun die Flächen aller Riede und Berechnungsparthien berechnet, so werden die Resultate auf folgende Art in eine Übersicht zusammengestellt, und vermög der gefundenen Veränderung des Papiers berichtigt. Es seyen die Abtheilungen H, I . . . solche auf die obige Weise berechnete Riede; so setzt man z. B.

Sectionßblatt I.

Gefundene Veränderung des Papiers (S. 271.) . . . — 2,25 Joch;
daher positive Verbesserung für 1 Joch = $\frac{3600}{500} = + 7,2^{\square}$

Der Kreuzberg.

Die Abtheilung H mit Inbegriff der Parzelle 24

enthält 123 Joch 14 \square
Hierzu die Verbesserung 7,2 . 123 *) = . „ 886 \square

1) Summe 123 J. 900 \square

*) Man läßt bey dieser Zusammenstellung unter einer jeden Abtheilung etwas leeren Platz, um darauf die nöthige kleine Berechnung für die Verbesserung ersichtlich machen zu können.

Fig. 148.	Die Abth. I ohne der Parzelle 24 enthält . .	107 J. 1285 \square°
	Hierzu die	$\left\{ \begin{array}{l} 7,2 \cdot 107 = . \quad 770 \text{ »} \\ \frac{7,2 \cdot 1285}{1600} = . \quad 6 \text{ »} \end{array} \right.$

u. f. w. 2) Summe 108 J. 461 \square°

6) Zu diesen Summen 1), 2) u. f. f. wird die etwa leere Papierfläche des Blattes berechnet, berichtigt und addirt; die gesammte Summe muß genau die Sectiongröße = 500 Joch geben.

Diese Controllrechnung wird zur Vergleichung mit der Parzellenrechnung einstweilen aufbewahrt, oder von Demjenigen in Verwahrung genommen, der ein großes Messungsgeschäft zu leiten hat.

C. Controllrechnung mittelst der Jochquadrate.

a) Vorbereitende Eintheilung.

§. 275.

1) Auch hier wird vor Allem die Veränderung des Papiers mit dem Stangenzirkel, wie §. 271. untersucht, und der Befund einstweilen im Ganzen sowohl, als auch der Betrag für 1 Joch auf jedem Blatte vorgemerkt.

149. 2) Hierauf wird die ganze Section mittelst der Solltheilung
u. (S. 248.) durch feine Bleylinien mit einem Quadratnetz von einer
150. solchen Seitenlänge überzogen, daß ein jedes Quadrat nach dem Auf-
nahms- und Berechnungsmaßstabe die Einheit des Normal-Flächen-
maßes, bey uns Ein Joch (anderswo Zuchart, Morgen ic.) enthält.

3) Nun schneidet man die krummen Theile durch gerade Verbindungslinien der schicklichen Quadratecke ab, als *ab*, *cd*, *de* . . . , benützt zum Theil auch die Quadratseiten selbst, wie *bc* und *gf*; so wird die von diesen Geraden eingeschlossene Fläche schon in ganzen Jochen und Theilen desselben bestimmt, wie bey der Berechnung erhellen wird.

149. Die übrigen durch die geradlinige Figur *abcdefga* abge-
schnittenen krummen Theile werden in Trapeze und Dreyecke getheilt,
und besonders wie gewöhnlich oder mittelst des Apparates berechnet.

4) Wäre ein solchergestalt abgeschchnittener krummer Theil, wie an den Geraden *ab*, *ag* . . . mittelst Abscissen und Ordinaten aufgenommen worden, und ihre Längen in den Manualblättern aufbe-

wahrt vorhanden (§. 248. d) *); so können, wie sogleich gezeigt **Fig. 149.** werden wird, die hierzu erforderlichen Factoren, ohne jene Linien mit dem Zirkel abzugreifen, aus diesen Blättern leicht und schnell herausgeschrieben werden.

5) Bey großen ungetheilten Wald- und Hutweidenflächen kann man zur Controllrechnung, nach Beschaffenheit der Figur, auch große Dreyecke oder Vierecke herausschneiden, wie z. B. $abdfa$, und die von den Drey- oder Viereckseiten abgeschnittenen krummen Theile sodann in Trapeze und Dreyecke theilen, wozu bey Waldflächen die am Umfange gemessenen Standlinien und die daran gebundenen Ordinaten sehr vortheilhaft zu benützen sind. Es seyen durch die Geraden ab , bc , cd , de entweder auf diese oder auf jene unter 3) gezeigte Weise, die daran liegenden krummen Theile abgeschnitten, die Gerade mn aber sey eine Standlinie am Umfange der vermessenen Figur; so wird die einfachste und vortheilhafteste Eintheilung an der Linie ab in zwey Dreyecke 1 und 6, und in vier Trapeze von 2 bis 5 gemacht; endlich wird die krumme Fläche an der Standlinie mn mittelst der unter 4) erwähnten und weiter unten folgenden Art bestimmt.

6) Wären die Abtheilungen **A** und **B** (**Fig. 150.**) zusammen als Eine Berechnungsparthie zu betrachten, und wäre bey derselben die Controllrechnung mittelst der Fochquadrats zu bewirken; so werden am vortheilhaftesten die Quadratecke $m, a, b, c, d, f, q, N, h$ und m mit einander verbunden. Die Auszählung der Fochs und ihrer Theile, wobey die Eintheilung der Berechnungsparthie **Fig. 149.** auf ähnliche Weise wie oben §. 273. unter 6) mit benützt wird, geschieht nach der sogleich folgenden Anleitung, und das erhaltene Resultat wird in ein vorgerichtetes Protokoll sogleich als wirklich er Flächeninhalt in die gehörige Rubrik eingetragen.

*) Dieses ist vorzüglich von dem äußern Umfang eines Forstreviers zu verstehen.

Protokoll

zur kontrollirenden Flächenberechnung mittelst der Fochquadrate

(Fig. 149.).

Name des Berges oder Districtes.	Bezeichnung der Dreiecke oder Vierecke	Factoren oder Länge		Flächeninhalt			
		der Abscisse oder Grundlinie	der Summe der Ordinaten oder der Höhe	doppelter	wirklicher		
		Klafter.	Klaftern	□°	Foch □°		
Im Sectionsblatt I. Der Windkogel.	Trp. <i>k b c d</i>	.	.	.	2	.	
	Seck <i>l d e</i>	.	.	.	1	.	
	» <i>e f i</i>	.	.	.	3	.	
	» <i>a p g</i>	.	.	.	1	.	
	» <i>a h k</i>	.	.	.	4	800	
	Seck <i>k l e i</i>	.	.	.	4	.	
	» <i>p h f g</i>	.	.	.	4	.	
	An der Linie	<i>ab:</i>					
	Seck	1	13,2	11,2	147,8	.	.
	Trp.	2	10,1	17,7	178,8	.	.
	»	3	22,1	13,6	300,5	.	.
	»	4	42,2	15,4	649,9	.	.
	»	5	46,0	1,75	805,0	.	.
	Seck	6	6,2	9,2	57,0	.	.
	An der Linie	<i>mn:</i>			2139,0		1569
	Seck	15	11,1	7,7	85,5	.	.
	»	14	11,0	7,1	78,1	.	.
	»	13	17,7	11,2	198,2	.	.
	Trp.	12	12,1	20,4	246,8	.	.
	Seck	11	12,4	9,2	144,1	.	.
	»	10	8,0	10,5	84,0	.	.
	Trp.	9	11,7	28,8	337,0	.	.
	»	8	12,1	29,5	356,9	.	.
	Seck	7	14,2	11,2	159,0	.	.
					1100,5		
	u. f. w.	u. f. w.			— 589,1	.	.
					511,4	.	255,7
		An ausgezählten Foch			.	19	800
			F ü r t r a g				

b) Abnahme der Factoren, zur Controllrechnung. Fig.

§. 276.

1) Bey der Eintheilung der Section in Fochquadrate ist an 149. den innerhalb der Verbindungslinien *ab*, *bc*, *cd* . . . liegenden ganzen Quadraten und ihren Theilen keine Factorenabnahme erforderlich, sondern man zählt jene heraus, und trägt das Resultat der Fläche sogleich in die letzte Spalte des hierzu vorgerichteten Protokolls auf folgende Art über.

Das Trapez <i>k b c d</i> enthält	2 Foch	□°
Die Gerade <i>d e</i> ist die Diagonale von 2 Foch,		
daher enthält das Dreyeck <i>t d e</i>	1	—
Aus gleichem Grunde enthält das Dreyeck <i>e f i</i>	3	—
„ „ <i>a p g</i>	1	—
„ „ <i>a k h</i>	4	— 800
Das Viereck <i>k l e i</i> enthält	4	—
„ „ <i>p h f g</i> „	4	—

Diese herausgezählten Quadrate und Theile derselben überfährt man mit schwachen, leicht wieder verwiszbaren Bleystrichen, um keine doppelte Zählung zu erhalten.

2) Hierauf werden die Factoren, welche aus den Absciffentheilen der an den Verbindungslinien *ab*, *bc*, *cd* . . . liegenden Dreyecken und Trapezen sich ergeben, in folgender Ordnung abgegriffen:

An der Linie *ab*:

(Ganze Länge <i>ab</i>)	Abciffen,	Factoren	
= 139,8	13,2	für das Dreyeck	Nro. 1
	126,6	10,1	Trep. „ 2
	116,5	22,1	„ „ 3
	94,4	42,2	„ „ 4
	52,2	46,0	„ „ 5
	6,2	6,2	Dreyeck „ 6

Das vorstehende Muster zeigt das einfache Verfahren, wobey man stets von der größern Absciffe die nächst kleinere abzieht, um den Factor eines Dreyeckes oder Trapez zu erhalten, und wobey die letzte oder kleinste Absciffe jedesmahl in die Spalte rechts als letzter Factor unverändert angeschrieben wird, wodurch nun so viele Factoren stehen müssen, als Trapeze und Dreyecke zusammen an der ganzen Ab-

Fig. sciffenlinie liegen. Um mögliche Verwechslungen zu vermeiden, kann 149. man die obere Zahl, von der man so eben abgezogen hat, immer durchstreichen. In Hinsicht auf Genauigkeit ist dieses Verfahren jedem andern vorzuziehen, weil sogar ein kleiner, bey dem Abgreifen der Abscissen sich ergebender Unterschied, auf den Flächeninhalt keinen merkbarcn Einfluß hat, wie dieß bey Vergleichung der nebenliegenden Trapeze sogleich erhellet.

3) Um zu den vorigen ersten Factoren die zugehörigen zweyten aus den Ordinaten zu formiren, beginnt man übereinstimmend wie vorhin bey der zur höchsten Abscisse gehörigen Ordinate, nämlich:

An der Linie *ab*:

Ordinaten,	Factoren	
11,2	11,2	für das Dreyeck No. 1
6,5	17,7	Trap. „ 2
7,1	13,6	„ „ 3
8,3	15,4	„ „ 4
9,2	17,5	„ „ 5
	9,2	Dreyeck „ 6

Dieses Muster, verglichen mit der Figur, gibt die Regel klar zu erkennen, daß man jede Ordinate, wenn sie zu einem Dreyecke gehört, unverändert in die Spalte rechts als Factor übertragen, wenn sie aber auch zu einem Trapez gehört, zur nächstvorhergehenden Ordinate addiren müsse, um den gehörigen Factor für das Trapez zu erhalten.

4) Nach vollendeter Abnahme der Factoren aller an den Verbindungslinien der Quadrate liegenden Figuren, schreitet man zur Abnahme der Factoren jener Figuren, welche an den gemessenen Umfangslinien, wie *mn* u. dgl., liegen. Sind die bey der Aufnahme an den Standlinien angemessenen Abscissen und Ordinaten nebst ihren Längen in den Manualblättern aufbewahrt vorhanden (§. 86. und §. 240. Zusatz), so können jene Factoren, ohne sie mit dem Zirkel abzugreifen, aus diesen Blättern leicht und schnell herausgeschrieben, nach der vorhin gezeigten Weise zusammengestellt, und in die gehörige Spalte eingetragen werden. Es sey die an der Standlinie *mn* angemessene krummlinige Figur als eine im Manualblatt wirklich enthaltene Ausführung in Fig. 39. vorgestellt; so sind nach den oben unter 2) und 3) angegebenen Regeln:

An der Linie mn :

Fig.
149.

Abſciſſen.	Factoren.	Ordinaten.	Factoren.	
$mn = 110,3$				
99,2	11,1	7,7	7,7	3eck Nro. 15
88,2	11,0	7,7	7,7	„ „ 14
70,5	17,7	4,2	4,2	„ „ 13
58,4	12,1	4,3	8,5	Trp. „ 12
46,0	12,4		4,3	3eck „ 11
38,0	8,0	10,5	10,5	„ „ 10
26,3	11,7	18,3	28,8	Trp. „ 9
14,2	12,1	11,2	29,5	„ „ 8
	14,2		11,2	3eck „ 7

5) Die Factoren derjenigen Theile, die nicht zu der aufgenommenen Fläche gehören, werden vorläufig mit dem negativen Zeichen bezeichnet, und deren Product in der Folge abgezogen. Auf dieſe Art wird bey allen Standlinien einer am Umfange aufgenommenen Figur verfahren. Sind die Längen der gemessenen Ordinaten nicht aufbewahrt oder nicht deutlich genug vorhanden, ſo müſſen die Factoren nach dem unter 2) und 3) gezeigten Verfahren mittelſt des Zirkels abgegriffen werden.

6) Wäre auch bey der ſectionsweiſen Berechnung mittelſt Joſchquadrate der Flächeninhalt nach Nieden oder Rechnungsparthien wie oben §. 274. zu beſtimmen, und z. B. die Abtheilungen A und B (Fig. 150.) zuſammen als ſolche gewählt worden; ſo zählt

150.

das Dreyeck mda	1	Joſch
„ „ alb	1	— 800 \square°
„ Viereck $bckl$	2	— 800 „
„ „ $kadh$	4	—
„ Dreyeck hed	1	—
„ Viereck $Ndke$	3	—
„ Dreyeck dkc	1	—
„ „ dif	1	—
„ Viereck $fgNi$	4	—
„ Dreyeck gfe	3	—

Summe 22 Joſch.

7) Die krummlinige Fläche an den Linien $m..33, Qa, ab, bc, cd, \dots$ wird in Trapeze und Dreyecke getheilt, und die Fac-

Fig. 150. toren nach §. 276. 2) abgegriffen, oder mittelst des Apparates abgenommen, und nach gehöriger Berichtigung (§. 277. 2) und 3) zu den ausgezählten Jochen addirt.

8) Davon werden endlich die in Fig. 149. schon berechneten krummlinigen Flächentheile an den Linien *ef*, *ed*, u. s. w. gleichfalls nach der erforderlichen Berichtigung abgezogen, um den Inhalt der Berechnungsparthie *A* und *B* (Fig. 150.) zu erhalten.

Wegen beschränktem Raum ist im vorstehenden Berechnungsprotokolle die Rubrik: Anmerkung weggeblieben; wird daher beym wirklichen Gebrauche noch beygefügt. Auch kann in der Spalte: doppelter Flächeninhalt, für negative Flächentheile eine Abtheilung eingeschnitten werden.

e) Berechnung der Controllfläche bey der Jochquadrat=Theilung.

§. 277.

1) Nachdem die ausgezählten Joch gehörig eingetragen, und auch die Factoren aller krummlinigen Theile auf die vorige Weise abgegriffen und im Protokoll zusammengestellt sind, wird das Product jeder einzelnen Figur entweder durch die gewöhnliche Multiplication, oder, was eine ungewöhnliche Erleichterung gewährt, mittelst der Multiplicationstafeln gesucht, und einstweilen in die nebenstehende Spalte als doppelter Inhalt geschrieben, endlich wird die Summe einer jeden zusammen gehörigen Parthie, nachdem man vorher die negativen Theile abgezogen hat, mittelst Division durch 2 auf den wirklichen Flächeninhalt gebracht, in die gehörige Spalte übertragen.

2) Sind die Seiten für die Jochquadrate erst unmittelbar vor der Berechnung auf die Sectionslinien getragen worden, so sind die durch den Zirkel und den Apparat abgenommenen Flächentheile mit der ausgezählten Jochfläche schon gleichartig, und es unterliegen diese auf dreyerley Art erhaltenen Flächen einer Verbesserung, wenn das Sectionsbblatt nach §. 271. eine Veränderung erlitten hat. Nur die Flächentheile, welche aus den gemessenen Abscissen und Ordinaten nach §. 276. 4) unmittelbar berechnet worden sind, bedürfen nie eine Verbesserung.

3) Wären hingegen jene Quadratseiten schon vor der Vermessung auf die Sectionslinien getragen worden (§. 248. 1), so enthält das veränderte Sectionsbblatt immerhin 500 Jochquadrate. In diesem Falle bedürfen daher die ausgezählten Jochflächen keine Verbesserung;

dagegen müssen die mittelst des Zirkels und des Apparates abgenom- **Fig.**
menen Flächentheile (weil diese auf dem Papier veränderten Längen **148.**
auf dem unveränderlich gebliebenen messingenen Maßstabe gemessen
werden), vermög der nach §. 271. gefundenen Veränderung des Sec-
tionsblattes mit der ausgezählten Fochfläche gleichartig gemacht wer-
den, ehe von dieser ein Zu- oder Abzählen vorgenommen wird.

4) Nachdem die Flächen aller Riede und Parthien berechnet sind,
werden die Resultate ähnlicher Weise wie §. 274. 5) in eine Über-
sicht gebracht, und nach der so eben unter 2) gemachten Bemerkung
auf folgende Art berichtiget. Es seyen Fig. 149. und 150. solche
berechnete Riede oder Berechnungsparthien, so setzt man z. B.

Sectionenblatt II.

Gefundene Veränderung des Papiers (§. 271.) + 2,5 Foch;		
daher negative Verbesserung für 1 Foch	$= \frac{4000}{500} = - 8 \square$	
Der Windkogel enthält: ausgezählte Foch	192 Foch 800 \square	
mit dem Zirkel abgegriffene Fläche	10 „ 190 „	
durch den Apparat abgenommene Fläche	2 „ 1560 „	
<hr/>		
(vermög oben 2) Zusammen	205 Foch 950 \square	
Davon Verbesserung	{	
$8 \cdot 205 = . . .$		1 Foch 40 \square
$\frac{8 \cdot 950}{1600} = . . .$		5 „
<hr/>		
	Rest 204 Foch 905 \square	

Hierzu aus den Abscissen und Ordi-	
naten unmittelbar berechnete Fläche	3 » 110 „
	<hr/>
	1) Summe 207 Foch 1015 \square

u. f. w.

Sectionenblatt III.

Gefundene Veränderung des Papiers (§. 271.) - 3,25 Foch;	
daher positive Verbesserung für 1 Foch	$= \frac{5200}{500} = + 10,4 \square$
Die hohe Leite enthält: mit dem Zirkel	
abgegriffene Fläche	= 123 Foch 1502 \square
Durch den Apparat abgenommene Fläche	14 » 205 „
<hr/>	
nach oben 3) Zusammen	138 Foch 107 \square
Hierzu die Verbesserung 10,4 . 138 =	1435 „
an ausgezählter Fläche	53 Foch . „
an unmittelbar aus den Abscissen	
und Ordinaten berechneter Fläche	5 „ 420 „
<hr/>	
	1) Summe 197 Foch 362 \square

u. f. f.

Fig. 148. 5) Zu diesen Summen 1), 2) . . . eines jeden Sectionsblattes wird die etwa vorhandene leere Papierfläche desselben berechnet, berichtigt und addirt; die gesammte Summe muß wieder genau 500 Foch geben. Diese Resultate werden zu demselben Zwecke wie §. 274. 6) aufbewahrt.

D. Berechnung der Parzellen.

a) Berechnung derselben bey kleinerer Theilung in Boden von höherer Cultur.

§. 278.

Da die nach §. 272. geführte Eintheilung der ganzen Niede zugleich auch für die einzelnen Parzellen zu benützen ist, so kann man nach vollendeter Berechnung der Niede unmittelbar zur Berechnung der Parzellen schreiten, wobey ganz nach den oben geschriebenen Regeln verfahren wird.

1) Die Parzellen einer jeden kleineren Parthie werden mit arabischen Ziffern, von 1 angefangen, fortlaufend numerirt, so zwar, daß der Übergang aus einer Abtheilung in die andere leicht zu finden ist. Sind aber die Parzellen früher schon numerirt worden, so behält man diese Nummern, so wie auch jene der Ordinaten bey, durch welche die ganze Niede und ihre Parzellen untergetheilt worden. Die übrigen Dreyecke und Trapezen einer jeden Parzelle, welche durch die parallelen Ordinaten abgeschnitten werden, oder zwischen dieselben fallen, bezeichnet man zum Unterschiede mit kleinen lateinischen Buchstaben, wie in der Parzelle 9 des Kreuzberges zu sehen ist.

2) Bey gleichförmig gekrümmten Parzellen mißt man die erste Ordinate *ab* (Abth. G. Parzelle 7), und gleich darauf die letzte *lm*, und schreibt ihre auf dem Maßstabe gefundenen Längen in ein ähnliches Protokoll, wie Seite 443 *) oben an, und ihre halbe Summe darunter. Hierauf läßt man die Längen aller übrigen Ordinaten *dc*, *ef*, *hg* . . . folgen, welche mit der halben Summe der zwey vorigen den ersten, der gemeinschaftliche Abstand aller Ordinaten aber den zweyten Factor geben. Die übrigen, von der ersten und letz-

*) Hierbey ändert sich nebst der Überschrift: zur Parzellen-Berechnung, auch noch in der ersten Spalte: der Parzellen-Nro.; alles Übrige ist jenem Protokoll für die Controllflächenrechnung ganz gleich.

ten Ordinate abgeschnittenen, oder andern Stücke in der Parzelle, werden besonders gemessen und eingetragen. Fig. 148.

3) Mit vielem Zeitgewinn und großer Ersparung an Papier verfährt man auf folgende Art: Man faßt die erste Ordinate ab , und setzt sie an die letzte lm dergestalt, daß die Zirkelspitze, welche in b stand, nun in l , und die andere in der Verlängerung in d zu stehen kommt *). Hier in d hält man die Zirkelspitze fest, öffnet die andere bis m , und trägt so die Summe der ersten und letzten Ordinaten auf den verjüngten Maßstab, und ihre halbe Anzahl Klastern u. indessen in das Protokoll. Hierauf trägt man auch die übrigen Ordinaten auf ähnliche Weise zusammen, indem man cd an ef setzt, sodann ihre Summe nf an hg überträgt, die Summe dieser drey Ordinaten, nämlich pg an ki setzt, und diese Summe qi endlich auf den Maßstab untersucht, ihre bekannte Klasterzahl aber in das Protokoll unter die halbe Summe der ersten und letzten Ordinate schreibt. Die Summe dieser zwey Zahlen gibt sodann den ersten, der gemeinschaftliche Abstand aller Ordinaten aber den zweyten Factor.

4) Dieses Verfahren ist eben so reine Zirkelmanipulation, wie das Übertragen der einzelnen Maße gleich unmittelbar auf den Maßstab, bey welchem sich die abgegriffenen und zusammen gesetzten Maße auf gleiche Weise gegen einander ausgleichen, wie hier, wo man ebenfalls um etwa $\frac{1}{4}$ Zehtel ungewiß ist, die Längen zu groß oder zu klein gefaßt zu haben. Die Richtigkeit der Factoren hängt also in beyden Verfahrensarten von der Aufmerksamkeit und Accurateffe des Abnehmers ab; in Hinsicht auf Zeit aber gewinnt man bey dem Verfahren unter 3) sehr wesentlich, so wie auch hierbey das Berechnungsprotokoll nicht so weitläufig wie bey jenem unter 2) wird.

5) Parzellen oder Theile derselben, die außerhalb der Sectionslinien liegen, werden auf demselben Blatt berechnet, wo sie aufgenommen sind, und dann auf das gehörige Sectionsblatt übertragen und eingezeichnet; jedoch angemerkt, auf welchem Blatt sich das Original befindet.

6) Bey solchen Parzellen, die entweder ganz oder auf eine große Strecke gerade sind, werden nur die ersten und letzten Ordinaten, welche eine solche Strecke einschließen, abgenommen, ihre halbirte Summe als der erste, ihr Abstand als der zweyte Factor, und

*) Wo man auf der verlängerten Ordinate nicht einsetzen kann, gibt man diese Richtung durch ein Lineal oder hölzernes Dreyeck an.

Fig. die Abmessungen der noch übrigen Trapeze und Dreyecke noch besonders eingetragen, wie im Kreuzberge in der Parzelle 9 zu sehen. **148.** Es können aber ihre Längen eben so zusammengesetzt und ihr halbes Maß gleich als erster Factor eingetragen werden, wie vorhin unter 3).

7) Bey solchen Parzellen, welche zum Theil sehr krummlinig begrenzt sind, werden die Krümmungen durch eine über die ganze Parthie laufende Gerade p. 33 (Abth. G. . E) abgeschnitten; hierauf die zu einer jeden Parzelle gehörigen Theile nach der schicklichsten Richtung ihrer Gestalt vermittelst des Apparates, oder in dessen Ermangelung nach §. 276. 2) und 3) eingetheilt und berechnet. Eine solche Linie muß in manchen Fällen gebrochen werden, wie *QRST* (Abth. G.), damit die Krumme von den Ordinaten nicht zu schief geschnitten werde.

8) Wenn Parzellen so gestaltet sind, wie die Parthie C (Fig. 150.), so werden die Ecke, welche zwischen zwey Ordinaten fallen, durch eine Gerade *ab*, oder durch eine Verlängerung *cd* abgeschnitten, und diese Theile besonders berechnet.

9) Bey solchen Parzellen, wie 24 und 25 im Kreuzberge, die eine gemeinschaftliche Grenze haben, wird die (in den meisten Fällen) nutzlose Bodenfläche am einfachsten gefunden, wenn man zuerst die Fläche von beyden Parzellen sammt dem zwischenliegenden krummlinigen Theil so bestimmt, als ob alle drey Flächen ein Ganzes wären; hierauf die nutzbare Fläche jeder einzelnen Parzelle bis an das betreffende Bachufer berechnet, endlich die Summe beyder Flächen vom obigen Ganzen abzieht; so wird der Rest den nutzlosen Boden des Baches anzeigen. Und so in andern ähnlichen Fällen.

10) Öffentliche Wege und Straßen werden als besondere Parzellen berechnet und angegeben. Man mißt ihre Länge als den ersten, und ihre Breite als den zweyten Factor. Eben dieses gilt auch für Gräben, Schluchten, Bäche *zc.*, wenn sie eigene Parzellen bilden, wobey man ebenfalls die Länge, so weit als ihre Wände oder Ufer als gleichlaufend angenommen werden können, mißt; dieß gibt den ersten, und ihre mittlere oder Normalbreite den zweyten Factor für diese Strecke. Alle Theile zusammen geben die Parzelle des Baches *zc.* Hierbey bedient man sich des Apparates oft auch mit Vortheil.

11) Unter der Summe einer jeden Parzelle werden einige Zeilen leer gelassen, um die erforderliche Verbesserung, wie §. 274. 5) erstlich zu machen.

12) Sind die Parzellen eines Sectionsblattes alle berechnet, so wird ihre Gesammtsumme mit der betreffenden Controllfläche verglichen; ist der Unterschied beyder Flächen unter der erlaubten Abweichung, die $= \frac{1}{200}$ der berechneten Fläche bestimmt worden (N. f. Vermessungsinstruction des k. k. östr. Katasters), so wird die Berechnung als gut erkannt, widrigens ein Fehler darin zu vermuthen ist, der aufgesucht und verbessert werden muß. Die erlaubte Abweichung wird aber ähnlicher Weise wie S. 274. 5) verhältnißmäßig in alle Parzellen vertheilt. Es sey z. B. die berechnete Controllfläche (ohne die leere Papierfläche) eines Blattes $= 480 \text{ Joch } 403^{\square} = 480,25 \text{ Joch}$; die Parzellenfläche aber $481 \text{ Joch } 1280^{\square} = 481,8 \text{ Joch}$ gefunden worden: so ist der Unterschied $= 1,55 \text{ Joch}$ unter der erlaubten Abweichung. Es ist daher die negative Verbesserung auf $1 \text{ Joch} = 1,55 : 480,25 = 0,00032 \text{ Joch} = - 5,12^{\square}$. Diese Verbesserung wird in der leer gelassenen Stelle neben der Summe einer jeden Parzelle ersichtlich gemacht, wie S. 274. 5) *).

Fig. 148.

b) Berechnung der innern Abtheilungen der Wald- und anderer Flächen, von größern Untertheilungen oder Parzellen.

§. 279.

1) Vor dieser Berechnung wird jede Untertheilung eines Districtes mit Buchstaben, fortlaufend so bezeichnet, daß der Übergang dieser Bezeichnung aus einer Abtheilung in die andere leicht zu finden ist. (Fig. 149.)

149.

2) Nun wird jede Untertheilung nach Gmtr. 139. in Vierecke und Dreyecke getheilt, wozu die bey der Controllrechnung gebrauchte Theilung mit benützt werden kann; wie dieses bey der Abtheilung C zu sehen ist. Bey jeder größern Abtheilung benützt man die Jochquadrate, oder man schneidet ein möglichst großes Viereck oder Dreyeck heraus, und theilt die von den Vier- oder Dreyeckseiten abgeschrittenen Theile sodann in Trapeze und Dreyecke, wie S. 275. unter 5), oder man berechnet diese Abschnitte mittelst des Apparates.

3) Hierauf wird jedes Dreyeck und Viereck mit arabischen Ziffern

*) Für die Verbesserung der Jochtheile in Quadratklastern, dient sehr vortheilhaft eine Tabelle, wo die Verbesserung von 50 zu 50, oder von 100 zu 100[□] im Voraus berechnet ist.

Fig. von 1 angefangen fortlaufend durch die ganze Unterabtheilung bezeichnet, so zwar, daß die betreffende Ziffer in die Mitte des Trapez oder Dreyeckes, bey einem unregelmäßigen Viereck aber auf die längste Diagonale mit feinem Bleystift rein geschrieben wird.

4) Bey kleinen Drey- oder Vierecken ist es nicht nothwendig, die Höhen auf die Grundlinien wirklich zu ziehen, sondern man setzt die eine Zirkelspitze in den Scheitel, welcher der Grundlinie gegenüber liegt, und öffnet den Zirkel so weit, bis seine andere Spitze bey einem geführten kleinen Bogen, die Grundlinie scharf tangirt; so enthält der Zirkel zwischen seinen Spitzen die verlangte Höhe.

5) Eine große Fertigkeit läßt sich durch Übung des Auges im Ausgleichen unbedeutender krummer oder gebrochener Linien in gerade erlangen, wie dieß **Fig.** 149. in der Abtheilung **G** zu sehen, und ähnlicher Weise beyhm Auspflöcken (§. 236. 4) angewendet wurde. Es werden dadurch viele Figuren erspart, und der Unterschied kann nie bedeutend seyn, und bey einem und demselben Eigenthum nie in Betracht kommen.

6) Die bey einem District abgeschnittenen und berechneten krummen Flächen, wie z. B. **Fig.** 150 an den Linien **MN**, **NP**. . . . werden auf gleiche Art, wie §. 273. 6) und §. 276. 8) für den angrenzenden District benützt.

7) Die abgegriffenen Factoren werden in ein ähnliches Protokoll *), wie §. 275 eingetragen, die Berechnung aber wird nachher wie §. 277. vollführt. Unter der Summe einer jeden Abtheilung werden zu demselben Zwecke einige Zeilen leer gelassen.

8) Nachdem alle Abtheilungen eines Districtes berechnet und addirt sind, so wird die Summe aller Districte einer Section mit der Controllrechnung verglichen, und nach Befund auf dieselbe Weise berichtigt, wie §. 278. unter 12) gezeigt worden ist; jedoch müßte hierbey Rücksicht genommen werden, wenn Abtheilungen mittelst Zochquadrate entweder ganz oder zum Theil berechnet worden wären, vermög §. 277. 2) und 3).

*) Hierbey wird ebenso wie §. 278. 2) nur die Überschrift gehörig abgeändert, und zwischen der ersten und zweyten Spalte eine für die Bezeichnung der Abtheilung eingeschaltet, oder die betreffende Bezeichnung in der zweyten Spalte über jede neue Abtheilung als Überschrift gesetzt, endlich noch eine Spalte für die Anmerkungen beygesetzt.

§. 280.

Fig.
149.

Nach vollendeter Berechnung der Fläche eines Forstes wird sowohl der Inhalt des Ganzen als der einzelnen Theile in eine Tabelle, Vermessungstabelle, übersichtlich nach folgenden Abtheilungen zusammen gestellt:

I. Namen der Districte.

II. Bezeichnung der Abtheilungen und Unterabtheilungen durch Buchstaben oder Ziffern.

III. Wirklicher Holzbestand.

A. Hochwald, und zwar:

1. Laubholz.	}	a) Eichen b) Buchen c) Gemischt	}	nach der Zochzahl.
--------------	---	---------------------------------------	---	--------------------

2. Nadelholz.	}	a) Tannen b) Fichten c) Kiefern d) Lärchen e) Gemischt	}	nach der Zochzahl.
---------------	---	--	---	--------------------

3. Vermengte Laub- und Nadelhölzer.

B. Niederwald	}	die Unterabtheilungen nach den Haupt-
C. Mittelwald	}	Holzarten, und Umtriebszeiten.

u. s. w.

IV. Holzleere Fläche.

A. Forstculturfähige	}	a) Blößen. b) Wiesen. c) Weiden.	}	Zochzahl.
-----------------------------	---	--	---	-----------

B. Nicht culturfähige	}	a) Wege. b) Gewässer. c) Felsen. u. s. w.	}	Zochzahl.
------------------------------	---	--	---	-----------

V. Hauptsumme des Flächeninhaltes.

a) Un bestockter Fläche.	}	Zochzahl.
b) Nicht bestockte Fläche.		
c) Nicht culturfähige Fläche.		
d) Zusammen an Fläche.		

Diese vielfältigen Bestandesarten und Unterabtheilungen der Fläche, da sie alle bey einem Forstrevier selten oder nicht vorkommen,

Fig. sind bloß des Musters und Beyspiels wegen hier angeführt worden. Bey wirklich vorkommendem Falle würde es für den forstpraktischen Gebrauch zweckdienlich seyn, die Hauptgegenstände der Vermessungstabelle in mehre Blätter getrennt, d. h. für jede verschiedene Betriebsart eine eigene Vermessungstabelle zu entwerfen, und dem Elaboreate beyzulegen.

c. Prüfung der Berechnung.

§. 281.

1) Bey dieser Untersuchung richtet man vor Allem sein Augenmerk auf die Berechnungsprotokolle, und auf die Veränderung des Sectiontblattes. Man prüft nämlich, ob bey Vergleichung der verbesserten Controllfläche mit der Sectiongröße diese zwey Größen übereinkommen (§. 274. 6), und ob die von der Veränderung des Blattes veranlaßte Verbesserung richtig vorgenommen, und bey jeder Ried oder Abtheilung ersichtlich gemacht worden sey.

2) Gleichermassen wird die Vergleichung der Parzellenfläche mit der Controllfläche einer jeden Abtheilung und im Ganzen untersucht, ob die ersichtlich gemachte Verbesserung richtig sey. Eine Differenz, die entweder im Abnehmen der Factoren, oder im Berechnen liegt, muß aufgesucht und verbessert werden.

3) Im Berechnungsprotokolle muß in der Rubrik: Anmerkung ersichtlich gemacht seyn, welche Unterschiede sich bey Vergleichung der Flächeninhalte der Riede und der Parzellen ergeben haben; ob dieselben verhältnißmäßig vertheilt, oder ob bey einem größern Unterschiede, als der geduldet ist, der Fehler aufgesucht, entdeckt und verbessert worden sey.

4) Die Vergleichung des Flächeninhaltes aller Parthien mit jenem der Section, und die Vergleichung des Inhaltes aller Parzellen mit jenem der betreffenden Parthie gewährt schon eine Prüfung und Beruhigung für den Geometer. Da dieses jedoch immerhin von der Verlässlichkeit des Berechnens selbst abhängt, so muß hier auf ähnliche Weise, wie bey der Prüfung der Vermessung, eine Gegenprüfung geführt werden.

5) Um diese Prüfung zu erleichtern, dienen die sogenannten Revisionsgläser, Glasplatten, deren Quadrate von 1 Wiener Zoll durch feinere Linien auf das genaueste in 100 kleinere Quadrate getheilt sind, wovon jedes 16^{\square} enthält. Ferner ist erforderlich, an

beliebigen Stellen des Aufnahmeblattes die Eintheilung in Hinsicht Fig. auf die parallele Lage der Ordinaten, sodann einige Factoren zu untersuchen, ob sie mit jenen im Protokolle übereinstimmen.

6) Man schneidet ferner in beliebigen Rieden, besonders nahe an den Sectionslinien große Drey- oder Vierecke heraus, oder man benutzt die Zollquadrate wie Fig. 149., welche leicht zu berechnen sind, so wie die durch die Dreyeck- oder Viereckseiten abgeschnittenen Flächentheile mittelst des Apparates sehr schnell bestimmt werden können. Stimmen die gefundenen Resultate in Berücksichtigung der S. 277. 2) und 3) gegebenen Bemerkungen, mit jenem im Protokolle angegebenen genau überein, und findet dieses auch an mehrern beliebigen Stellen statt; so ist die Berechnung als vorzüglich, und wäre der etwa sich zeigende Unterschied nicht größer als $\frac{1}{200}$ der untersuchten Fläche*), so kann sie als gut angesprochen und signirt werden.

7) Zur schnellen Berechnung der Fläche einer Figur, oder zur Controlle kann auch folgendes Verfahren, vorsichtig angewendet, gute Dienste leisten. Nachdem die etwa in der Figur vorkommenden krummen Theile am Umfange nach der S. 236. 3) gezeigten Methode, hier Fig. 145. Lit. P. zwischen Nr. 2 und 1 in gerade verwandelt, und nach der Lage der Figur die Grundlinie des zu suchenden Dreyeckes gewählt und die unregelmäßige Figur gehörig beziffert ist, lege man ein rechtwinkeliges Dreyeck an zwey Umfangspuncte 1 und 3 so an, daß ein Zwischenpunct hier 2, frey bleibt, lege ein Lineal sachte an die kleinere Kathete, schiebe das Dreyeck am Lineale fort bis an den freygelassenen Punct 2. Da, wo die Hypothenuse des Dreyeckes die Grundlinie oder ihre Verlängerung schneidet, im Punkte *a* halte man eine Nadel fest, und drehe das Dreyeck sammt Lineal um diesen Nadelpunct, bis die Hypothenuse den Umfangspunct 4 berührt, und schiebe das Dreyeck, am festgehaltenen Lineale, auf den übersprungenen Punct 3 zurück, bemerke an der verlängerten Grundlinie den Punct *b*, drehe wie vorhin das Dreyeck sammt Lineal um den Nadelpunct *b* bis nach dem folgenden Punct 5 (der hier zugleich der Schlusspunct ist), schiebe das Dreyeck am Lineale nach dem übersprungenen Punct

Fig.
145.
P.

*) Nach der S. 220. angegebenen und geduldeten Operationsabweichung beträgt die davon herrührende Flächenabweichung $\frac{1}{500}$; bey der geduldeten Abweichung von $\frac{1}{200}$ (S. 278. 11) ist also schon auf die in der Detailvermessung neuerdings sich ergebenden unvermeidlichen Operationsabweichungen (S. 262. 5) Rücksicht genommen worden.

Fig. 4 zurück, bemerke den Nadelpunct *c* an der Grundlinie, und drehe 145. das Dreyeck an demselben auf dem Schlusspunct wieder zurück.

P. Verfährt man auf der andern Seite der Figur von Punct 1 bis zum Schlusspunct auf gleiche Weise, so enthält bey aufmerksamen richtigen Verfahren, das dadurch entstandene Dreyeck *n 5 c* genau den Flächeninhalt der unregelmäßigen Figur. Die Richtigkeit dieses Verfahrens gründet sich auf die theoretischen Gründe meiner Geometrie 154. 1. und 2. Aufgabe Seite 128.

8) In manchen Fällen ist es vortheilhaft die Grundlinie des zu suchenden Dreyeckes durch einen Punct 1 zu ziehen und den Schlusspunct 5 in einer Seite des unregelmäßigen Viereckes zu nehmen, Lit. Q. Das Verfahren ist dem vorigen gleich. Überhaupt ist es gut, wenn man nach der Lage der Figur so viel möglich ein gleichseitiges Dreyeck zu erhalten sucht (§. 109.).

9) Diese Reduction der Fläche eines Vieleckes auf ein gleichhaltiges Dreyeck geht noch schneller von statten mittelst eines beweglichen Winkels *anq* (Fig. 147 $\frac{1}{2}$.) von Messing (in der Form wie 147 $\frac{1}{2}$. ein sogenannter Proportional-Zirkel, jedoch ohne aller Eintheilung), der sich bey *u* um ein Zirkelgewind leicht bewegen, und auch in einen rechten Winkel *and* stellen und diese Stellung durch einen feinen Streich (Index, Zeiger) am Kopfe bey *n* markiren, und mittelst eines Schraubentropfes bey *n* auch feststellen läßt.

10) Um ein solches einfaches Instrument zu gebrauchen, ziehe man durch die Anfangspuncte 1 1 auf die Grundlinie des zu suchenden Dreyeckes senkrechte Linien *rs*, stelle das Instrument mit dem Index auf den rechten Winkel, lege diesen mit dem innern Rand des horizontalen Schenkels *a* an die Grundlinie *bc*, lege sachte daran ein schweres, mit Bley ausgegoffenes Lineal *ki* (oder ein gewöhnliches mit Schwerbley belegtes), und schiebe den vertikalen Schenkel mit dem innern Rand an die durch den Umfangspunct 1 gezogene senkrechte *rs*, so liegt der Scheitelpunct des rechten Winkels genau über den Anfangspunct.

11) Nun halte man mit der linken Hand den Schenkel *a* an das Lineal *ki* und beyde unverrückt fest auf das Papier, drehe mit der rechten Hand den Schenkel *d* mit seinem innern schiefzugeschliffenen Rande nach dem Punct 3. Bey dieser Stellung des Instrumentes schiebe man dasselbe an dem festgehaltenen Lineale so, daß der innere Rand des Schenkels *d* an den Punct 2 zu liegen kommt. Hier halte man wieder den Schenkel *a* am Lineale fest, den Schenkel *d* hingegen wende man, stets mit dem innern Rande, nach dem Puncte 4,

das ganze Instrument aber schiebe man parallel, am stets unverrückten Lineale wieder zurück nach dem Punct 3. Von hier wende man, bey festgehaltenem Schenkel *a*, den Schenkel *d* nach Punct 5; hierauf schiebe man das ganze wieder parallel zurück nach Punct 4, und endlich wird, bey festgehaltenem Schenkel *a* der andere *d* wieder auf den Schlupunct 5 des Dreyeckes geführt, und die Gerade *5c* gezogen, welche eine Seite des Dreyeckes ist. Es gibt nämlich hierbey die Regel: daß bey dem festgehaltenen Schenkel *a* der bewegliche *d* stets ein Punct übergeht, nachher aber das ganze Instrument an dem festgehaltenen Lineal auf den übergegangenen Punct parallel zurück geschoben wird.

Fig.
147 $\frac{1}{2}$.

12) Verfäbrt man auf der andern Seite nach eben dieser Weise, so wird das Dreyeck *b5c*, wenn die, wie bey allen geometrischen Arbeiten erforderliche Accurateffe angewendet wird, am Flächeninhalt dem gegebenen unregelmäßigen Vielecke gleich seyn.

Bey gehöriger Aufmerksamkeit erlangt man im Kurzen die erforderliche Übung und zwar viel schneller, als hier beschrieben werden konnte. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist gleichfalls, wie oben unter 7) angegeben, begründet.

a) Ein derley Neg, wie oben unter 5) erwähnt, kann jeder Glas-Künstler nach einer auf Papier gemachten Zeichnung auf eine Glasplatte mittelst feinem Diamant schneiden, deren vertiefte Linien sodann mit rother Öhlfarbe ausgerieben werden. Für mindere Genauigkeit bereitet man sich selbst eine rothe, ziemlich flüssige Öhlfarbe, und zeichnet die Quadrate in gehöriger Größe mit der gewöhnlichen Reissfeder auf ein vom Schmutz gereinigtes Glas, und läßt sie trocknen. Oder man ziehet diese Linien mit rother Tusche, und legt, wenn sie getrocknet, ein anderes reines, gleich großes Glas darüber, und befestiget beyde an den vier Rändern mit durch Gummi u. dgl. angeklebtem Papier oder schmalen seidenen Bändern.

b) Ein solches Neg kann auch noch in verschiedenen andern Fällen mit Vortheil verwendet werden; als z. B. Karten nach einem gegebenen Verhältnisse zu verkleinern (Gmtr. 119), wenn man mit keinem Instrumente hierzu versehen wäre, oder auf dem Original keine Linien ziehen dürfe, u. dgl. In solchen Fällen, wo keine große Genauigkeit erforderlich ist, kann der Flächeninhalt einer Figur auch ohne alle Rechnung durch das Neg selbst bestimmt werden.

c) Es ist nicht nothwendig, daß man zu einer jeden, nach einem andern verjüngten Maßstabe aufgenommenen Karte auch ein anderes Neg verfertigen müsse, sondern man kann den Inhalt eines

Fig. jeden, nach einem andern Maßstabe aufgenommenen Grundrisses durch ein und dasselbe Netz bestimmen, wenn man den durch das Netz gefundenen Inhalt einer Figur mit dem umgekehrten Verhältnisse multiplicirt, in welchem die Flächen gegen einander stehen, die bey dem vorhandenen Netze sowohl, als bey der zu berechnenden Karte eine und dieselbe Einheit (1 Joch) vorstellen (Gmtr. 147). Es sey z. B. bey dem vorhandenen Netze eine Seite des Quadrats, welches 1 Joch vorstellt = 1", daher $1 \square'' = 1$ Joch; und nach dem bey der zu berechnenden Karte zum Grunde gelegten verjüngten Maße eine Seite des ebenfalls 1 Joch vorstellenden Quadrats = $\frac{3}{4}$ ", daher $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \square'' = 1$ Joch; mithin beträgt in diesem Falle 1 Joch großes Quadrat der zu berechnenden Karte nur $\frac{9}{16}$ von einem ebenfalls 1 Joch großen Quadrate des Netzes. Man muß daher die durch das Netz bestimmte Fläche der Karte mit $\frac{16}{9}$ multipliciren, um die gehörige Anzahl der Joch zc. zu erhalten. Beträgt z. B. die nach dem vorhandenen Netze gefundenen Fläche einer Figur 64 Joch $978 \square'' = 103378 \square''$, so enthält sie an wirklicher Fläche nach ihrem verjüngten Maße $103378 \cdot \frac{16}{9} = 183783 \square'' = 114$ Joch $1383 \square''$.

Wäre die Seite eines 1 Joch vorstellenden Quadrates des schon vorhandenen Netzes = 0,7", mithin $0,49 \square'' = 1$ Joch; und die Seite eines ebenfalls 1 Joch vorstellenden Quadrates der zu berechnenden Karte = 0,9" mithin $0,81 \square'' = 1$ Joch: so müßte man den durch das Netz gefundenen Inhalt mit $\frac{0,49}{0,81} = \frac{49}{81}$ multipliciren, um den wahren Inhalt der Karte zu erhalten. Und so in andern ähnlichen Fällen.

§. 282.

Da wegen Förderung der Feldarbeit während des Sommers die Zeichnung der Mappen nur auf die zur Berechnung der Parzellen nöthigen Umfangslinien beschränkt werden muß, so hat nun jetzt nach der Berechnung des Flächeninhalts die völlige Auszeichnung und Colorirung der Mappe zu erfolgen. Hierbey muß mehr auf die Reinheit und Deutlichkeit als auf die Schönheit gesehen und die Zeit nicht mit nutzloser Ausmahlung der Plane verschwendet werden. Die mit schwarzer Tusche gezogenen Linien müssen zwar fein, jedoch kräftig und gleich stark, und mit Tusche von solcher Güte gezogen seyn, daß die Schwärze nicht läßt, wenn man die getrockneten Linien mit einem nassen Pinsel überfährt.

Bey Chausseen und Flüssen sind die Fluß- und Wegparzellen wegen des zur Chaussee gehörigen unbebauten Landes, und der an den Flüssen liegenden Sandstrecken, öfters bedeutend breiter als der Fluß oder Weg selbst. In diesem Falle muß die Breite der Weg- und

Flußparzellen auf das genaueste angegeben seyn. Der Fluß und Weg selbst wird nach seinen Krümmungen und seiner mittleren Breite, ohne ängstlich darauf zu sehen, daß letztere auf jedem Punct vollkommen genau sey, eingezeichnet. Im Falle aber die Ufer eines Flusses, Grabens 2c., oder die Ränder eines Weges, Parzellengrenzen bilden, muß ihre wahre Breite auch in allen Theilen auf das genaueste angegeben werden. Fig. 148.

Übrigens wird sich hierbey in Hinsicht auf die Colorirung, Schriftarten 2c. genau nach den in der Situationszeichnung gegebenen Regeln, oder nach eigens dießfalls erteilten Vorschriften und Instructionen gehalten. Stark aufgeriebene und rauh gewordene Blätter werden, damit die aufgetragenen Farben nicht fleckweise sitzen bleiben, früher mit Maunwasser überzogen, und wenn dieses getrocknet, nach (§. 254. 13) behandelt. Endlich werden die rein geschriebenen Berechnungsprotokolle, und bey Waldvermessungen auch die Vermessungstabelle (§. 280.) dem vollendeten Messungselaborate beygelegt.

Zweiter Abschnitt.

Theilung der Flächen in gleiche oder verhältnißmäßige Theile oder in einzelne Grundstücke, wenn der Boden von einerley oder verschiedener Güte ist.

A. Von der Theilung der Flächen überhaupt.

§. 283.

Wenn es sich ereignet, daß bisher unbenützte Gründe unter gewissen Bedingungen an verschiedene Parteyen zu vertheilen sind, oder daß die Mehrheit oder sämtliche Glieder einer Gemeinde mit einer frühern Theilung einer Ried oder Parthie nicht zufrieden sind, welches besonders bey den sogenannten Neurissen öfters der Fall ist, und deswegen der aufnehmende Geometer um eine neue Theilung angegangen wird, so nimmt dieser, während die vorschriftmäßige Anzeige und Einleitung bey den betreffenden Behörden getroffen wird, den Umfang der zu vertheilenden Fläche auf, und vollführt die Theilung selbst sodann nach den weiter unten folgenden Regeln.

Fig. Die Bedingungen, unter welchen geometrisch aufgenommene Flächen *) in einzelne Grundstücke zu vertheilen kommen, sind gewöhnlich folgende:

1) Eine Fläche in eine vorgeschriebene Anzahl gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen, oder einen gewissen Theil oder mehre ungleiche davon abzuschneiden, wobey es gleichgültig ist, nach welchen Richtungen die Theilungslinien laufen, wenn nur die Flächentheile eine zum ökonomischen Gebrauche schickliche Figur erhalten.

2) Eine Fläche in eine verlangte Anzahl gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen, welche sowohl unter sich, als auch zur ganzen Fläche eine vollkommen ähnliche, oder bey unregelmäßigen Flächen nur möglichst ähnliche Gestalt erhalten; oder einen gewissen Theil oder mehre ungleiche davon abzuschneiden, bey welchen die Theilungslinien entweder mit einer Seite der Figur, oder mit einer andern beliebigen oder gegebenen Richtungslinie parallel laufen, oder einen gewissen Winkel einschließen.

3) Flächen von verschiedener Güte des Erdreichs gleich oder verhältnißmäßig zu vertheilen, oder Grundstücke verschiedener Gattung, z. B. Wiesen mit Feldern, oder Waldungen mit Wiesen oder Feldern u. dgl. nach gewissen Verhältnissen zu vertauschen, wobey in Hinsicht auf die Figur der Theile oder Richtungslinien das Vorige ebenfalls zu beachten ist.

Die Theilung nach 1) und 2) pflegt man geometrisch, die Theilung nach 3) hingegen geometrisch-ökonomisch zu nennen, weil im letzten Falle auch ökonomische Kenntnisse erforderlich sind.

Ohne uns auf die möglichen und denkbaren Fälle, die mehr bey Ziergärten u. dgl., als bey ökonomischen Grundstücken ihre Anwendung finden, einzulassen, können wir uns hier auf die bey Theilungen nutzbarer Grundstücke gewöhnlich vorkommenden Fälle um so eher beschränken, als in der Flächentheilung, angewandt auf Grundstücke, reine Dreyecke, Trapeze oder Trapezoide zu den äußerst seltenen Figuren gehören. Da die nöthigsten Theilungsfälle auf diese Figuren im theoretischen Theile von Seite 127 bis 134 schon vorgetragen sind; so wollen wir, nebst jenen Theilungsaufgaben, ehe wir zur Theilung selbst schreiten, nur noch folgende zwey als Vorbereitung voraus schicken.

*) Kleine geradlinige Flächen von wenigen Seiten können gleich unmittelbar auf dem Felde eingetheilt werden, ohne daß man sie vorher geometrisch auf dem Papier entwirft.

§. 284.

Aufgabe. Ein unregelmäßiges Viereck (Trapezoid) in verhält- **Fig.**
 nißmäßige (oder gleiche) Theile so zu theilen, daß die Theile zur
 ökonomischen Benützung schickliche Figuren erhalten, und verlangten
 Falles die Theilungslinien auch gerade sind. Es sey das Trapezoid
 ABCD in zwey Theile zu theilen, die sich verhalten wie $m : n$, **151.**
 z. B. wie $2 : 3$, und es sollen die Theilungslinien auf die Seiten
 AD und BC stoßen.

Auflösung. 1) Man theile jene Seiten des Viereckes, wor-
 auf die Theilungslinien treffen sollen, nach dem verlangten Verhält-
 niße vermög Gmtr. 84. in E und G, verbinde einen dieser Punkte,
 z. B. G mit einem Endpuncte der gegenüber liegenden Seite AD,
 z. B. mit D, führe durch den anliegenden Punct B zu jener Seite
 AD die Parallele BJ, und verbinde den Durchschnittspunct F mit
 dem zweyten Theilungspuncte E, so ist EFG die verlangte Thei-
 lungslinie, daß sich verhält die Fläche AEFGB : EFGCD = 2 : 3.

Denn man ziehe die Geraden BE und BD, so verhält sich
 $BDG : GDC = 2 : 3$
 daher ist $BDG = \frac{2GDC}{3}$ } vermög Constr. und Gmtr. 143.

Aus gleichem Grunde ist
 $BAE = \frac{2DBE}{3}$; also auch

$$BDG + BAE = \frac{2}{3} (GDC + DBE)$$

oder $3 (BDG + BAE) = 2 (GDC + DBE)$
 oder $(BDG + BAE) : (GDC + DBE) = 2 : 3$ (N. 267.).

Ferner das Dreyeck DFE = DBE (Gmtr. 133. 1),
 davon das gemeinschaftliche Dreyeck DHE,
 so ist auch das Dreyeck BHE = FHD.

Nun ist $BGFH + BHE + BAE = AEFGB$
 oder $BDG + BAE = AEFGB$ *).

Aus gleichem Grunde ist $GDC + DBE = EFGCD$ **);
 daher $(BDG + BAE) : (GDC + DBE) = AEFGB : EFGCD$
 und $(BDG + BAE) : (GDC + DBE) = 2 : 3$ verm. obigen

folglich verhält sich $AEFGB : BFGCD = 2 : 3$ (N. 72. I. u. 249).

*) Wenn man für $BHE = FHD$, und sodann für
 $BGFH + FHD = BDG$ setzt.

**) Weil $GDC + DFE = EFGCD$ ist, und wenn man für
 $DFE = DBE$ substituirt.

Fig. 2) Hieraus erhellet nun leicht die Theilung in mehre gleiche 151. oder verhältnißmäßige Theile, indem man nur aus jedem Theilungspunct einer getheilten Seite des Viereckes eine Gerade zu einem Endpuncte der andern getheilten Seite zieht, sodann jeden Durchschnittspunct, der sich auf diesen Geraden durch die Parallele BJ ergibt, mit dem zugehörigen Theilungspuncte der andern getheilten Seite verbindet. Die Theilung muß jedoch so geführt werden, daß jene Parallele jedesmahl in das Viereck falle.

3) Daß übrigens jede gebrochene Theilungslinie EFG leicht in eine Gerade verwandelt werden könne, ohne die Gleichheit oder das Verhältniß der Flächen zu ändern, erhellet aus Gmtr. 154. und dem weiter unten folgenden Verfahren, wie unregelmäßige Grenzen in Gerade verwandelt werden.

4) Diese einfache, rein geometrische Theilungsart eines unregelmäßigen Viereckes gehört zu den brauchbaren bey kleinen Figuren; sie würde zu den vorzüglicheren gehören, wenn es bey größeren Figuren nicht so schwierig wäre, die Parallelen in größerer Entfernung auf dem Felde mit der hierzu erforderlichen Schärfe abzustecken; indem man diese Theilung, ohne die Fläche vorher geometrisch aufzunehmen und zu berechnen, durch eine bloße Messung und Theilung zweyer Linien, auf dem Felde unmittelbar vollführen könnte. Wie sie auf große unregelmäßige Figuren im Zusammenhange auszuführen wäre, wenn obige Schwierigkeiten nicht entgegen ständen, ist beyläufig aus Figur 157. zu ersehen. Übrigens wird bey so großen Flächen an seinem Orte ein eigenes, durch die Ausführung im Großen bewährtes, Verfahren angegeben werden, bey welchem keine Unregelmäßigkeit der Figur ihrer Theilung auch nicht das kleinste Hinderniß in Bezug auf Richtigkeit sich entgegen stellen kann.

§. 285.

152. Aufgabe. Von einem Trapez $ABCD$ ein anderes $DCFE$ von einem verlangten Inhalte in der Richtung der zwey gleichlaufenden abzuschneiden.

Auflösung. Unter mehrern Lösungsarten dieser Aufgabe wählen wir als die zweckdienlichste folgende:

1) Man messe auf dem verjüngten Maßstabe diejenige von den zwey parallelen Seiten des gegebenen Trapez, an welcher der verlangte Flächeninhalt abgeschnitten werden soll, und dividire diesen durch jene: so ist der Quotient die Höhe eines Parallelogramm,

wozu **CD** die Grundlinie ist. Es betrage z. B. die abzuschneidende Fig. Fläche 683^{\square} , und die gemessene Länge der Parallelen $DC = 80,2$; 152 .

so ist $\frac{683}{80,2} = 8,5 =$ der Höhe des Parallelogramm **DCFE** von der Grundlinie **DC** und Höhe ki , welches aber gegen die abzuschneidende Fläche um das Dreyeck **DIE** zu klein seyn würde.

2) Um daher die verlangte Fläche genau zu erhalten, beschreibe man mit der vorläufigen Höhe von $8,5$ aus einem beliebigen Punct k der Geraden **DC** einen Bogen u , lege an seinem höchsten Punct ein Lineal, nur nach dem Augenmaße parallel zu **DC** an, und bemerke den Durchschnittspunct **E** des Lineals an der schiefen Seite **DA**, theile den Abstand **ED** in zwey gleiche Theile, lege das Lineal an dem Theilungspunct m , wieder nur nach dem Augenmaße parallel zu **DC** an, und messe auf diese Art die arithmetische mittlere Proportionale mn ; sie sey z. B. $= 78,4$ gefunden worden.

3) Durch diese Länge dividire man nun die abzuschneidende Fläche, so wird der Quotient $\frac{683}{78,4} = 8,7$ die Höhe des abzuschneidenden Trapez geben. Mit dieser Höhe von $8,7$ beschreibe man nun aus zwey (so weit als möglich entfernten) Puncten k und g Bögen i und h , lege an ihre höchsten Puncte das Lineal, und ziehe längs desselben eine Gerade; so wird diese ih neben der vorigen **EF** etwas weiter von **DC** liegen, aber mit ihr parallel seyn, und den verlangten Flächeninhalt bis zur praktischen Unmerklichkeit so genau abschneiden, daß man eine durch Wiederholung vorzunehmende Verbesserung mit dem Zirkel nicht mehr fassen und auftragen kann.

4) Eine solche Verbesserung ist selten, und nur dann vorzunehmen nothwendig, wenn **AB** in Vergleichung mit **DC** so beträchtlich kurz ist, daß bey Verlängerung der zwey schiefen Seiten **DA** und **CB** ihr Durchschnitt nicht viel weiter von der Geraden **AB** absteht, als diese selbst lang ist; aber auch in diesem Falle ist nur dann eine Verbesserung vorzunehmen nöthig, wenn das verlangte Stück von der schmälern Seite **AB** abgeschnitten, und jeder Theil einem andern Eigenthümer zugetheilt werden soll. Im letzteren Falle muß sodann der senkrechte Abstand oben unter 3) wenigstens bis auf $\frac{1}{4}$ Fuß bestimmt werden, weil, obschon sie auf dem Papier nicht bemerkbar gemacht werden können, sie doch in der Wirklichkeit auf dem Felde bestimmt angegeben werden müssen, indem $\frac{1}{4}$ Fuß Breite durch die ganze Länge der Theilungslinie, die öfters mehre hundert Klaftern

Fig. 152. lang seyn kann, schon eine bedeutende Fläche abschneidet. Hingegen ist bey der Eintheilung einer Fläche, wo die Theile bey einem und demselben Eigenthume verbleiben, fast nie nöthig, eine Verbesserung vorzunehmen.

5) Das Verbessern selbst aber geschieht auf folgende Weise: Es sey z. B. EF bereits nach dem Vorhergehenden gezogen, und die Fläche $EDCF$ gegen das verlangte abzuschneidende Stück um 18° zu groß gefunden worden, so dividire man diesen Unterschied 18 durch die Länge $EF = 76,8$, trage den Quotienten $\frac{18}{76,8} = 0,2$ von der Geraden EF senkrecht gegen DC zurück: oder weil sich ein so kleines Maß nicht genau abgreifen und auftragen läßt, so ziehe man diesen Quotienten von dem oben unter 3) bestimmten ab, beschreibe mit dem Reste $8,7 - 0,2 = 8,5$ die Bögen h und i wie oben, und führe durch ihre höchsten Punkte eine Parallele zu DC ; so wird dadurch der verlangte Flächeninhalt genau abgeschnitten seyn.

a) Wie ein Trapez $ABCD$ in gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen sey, wobey die Theilungslinien die Richtung EF haben, und folglich auch die Theile Trapeze sind, erhellet nun leicht aus dem so eben gezeigten Verfahren. Wie aber ein Trapez in die erst genannten Theile zu theilen ist, wobey die Theilungslinien auf die zwey gleichlaufenden Seiten desselben stoßen, und daher auch die Theile Trapeze sind, ist schon (Gmtr. 154. 15) gezeigt worden.

B. Theilung der Flächen in gleiche oder verhältnißmäßige Theile, wenn der Boden von einerley Güte angenommen werden kann.

§. 286.

Nach diesen Vorbereitungen sind wir nun im Stande, jede vielseitige Figur oder jedes Grundstück, sie mögen von geraden oder krummen Linien begrenzt seyn, in gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu theilen, oder einen gewissen Theil oder mehre ungleiche davon abzuschneiden, welche sowohl unter sich als auch mit der ganzen zu theilenden Fläche eine ähnliche Gestalt haben; oder auch deren Theilungslinien mit einer gegebenen Linie, in- oder außer der Figur, parallel laufen, oder einen gewissen Winkel einschließen.

§. 287.

Aufgabe. Eine vierseitige Fläche $ABCD$, welche im Ganzen Fig. auf $7\frac{1}{4}$ Loth = 11600 \square berechnet worden ist, soll unter vier Par- 153.
teyen so vertheilt werden, daß

die erste Partey $\frac{3}{4}$ Loth;
» zweyte „ 2 „
» dritte „ 1 „
und die vierte den Rest von $3\frac{1}{2}$ „
bekomme. Vermög Bedingung sollen die Theile unter sich und auch mit der ganzen Fläche ähnliche Figuren erhalten, die Theilungslinien auf die zwey schmalen Seiten AD und BC stoßen, und die Theile selbst nach der angeführten Ordnung von DC gegen AB abgeschnitten werden.

Auflösung. 1) Man drücke vor Allem die gebrochenen Verhältnißzahlen ohne Veränderung ihres Werthes in ganzen Zahlen aus, nämlich $\frac{3}{4} : 2 : 1 : 3\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{4} : \frac{8}{4} : \frac{4}{4} : (\frac{7}{2} = \frac{14}{4})$ oder in $3 : 8 : 4 : 14$ (Nk. 253. 2); hierauf theile man die zwey Seiten, auf welche die Scheidungslinien stoßen sollen, nach diesen Verhältnissen ein (Gmtr. 84.), und verbinde die Theilungspuncte durch gerade Linien; so werden die Theile unter sich und mit der ganzen Fläche möglichst ähnlich seyn, und beyläufig schon die verlangten Flächen enthalten.

2) Durch diese Theilung ist zwar jeder Theil dem verlangten Inhalte ziemlich angenähert worden, da jedoch die zu theilende Fläche kein Parallelogramm ist, so bedarf jeder Theil noch eine kleine Verbesserung. Man berechne daher jeden Theil für sich (§. 278.), und addire den zweyten Theil zum ersten, den dritten zur Summe der zwey vorhergehenden u. s. w.; mit einem Worte: man addire jedesmahl den nachfolgenden Theil zur Summe aller vorhergehenden, und schreibe jede Summe besonders an: so wird die letzte Summe den Inhalt der ganzen Figur wie oben, enthalten. Ein Unterschied, der nicht $\frac{1}{200}$ der ganzen Fläche übersteigt, wird unter alle Theile verhältnißmäßig vertheilt (§. 278. 12), bey einem größern Unterschiede muß der Fehler aufgesucht werden. Es betrage z. B. hier in diesem Falle

der Theil I	1187 \square
die Summe aus I + II	4525 „
„ „ „ I + II + III	8818 „
„ „ „ I + II + III + IV	11635 „
= dem Inhalte der ganzen Figur.	

Fig. 153. 3) Nun finde man bey Vergleichung, daß der berechnete Inhalt des ersten Theiles gegen denjenigen, welchen derselbe vermög Bedingung enthalten soll, z. B. um $1200 - 1187 = 13^\circ$ zu klein sey, daher muß dieser Abgang vom zweyten Theile abgeschnitten werden. Man dividire diesen Unterschied 13° durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie $ad = 109,2^\circ$, trage den Quotienten $\frac{13}{109,2} = 0^\circ,119^*)$

senkrecht auf die Theilungslinie ad gegen den zweyten Theil auf, und ziehe zur vorläufigen Theilungslinie die Parallele ad nach Gmtr. 43. 2): so wird diese die verlangte Fläche von $1200^\circ = \frac{3}{4}$ Foch für den ersten Theil abschneiden. Da diese gefundene Höhe des abzuschneidenden Ergänzungstrapez auf dem Papiere nicht ausgedrückt werden kann, aber für die wirkliche Theilung auf dem Felde nicht vernachlässigt werden darf, weil jener Unterschied 13° schon größer als die geduldete Abweichung $\frac{1}{200}$ des abzuschneidenden ersten Theiles ist. Es wird daher diese gefundene Höhe von $0^\circ,119 = 0^\circ,12$ im Theilungsprotokoll einstweilen vorgemerkt, und nachher auf dem Felde gehörig aufgetragen.

4) Da es in der praktischen Geometrie Grundsatz ist, der Mittheilung und Anhäufung der unvermeidlichen Operationsabweichungen überall vorzubeugen und Schranken zu setzen (§. 13. 6); so addire man hier, damit der letzte Theil, wenn die übrigen schon abgeschnitten sind, nicht etwa zu groß oder zu klein ausfalle, die Flächen, welche der erste und zweyte Theil wirklich erhalten soll, zusammen, vergleiche ihre Summe $= \frac{3}{4} + 2$ Foch $= 4400^\circ$ mit der vorläufig bestimmten Summe $= 4525^\circ$ dieser zwey Theile, und schneide den Überschuß $4525 - 4400 = 125^\circ$, um welchen hier die vorläufig berechnete Fläche dieser zwey Theile zu groß ist, davon ab. Man dividire nämlich wieder wie vorhin, die abzuschneidende Fläche 125° durch die vorläufige Theilungslinie $be = 116,5$, trage, weil hier ein Überschuß abzuschneiden ist, den Quotienten $\frac{125}{116,5} = 1^\circ,07$, nämlich 1° senkrecht auf be gegen ad zurück, und ziehe die neue Theilungslinie (die hier zum Unterschiede

*) Es ist hier durchaus das 10theilige Maß beybehalten, welches erforderlichen Falles durch die bekannten Auflösesezahlen leicht auf das 12theilige zu reduciren ist (N. 121.); demnach sind $0^\circ,119 = 8\frac{1}{2}''$ Duodecimalmaß.

scharf gezogen ist), parallel zu der vorläufig bestimmten; die 7^{te} Fig. aber merke man im Theilungsprotokoll indessen vor, welche nachher 153. auf dem Felde noch weiter gegen *ad* aufzutragen kommen.

5) Obgleich hier der abgeschnittene Theil so bestimmt wurde, als ob derselbe ein Parallelogramm wäre, da er doch ein Trapez ist, so hat dieses Verfahren dessen ungeachtet seine vollkommene praktische Richtigkeit, weil der dadurch sich ergebende theoretische Unterschied für die Ausübung als unmerklich verschwindet, welches auch für nachfolgende ähnliche Fälle gilt. Es liegt in den Vortheilen dieser Theilungsmethode, daß man auf diese einfache Art die Theile vollkommen richtig erhält, indem man diese durch die vorläufige Theilung ihrer richtigen Fläche schon ziemlich annähert, und daher die Ausgleichung durch das Abschneiden eines Trapez nach der §. 285. gezeigten Weise nicht anzuwenden nöthig hat; die aber jedesmahl angewendet werden muß, wenn der auf obige Art gefundene Quotient beträchtlich, etwa einige Klaftern groß ist. Wovon weiter unten mehr.

6) Auf eben diese Weise bestimmt man die dritte und alle noch übrigen Theilungslinien, woben man jedesmahl die unter 4) gebrauchte Vorsicht, die Mittheilung der Fehler zu verhindern, gehörig beachten muß; und so wird nachher der letzte Theil seine gehörige Größe von selbst erhalten, ohne daß es nöthig ist, ihn zur Überzeugung, ob er etwa zu groß oder zu klein ausfalle, noch einmahl zu berechnen.

7) Damit man im Stande ist, die auf dem Papier bestimmten Theilungslinien nachher auf dem Felde auch abzustechen und kennbar zu machen, muß man schon bey der Aufnahme einer solchen, zur Vertheilung bestimmten Fläche, den Bedacht dahin nehmen, daß an ihrem Umfange, und nach Maßgabe ihrer Ausdehnung auch im Innern derselben, besonders, wenn die Theilungslinien einige Mahle sich brechen, mehre Punkte auf dem Meßtische bestimmt, und auf der Erde mit Pflocken gut bezeichnet werden, um sie nachher bey der wirklichen Vertheilung als Fixpunkte zu benützen, von welchen aus die Theilungspunkte, und durch diese die Theilungslinien vermittelst Pflocke bezeichnet und durch aufgeworfene Grenzfurchen sichtbar gemacht werden können. Gesezt hier bey dieser Figur wären die vier Endpunkte auf diese Art bezeichnet worden: so messe man, um die erste Theilungslinie *ad* auf dem Felde abzustechen, nach dem verjüngten Maße den Abstand *Da* z. B. = 5°,2, trage ihn nebst den oben vorgemerkten 0°,119, also im Ganzen 5°,319 im wirklichen Maße

Fig. von **D** gegen **A** auf, und lasse in diesem Punkte *a* einen mit dem
153. Namen des Eigenthümers beschriebenen und mit der Schrift gegen das
 Eigenthum gekehrten Pflock in die Erde schlagen.

8) Um den Endpunct der zweyten Theilungslinie auf dem Felde zu bestimmen, messe man gleichfalls vom Anfangspuncte **D** den Abstand **D*b*** nach dem verjüngten Maße, z. B. = $16^{\circ},4$; ziehe aber die oben unter 4) vorgemerkten $0^{\circ},07$ davon ab, trage den Rest $16^{\circ},4 - 0^{\circ},07 = 16^{\circ},33$ im wirklichen Maße von **D** gegen **A**, und lasse den auf diese Art bestimmten Punct mit einem gehörig beschriebenen Pflock auch bezeichnen.

9) Auf gleiche Weise werden sowohl auf dieser Seite **DA**, als auch auf jener **CB** alle noch übrigen Endpuncte der Theilungslinien auf dem Felde bestimmt. Zur Überzeugung, daß im Auftragen der Maße kein Fehler unterlaufen sey, werden auch die Abstände *cA* und *fB* des letzten Theiles gemessen, und mit dem verjüngten Maße der gleichnamigen Linien auf dem Tische verglichen.

10) Wären die Seiten **DA** und **CB** einer Figur sehr lang, so müßten die Kettenmaße von einem ungefähr in der Mitte bestimmten Punct auf die Art aufgetragen werden, wie §. 238. unter 11) gezeigt worden ist. Gleicher Maßen müßten, wenn bey einer Figur die Seiten **DC** und **AB** sehr lang wären, oder auch, wenn man sonst wegen Hindernisse von einem Ende zum andern nicht sehen könnte, Zwischenpuncte bestimmt werden, von welchen aus nachher die Breiten der Theile aufzutragen wären. In diesem Falle, und auch, wenn bey der Aufnahme zu wenig solche Puncte bestimmt worden, oder die bestimmten wieder verloren gegangen wären, ziehe man in den nöthigen Abständen **D*m*** und **A*n***, **B*p*** und **C*q*** gerade Linien *mn* und *pq* über die Theilungslinien, so, daß diese von jenen ziemlich senkrecht durchschnitten werden, trage im wirklichen Maße eben so viele Klaftern zc. von **D** bis *m*, **A** bis *n*, **B** bis *p* und **C** bis *q*, als die gleichnamigen Linien auf dem Messtische nach dem verjüngten Maße gezeigt haben, und lasse in diesen Puncten die nöthigen Fahnen oder Wiskräbe errichten.

11) Nun bestimme man auf gleiche Art, wie vorhin, die Puncte *u*, *w*, *y*, ... auf dem Felde, mit Rücksicht auf das unter 3) und 4) vorgemerkte Maß, welches mit dem Zirkel nicht auf das Papier getragen werden konnte, jedoch im wirklichen Maße nicht vernachlässigt werden darf.

12) Endlich werden auf jeder Theilungslinie in den bestimmten

Puncten a, u, v, \dots Fahnen oder Stäbe errichtet, mittelst Fig. 153. welchen die nöthigen Zwischenpuncte bestimmt werden, die man einsteilen bis zur gerichtlichen Vermarkung mit starken, tief in die Erde getriebenen Pfählen bezeichnen läßt.

a) Es versteht sich von selbst, daß das Papier nicht eher vom Tischblatte abgeschnitten werden darf, bis alle Theilungslinien auf dem Felde bestimmt sind.

§. 288.

Aufgabe. Ein an einem Flusse liegendes Grundstück, z. B. 154. von 3 Loth 953^o, soll unter drey Personen, A, B und C zu gleichen Theilen so vertheilt werden, daß die Theile unter sich und dem Ganzen möglichst ähnlich sind, und die Theilungslinien in einer solchen Richtung auf den Fluß stoßen, daß jeder Interessent von der Wegspielung oder Überschwemmung desselben gleich stark ins Mitleid gezogen werde.

Auflösung. 1) Man ziehe in derjenigen Strecke, wo das zu theilende Grundstück mit seinen äußersten Puncten auf das Ufer des Flusses stoßt, durch seine mittlere Richtung eine gerade Linie UV , verlängere die äußerste Richtung des Grundes, nämlich mp und nq , bis jene Linie in den Puncten s und t geschnitten wird, theile sowohl den Abstand st als auch mn nach Omtr. 84. in so viel gleiche Theile, als Interessenten sind, hier in drey, und ziehe die vorläufigen Theilungslinien ac und bd : so werden dadurch die Theile möglichst ähnlich, und bis auf eine kleine Verbesserung auch ziemlich gleich, so wie die Uferlinien am Flusse unter die Interessenten möglichst ausgeglichen. Oder richtiger: Man theile die krumme Uferlinie $pfhg$ in drey gleiche, oder nach Verlangen in verhältnißmäßige Theile, u. s. w.

2) Hierauf berechne man jeden Theil für sich, addire jeden nachfolgenden Theil zur Summe aller vorhergehenden, und schreibe jede solche Summe besonders auf, so wird die letzte Summe den ganzen Inhalt der zu vertheilenden Fläche enthalten, welche mit dem gegebenen, oder früher aus der ganzen Figur berechneten Flächeninhalt verglichen, nöthigen Falls rectificirt, oder von Neuem berechnet werden muß (§. 287. 2).

Es betrage z. B. der Theil A	1975 ^o
die Summe von A + B	3776 „
„ „ „ A + B + C	5754 „ = dem

Inhalte der ganzen Figur.

Fig. 154. 3) Wäre durch Übereinkunft der Interessenten auf irgeni in Weise, etwa durch das Loos, bestimmt, daß die Theile von der linken gegen die rechte Seite hin nach der angeführten Ordnung abgeschnitten werden sollen; so vergleiche man den berechneten Theil des ersten Interessenten A mit demjenigen, welchen er vermög Bedingung erhalten soll, und schneide den Überschuß davon ab, oder den Abgang von dem anliegenden Theile hinzu. In unserm Falle soll jeder eine Fläche von $\frac{5753}{3} = 1918^{\square}$ erhalten, diesem nach hat A um $1975 - 1918 = 57^{\square}$ zu viel. Man dividire diesen Überschuß 57^{\square} durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie $ef = 68,7$, trage den Quotienten $\frac{57}{68,7} = 0,83$ auf die vorläufige Theilungslinie ef senkrecht auf, und ziehe zu derselben eine Parallele, so wird diese (scharf gezogene Linie) den verlangten Inhalt des Theiles A abschneiden.

4) Um den zweyten Theil B abzuschneiden, nehme man das oben gefundene Drittel $= 1918^{\square}$, welches jeder Interessent wirklich erhalten soll, doppelt, und vergleiche diese Fläche $1918 \cdot 2 = 3836$ mit der oben berechneten Summe der Theile A und B $= 3776$; so zeigt sich hier ein Unterschied von 60^{\square} , welcher als Ergänzungstheil zu dem Theile B noch hinzu gemessen werden muß. Man erhält das Ergänzungstrapez eben so wie vorhin. Ist aber die Fläche zwischen i und k nutzloser Boden, daher bey der Berechnung der ganzen Fläche, so wie bey den einzelnen Theilen, als solcher abgeschlagen worden, so darf er auch bey der Theilung nicht in Anschlag gebracht werden. Man dividirt in diesem Falle anstatt mit der ganzen Länge bh , nur mit der Länge $bi + kh = 66,2$ in dem obigen Unterschied, trägt den Quotienten $\frac{60}{66,2} = 0,9$ von der vorläufigen Theilungslinie bh senkrecht gegen den dritten Theil C auf, und zieht zu derselben eine Parallele: so wird dadurch die richtige Fläche des zweyten und dritten Theiles zugleich abgeschnitten.

5) Nach dem bisher Gesagten erhellet nun deutlich, wie zu verfahren sey, wenn eine solche Figur unter den obigen Bedingungen in verhältnißmäßige Theile zu vertheilen wäre.

a) Das Ausstecken der Theilungslinien auf dem Felde mit Rücksicht auf die Maße, welche mit dem Zirkel nicht aufgetragen werden konnten, geschieht ganz nach der im vorigen §. 287. beschriebenen Weise.

§. 289.

Aufgabe. Eine Fläche in n , z. B. in 5 gleiche Theile zu Fig. theilen, in welcher alle Theilungslinien mit einer gegebenen Linie NS 155. parallel laufen.

Auflösung. 1) Man ziehe eine gerade Linie UV in einer solchen Richtung über die zu theilende Figur, daß sie auf der gegebenen Richtungslinie NS ziemlich senkrecht stehe, und die, bey einem so unregelmäßigen Umfange der Figur, wie hier, weder die entferntesten noch die nächsten Eckpuncte verbindet.

2) Hierauf theile man diese mittlere Diagonale UV nach Omtr. 84. in so viel gleiche Theile, als die Fläche deren enthalten soll, hier in fünf, und ziehe durch die Theilungspuncte 1, 2, 3... parallele Linien zur gegebenen Richtungslinie NS über die ganze zu theilende Fläche, so wird diese vorläufige Theilung die gegebene Fläche in die verlangte Anzahl der Theile von ziemlich gleichem Inhalte theilen.

3) Nun berechne man jeden Theil $A, B, C...$ für sich, und schreibe die Fläche eines jeden nachfolgenden Theiles zur Summe aller vorhergehenden, so enthält die letzte Summe den Inhalt der ganzen Fläche. Es sey z. B.

der Theil A	=	2014	°
die Summe der Theile $A + B$	=	3840	„
„ „ „ „ $A + B + C$	=	5585	„
„ „ „ „ $A + B + C + D$	=	7280	„
„ „ „ „ $A + B + ... + E$	=	9281	„
= der ganzen Fläche.				

4) Dividirt man nun diese letzte Summe durch die Anzahl der Theile, so erhält man die Fläche, die jeder Theil enthalten muß; hier ist also die Größe eines jeden Theiles = $\frac{9281}{5} = 1856$ °.

5) Vergleicht man diese Fläche mit der obigen vorläufig berechneten, z. B. des Theiles A , so findet man, daß er um $2014 - 1856 = 158$ ° zu groß ist. Um sofort diesen Überschuß 158 ° abzuschneiden, dividirt man denselben durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie ae , z. B. = $85,3$, und trage die gefundene Höhe des abzuschneidenden Trapez, nämlich $\frac{158}{85,3} = 1,8$ senkrecht auf ae gegen den ersten Theil zurück. Man beschreibe zu diesem Ende mit einer Zirkelöffnung von $1,8$ aus zwey beliebigen Puncten,

Fig. 155. welche auf der vorläufigen Theilungslinie möglichst weit entfernt liegen, Bögen, und ziehe zu derselben eine Parallele nach Gmtr. 43. 2); so wird dadurch die richtige Fläche des Theiles *A* abgeschritten.

6) Um den zweyten Theil *B* abzuschneiden, nehme man die oben unter 4) bestimmte Fläche doppelt, und vergleiche diese $1856 \cdot 2 = 3712^\circ$ mit der oben unter 3) vorläufig berechneten Fläche von *A + B*. Für den dritten Theil *C*, nehme man die bestimmte Fläche 1856 dreyfach, vergleiche sie mit der vorläufigen Summe von *A + B + C* u. s. w., und verfare übrigens ganz so, wie vorhin unter 5); so erhalten auf diese Art alle vorläufig abgeschrittenen Theile ihre wahre Fläche.

7) Wenn es sich ereignet, daß zwischen der vorläufigen und wahren Theilungslinie die Umfangslinien gebrochen wären, wie bey *c*, welches unter Lit. *M.* vergrößert vorgestellt ist, so ziehe man von einem solchen Winkel, wie hier *t* (der übrigens auch ausgehend seyn kann), eine Parallele *tu* zur vorläufigen Theilungslinie *cg*, berechne das Trapez *ctug*, und ziehe seinen Inhalt z. B. $= 28^\circ$ von dem abzuschneidenden Ergänzungstrapez, z. B. $= 91^\circ$ ab, dividire den Rest $91 - 28 = 63^\circ$ durch die Gerade $ut = 89^\circ$, trage den Quotienten $\frac{63}{89} = 0^\circ,7$ wie vorhin auf *tu* senkrecht, und zwar hier vorwärts gegen *D* auf, und ziehe endlich zu *cg* die wahre Theilungslinie *sw* parallel.

Wäre auch die andere Umfangslinie *gs* gebrochen, und beyde Punkte *t* und *v* fielen nicht in eine Parallele, so verfare man hierbey, und auch wenn mehre solche Brechungen zwischen *cw* oder *gs* vorkämen, theilweise ganz so, wie erst gezeigt worden ist. Bey dieser Theilungsmethode aber wird es selten nöthig, eine solche Verbesserung vorzunehmen, noch weniger aber zu wiederholen, besonders wenn man die vorläufige Theilungslinie, z. B. *cg* anstatt neben dem Winkel *t* sogleich durch *t* selbst zieht.

8) Um endlich auch die wahre Theilungslinie des vorletzten und letzten Theils zu bestimmen, multiplicire man die oben für Einen Theil bestimmte Fläche 1856° mit der Anzahl aller Theile weniger 1, d. i. hier mit $5 - 1 = 4$, und vergleiche diesen vierfachen Theil $1856 \cdot 4 = 7424^\circ$ mit der vorläufig bestimmten Summe von 4 Theilen *A* bis *D* $= 7280^\circ$. Da hier die abzuschneidende Fläche $7424 - 7280 = 144^\circ$ schon ziemlich beträchtlich ist, so kann man sie ohne merklichen Fehler nicht wie bisher als Parallelogramm behandeln,

sondern sie muß als Ergänzungstrapez, nach §. 285. abgeschnitten werden. Weil aber, wegen der abzuschlagenden nutzlosen Fläche zwischen i und k , hier ein besonderer Fall vorkommt, so wollen wir das Verfahren dabey in Bezug auf §. 285. näher beschreiben. Fig. 155.

9) Man dividire die abzuschneidende Fläche durch die Länge der vorläufigen Theilungslinie, hier aber nur durch $hi + kd$, z. B. $= 65^{\circ},6$ (§. 288. 4), und trage den Quotienten $\frac{144}{65,6} = 2^{\circ},2$ senkrecht auf hd gegen den letzten Theil, z. B. bis n , lege an diesen Punct ein Lineal (nur nach dem Augenmaße) parallel zu hd , bemerke den Durchschnittspunct m am Umfange, theile den Abstand mh in zwey gleiche Theile $mo = oh$, lege nun das Lineal an o wieder parallel zur vorläufigen Theilungslinie hd an, messe neben demselben die Theile $op + qx$, z. B. $= 67^{\circ},2$ und dividire mit dieser Länge die abzuschneidende Ergänzungsfäche, so erhält man die Höhe $= \frac{144}{67,2} = 2^{\circ},14$. Nun führe man in der Entfernung von 2° zu hd die Parallele mt vermög Gmtr. 43. 2); so wird dadurch die erforderliche Ergänzungsfäche möglichst genau abgeschnitten. Die $0^{\circ},14$ aber werden vorgemerkt, und auf dem Felde nachher von der Theilungslinie noch weiter gegen den letzten Theil aufgetragen.

10) Das jenseits des Teiches liegende, der Partey E gehörige kleine Stück ist für diese immerhin etwas unbequem, hingegen für die Partey D zur Bewirthschaftung gelegener. Sollten diese zwey Parteyen eine Vertauschung verlangen, so berechne man den Flächeninhalt dieses abgeschnittenen Stückchens, z. B. $= 44^{\square}$, und dividire mit der Länge der vorher bestimmten, dießseits liegenden Theilungslinie $mr = 62^{\circ}$, trage den Quotienten $\frac{44}{62} = 0^{\circ},7$ von mr gegen den Theil D zurück senkrecht auf, und ziehe durch diesen Punct eine Parallele zu mr .

11) Da man hier keine Überzeugung hatte, ob im Berechnen des Flächeninhaltes nicht etwa ein Fehler unterlaufen sey, so müssen die Breiten des letzten Theiles auf dem Felde, nachdem schon alle übrigen nach §. 267. 9) aufgetragen sind, gemessen, und mit den gleichnamigen auf dem Tische verglichen werden. Indessen ist es immer besser, eine Fläche, die zur Theilung bestimmt ist, schon vor dieser nach §. 274. im Ganzen, und sodann nach der vorläufigen Theilung jeden Theil nach §. 278. zu berechnen, und ihre Summe

Fig. mit der ganzen Fläche, wie §. 287. 2), geschah, zu vergleichen,
155. wo sodann ein Fehler leicht aufgesucht und berichtigt, oder eine kleine Abweichung unter alle Theile verhältnißmäßig vertheilt werden kann.

12) Wäre eine Fläche bey bestimmter Richtung der Theilungslinien quer durch einen Fahrweg, Bach u. dgl. etwa in der Richtung UV , oder auch in einer gebrochenen Richtung durchschnitten, so muß bey Bestimmung einer jeden Theilungslinie die Breite eines solchen Gegenstandes von der Länge der vorläufigen Theilungslinie, wie vorhin unter 9) abgeschlagen, und mit dem Reste der Quotient oder der Abstand der wahren Theilungslinie von der vorläufigen bestimmt werden.

13) In Hinsicht auf das Abstecken der Theilungslinien gilt hier eben das §. 287. dießfalls gezeigte Verfahren.

14) Wenn eine solche Fläche in verhältnißmäßige Theile unter den übrigen Bedingungen zu theilen wäre, so ist es nach dem bisher Gesagten deutlich, daß nur die mittlere Diagonale UV nach den verlangten Verhältnissen vermög Omtr. 84. zu theilen, und die übrige noch nöthige Berichtigung durch Abschneiden der Ergänzungsflächen ganz nach dem bisherigen Verfahren vorzunehmen seyen.

a) Die auspringenden Ecke bey einer Figur, wie A , sind, besonders zur Feldwirthschaft, immer unbequem, man kann dieselben aber in einem solchen Falle, wo die Richtung der Theilungslinien durch Umstände nicht absolut bestimmt wird, leicht vermeiden, wenn man den Theilungslinien eine andere, hier etwa die Richtung PQ gibt, und übrigens so wie oben verfährt. Oder man kann eine solche unreguläre Grenze im Einverständnisse des angrenzenden Besitzers ohne Nachtheil in eine gerade verwandeln; man lese unten §. 299.

§. 290.

156. Aufgabe. Eine Fläche, innerhalb welcher ein Teich (Weiher) liegt, unter mehre Personen so zu vertheilen, daß die Theilungslinien alle auf den Umfang des Teiches stoßen.

Auflösung. 1) Die Vertheilung mag in gleiche oder verhältnißmäßige Theile geschehen, so nehme man in jedem Falle innerhalb der Figur einen beliebigen Punct M an, ziehe aus demselben nach allen Ecken der Figur und des Teiches gerade Linien, berechne zuerst die Dreyecke AMB , BMC , CMD , DME , . . . , und nachher auch die Figuren aMb , bMc , cMd , dMe . . .

2) Hierauf ziehe man jede kleinere dreyeckförmige Figur von

seinem größern Dreyecke ab, so erhält man die zu vertheilende Fläche, wenn man die trapezförmigen Theile

$$AMB - aMb = AabB$$

$$BMC - bMc = BbcC$$

$$CMD - cMd = CcdD$$

u. s. w.

nach und nach vermög §. 287. 2) summirt. Gesezt es betrage der Theil $AabB$ oder kürzer $Ab = 786^\circ$

Die Summe aus $Ab + bC = 946$ „

„ „ „ $Ab + bC + cD = 1194$ „

u. s. w.

und die Summe aller Theile. = 8840° .

3) Soll diese Fläche nun z. B. in 10 gleiche Theile getheilt werden, so kommen auf einen Theil 884° .

4) Die Summe der Flächen Ab und cC stimmt mit demselben am nächsten, und ist um $946 - 884 = 62^\circ$ zu groß. Da hier für die Theilungslinien keine bestimmte Richtung bedingt ist; so kann man den Überschuß nach der bisher gebrauchten Methode durch ein Trapez, oder auf folgende Weise durch ein Dreyeck von dem nebenliegenden Theil Bc abschneiden. Man dividire den Unterschied 62° durch die halbe Länge cC z. B. $= \frac{1}{2} \cdot 35^\circ,8 = 17^\circ,9$, so ist der

Quotient $\frac{62}{17,9} = 3^\circ,5$ die Höhe des abzuschneidenden Dreyeckes (Gmtr. 135.). Um dasselbe abzuschneiden, beschreibe man mit der Zirkelöffnung von $3^\circ,5$ aus einem beliebigen Punct v der Grundlinie cC einen Bogen r , gegen den nebenliegenden Theil Bb , ziehe durch den höchsten Punct dieses Bogens zur Grundlinie Cb eine Parallele, so wird am Umfange der Punct s bestimmt, der mit c durch eine Gerade verbunden, die erforderliche Überschußfläche abschneidet; es enthält nämlich nun die Figur $Aacs$ die Fläche von 884° , d. i. einen zehnten Theil der ganzen zu vertheilenden nutzbaren Fläche.

5) Wenn bei einem Theile eine so große Ergänzungsfläche hinzu- oder abgeschnitten werden soll, daß die Theilungslinie z. B. über einen Winkel G hinüber fällt, und daher tGF nicht als gerade Linie, also auch ftF nicht als Dreyeck angesehen werden kann, so verbinde man vorher f mit G , berechne das Dreyeck fGF , ziehe es von der abzuschneidenden Ergänzungsfläche ab, und dividire den Rest durch $\frac{1}{2} fG$ als die Grundlinie des noch erforderlichen Ergänzungs-

Fig. dreyeckes; so gibt der Quotient die Höhe desselben, dessen Theilungspunct l am Umfange eben so wie vorhin bestimmt wird.

6) Fiele bey einem solchen oder irgend einem andern Theile die an den Reich anstoßende Seite fe in Vergleichung mit der gegenüber, am äußern Umfange liegenden Länge tu zu klein aus, daß dadurch für den ökonomischen Gebrauch keine vortheilhafte Figur erhalten würde; so darf man nur die abzuschneidende Fläche nach dem bisherigen Verfahren durch ein Trapez ergänzen. Fiele auch hirebey der Theilungspunct z . B. l über einen Winkel G hinüber, so verfährt man auf ähnliche Art wie vorhin, mit Zuziehung des §. 289. unter 7) hierüber Gesagten.

7) Wenn eine solche Figur in verhältnißmäßige Theile getheilt werden soll, z. B. in 5 Theile, die sich verhalten, wie $\frac{2}{3} : 3 : 2 : 5 : \frac{1}{2}$ oder wie $4 : 18 : 12 : 30 : 3$; so theilt und berechnet man die Figur vorläufig eben so, wie oben unter 1) und 2), und bestimmt nachher, wie viel jeder Theil vermög der gegebenen Verhältnisse enthalten soll, indem man schließt: die Summe aller Verhältnißzahlen verhält sich zum Flächeninhalt der zu vertheilenden Figur, gleichwie jede Verhältnißzahl zur gesuchten Fläche für den dazu gehörigen Theil; hier

$$\left. \begin{array}{l} \text{nämlich } 67 : 8840 = 4 : x \\ \text{ sodann } 67 : 8840 = 18 : y \\ \text{ ferner } 67 : 8840 = 12 : z \end{array} \right\} \text{ (N. 206.)}$$

u. s. w.

Hat man nun alle Theile auf diese Art bestimmt, so muß ihre Summe der ganzen Fläche gleich seyn; wird aber wegen der nicht ganz zu erschöpfenden Dezimal-Theile gewöhnlich um etwas Weniges abweichen. Das übrige Verfahren ist dem vorigen gleich.

8) Nun erhellet deutlich, wie zu verfahren wäre, wenn eine Fläche so eingetheilt werden soll, daß die Theilungslinien alle in einen innerhalb der Figur liegenden gemeinschaftlichen Punct zusammen laufen, daß z. B. jeder Interessent zu einer gemeinschaftlichen Quelle u. dgl. auf seinem eigenen Grunde dahin gehen könne.

9) Auch geht aus dem bisher Gesagten hervor, wie zu verfahren sey, wenn eine so gestaltete Figur, wie zum Beyspiele **ABCEF** *tfedba*, in gleiche oder verhältnißmäßige Theile getheilt werden soll, wobey es gleichgültig ist, nach welchen Richtungen die Theilungslinien laufen, wenn nur die Theile eine zum ökonomischen Gebrauche schickliche Figur erhalten.

10) Denkt man die um den Teich liegende Figur, in die Länge Fig. ausgedehnt, und ihre Fläche soll in gleiche oder verhältnißmäßige 156. Theile getheilt werden; so ist das Verfahren dabey dem so eben gezeigten völlig gleich.

§. 291.

Mit der bisher beschriebenen Theilungsmethode reicht man in allen Fällen aus, welche bey der geometrischen Theilung der Grundstücke vorkommen, wenn die Theilungslinien durchaus gerade geführt werden können. Nun aber kommen sehr oft auch Fälle vor, wo die Theilungslinien mehr Mal gebrochen werden müssen. Man verfährt hierbey, mit Anwendung des Vorigen, auf folgende Weise.

Es sey die Fläche $ABCD$, welche zwischen einem sehr gekrümmten 157. Flusse und einem Fahrwege eingeschlossen ist, in eine gewisse Anzahl, z. B. in 4 gleiche Theile so zu theilen, daß diese unter sich und auch mit der ganzen Figur möglichst ähnliche Figuren erhalten.

1) Dies zu bewirken, berechne man den Inhalt der ganzen zu theilenden Fläche nach §. 274; gesetzt er sey $= 9935^{\circ}$ gefunden worden, so erhält jeder Theil $\frac{9935}{4} = 2484^{\circ}$.

2) Hierauf verbinde man die Endpunkte derjenigen zwey gegenüber stehenden Seiten, worauf die Theilungslinien stoßen sollen, durch gerade Linien AB und DC , und theile jede in so viel gleiche Theile, als deren die Fläche enthalten soll.

3) Nun zerlege man diejenigen krummen Seiten BbC und DdA , in deren Richtung die Theilungslinien laufen sollen, in solche Theile, daß Bogen und Sehne nicht gar sehr von einander abweichen *). Ob es gleich in Hinsicht auf den Flächeninhalt gleichgültig wäre, wenn man die Biegung BbC nur in die Theile Bb

*) Um hierbey nicht ins Kleinliche zu verfallen, darf man diese Eintheilung der Krümmungen nicht so genau nehmen, wie bey der Aufnahme (§. 235) und dem Berechnen derselben (§. 269), da hierdurch bey dieser Theilungs-Methode die Größe der einzelnen Theile oder Grundstücke nicht im mindesten leidet, sondern nur die Ähnlichkeit derselben etwas verliert; im Gegentheil ist es sogar vortheilhaft, die kleinen Biegungen, wie zwischen s und g , D und i , nicht allen Grundstücken mitzutheilen, und dadurch die Brechungen der Theilungslinien zu sehr und nutzlos zu vermehren, sondern sie bey dem Theile, wo sie vorkommen, zu belassen.

Fig. und bC , so wie AaD in Aa und aD zerlegte, die Gerade ab so-
 157. dann ebenfalls in vier gleiche Theile theilte, u. s. w., da die Flächen-
 theile nach dem bereits bekannten, und dem sogleich nachfolgenden
 Verfahren vollkommen ausgeglichen werden könnten; so ist es doch in
 Hinsicht auf die Gestaltung der Theile nicht rätlich so große Bogen
 zu nehmen, weil die Theile sehr unähnlich ausfallen, und besonders
 die zunächst an den Krümmungen liegenden, wechselweise breite und
 schmale Strecken erhalten, auch die Theilungslinien öfters so gähe
 sich brechen würden, daß bey Feldern der Pflug einer solchen gähen
 Brechung nicht folgen könnte.

4) Man nehme deswegen auch in d und e , so wie in f und c
 Punkte an, und ziehe die Geraden cd und fe , theile jede in eben
 so viel gleiche Theile, als die Geraden AB , ab und DC getheilt
 wurden, und verbinde die Theilungspuncte 1 mit 4 mit 7 mit 10 mit
 13, sodann 2 mit 5 mit 8 u. s. w.; so werden durch diese vorläufige
 Theilung die Theile unter sich sowohl, als dem Ganzen möglichst
 ähnlich, und bis auf eine kleine Berichtigung auch ziemlich gleich seyn.

5) Um nun nach der Bedingung alle Theile auch einander voll-
 kommen gleich zu machen, berechne man jeden derselben nach §. 278.,
 summire sie nach der in §. 287. unter 2) gezeigten Weise und ver-
 gleiche und berichtige ihre Summe mit dem oben unter 1) berechneten
 Inhalt der ganzen Fläche. Es sey z. B. der auf diese Art schon be-
 richtigte Inhalt des Theiles:

$$\begin{aligned} \text{I} & \dots \dots \dots = 2532^{\circ} \\ \text{Die Summe aus I + II} & \dots \dots \dots = 4988, \\ \text{„ „ „ I + II + III} & \dots \dots \dots = 7367, \\ \text{und die Summe aus I + II + III + IV} & \dots \dots \dots = 9935, \end{aligned}$$

6) Nun findet man bey Vergleichung des vorläufig berechneten
 Theiles I mit seiner oben unter 1) bestimmten Fläche, daß er um
 $2532 - 2484 = 48^{\circ}$ zu groß ist; man kann diesen Unterschied ent-
 weder längs der ganzen vorläufigen Theilungslinie 1 bis 13, oder
 weil er nicht sehr beträchtlich ist, auch nur an der Linie 1..4 abschnei-
 den. Zu diesem Ende schneide man vermög der Länge 1..4, und der
 abzuschneidenden Fläche das Überschusdreieck nach §. 290. 4) ab, wie
 die scharf gezogene Linie von 4 bis 1 weiset. Will man aber den etwa
 zu scharfen Winkel bey 7 stumpfer machen, so trage man aus dem
 Punct 7 gegen 8 eine solche Länge, daß dieser Winkel seine Schärfe
 etwas verliere, z. B. $0^{\circ},5$ bis k , verbinde diesen Punct k mit 4 und
 10, berechne die dadurch entstandenen zwey Dreiecke, addire ihre

Fläche = 12° zu dem abzuschneidenden Uberschuß, und schneide diese Fläche = $48 + 12 = 60^\circ$ nun an der Linie 4. 1, wie vorhin durch ein Dreyeck ab. Aus diesem ersieht man nun, wie zu verfahren wäre, wenn die scharfen Ecke eines Winkels durch ein oder zwey solche Dreyecke zu nehmen, und ihr berechneter Inhalt von der abzuschneidenden Fläche abzuziehen wäre, u. dgl.

7) Auf ähnliche Art vertheilt man auch bey dem Theile II die Uberschußfläche, welche hier nur 20° beträgt, an der vorläufigen Theilungslinie von 8 bis x , indem man die 20° durch die halbe Länge von 8. 5 + 5. x , die aus der Berechnung der Fläche dieses Theiles noch bekannt und vorgemerkt sind (§. 278. 2), z. B. = $38^\circ,9$ dividirt, den Quotienten $0^\circ,5$ auf die vorläufige Theilungslinie 5. x senkrecht aufträgt, zu derselben nach Gmtr. 43. 2) eine Parallele zieht, und endlich den dadurch auf der Geraden cd entstandenen Durchschnittpunct mit dem Punct 8 verbindet, wie dieß aus den scharf gezogenen Linien zu sehen ist. Der dadurch sich ergebende Unterschied, daß man dabey die Linie 8. x als gerade betrachtet hat, wird in der Ausübung in den meisten Fällen so unbedeutend seyn, daß es sich der Mühe nicht lohnt, auf folgende Weise zu verfahren.

8) Da hier die Länge 8. 5 in der Länge 5. x beyläufig 4 Mahl enthalten ist, so schneide man von der erforderlichen Uberschußfläche 4 Theile = 16° an der Linie 5. x , und 1 Theil = 4° an der Linie 8. 5 ab, indem man vermöge des ersten Quotienten $\frac{16}{31,3} = 0,5$ nach Gmtr. 43. 2) eine Parallele zu 5. x führt, und vermöge des zweyten Quotienten = $\frac{4}{7,6} = 0,5$ nach §. 290. 4) ein

Dreyeck an der Linie 8. 5 abschneidet. Die hier, wie oben erhaltenen vollkommenen Quotienten = $0,5$ oder Höhen der abzuschneidenden Flächen zeigen an, daß nach der vorigen Methode unter 7) die wegzuschneidende Fläche gleichfalls richtig bestimmt wurde. Es würde also nur in den äußerst seltenen Fällen (die man aber, wie unten gezeigt werden wird, leicht vermeiden kann, und vermeiden muß), wenn nämlich die vorläufige Theilungslinie unter einem zu wenig stumpfen Winkel gebrochen würde, das Abschneiden der Uberschuß- oder Ergänzungsfäche nach der letzten Art zu bewirken seyn.

9) Bey Vergleichung der vorläufig berechneten Summe der Theile von I bis III mit dem dreysfachen oben unter 1) bestimmten Theile findet man, daß der Theil III zu klein ist um 7452 — 7367

Fig. = 85° . Diese etwas große Ergänzungsfläche längs der ganzen vorläufigen Theilungslinie abzuschneiden, dividire man durch ihre Länge 15. $.12 + 12. .9 + 9. .6 + 6. .y$. z. B. = 120° , den obigen Unterschied, und führe in der Entfernung des Quotienten $\frac{85}{120} = 0,7$

eine Parallele zu jedem Theil der gebrochenen vorläufigen Theilungslinie, so wird dadurch der richtige Flächeninhalt des vorletzten und letzten Theiles zugleich bestimmt.

a) Aus dem Gange dieses einfachen Verfahrens ersieht man nun deutlich genug, wie die Ausgleichung der vorläufig berechneten Theile in anderen ähnlichen Fällen zu geschehen habe, und wie man dabei die zu gähen Brechungen der vorläufigen Theilungslinien nach Belieben vermindern könne.

§. 292.

Wenn eine größere zu theilende Fläche **ABFE** mehre Biegungen in entgegengesetzter Richtung hat, so wählt man in der gehörigen Entfernung vermög §. 291. 3) und 4) die Punkte *g*, *h* und *i*, zieht die Geraden **Dg** und **ih**, theilet sie, so wie auch **EF** in eben so viel gleiche Theile, wie die vorhergehenden Querdurchschnitte, und verfährt übrigens ganz so wie oben.

Es versteht sich von selbst, daß solche kleine Biegungen, wie zwischen *g* und *s*, **D** und *i*, u. dgl. in Hinsicht auf Ähnlichkeit der Theile, nicht in Anschlag gebracht, sondern bey demselben Theil, wo sie vorkommen, belassen werden. Daher wird nicht die Gerade **Ds**, sondern entweder **Dg** oder noch besser die mittlere **Dr** in so viel gleiche (oder verhältnismäßige) Theile getheilt, als die übrigen Querlinien. Auf diese Art werden die Brechungen der Scheidungslinien nicht zwecklos vermehrt, noch zu gähe für die Bearbeitung der Felder durch den Pflug. Deswegen sollen diese Linien unter keinem kleinern Winkel als 160 bis 150 Graden zusammen stoßen, daher auch in der wirklichen Ausübung für die kleinen Biegungen bey *a* und *f* eine mittlere Durchschnittsbiegung wie bey **Crh** zu nehmen ist. Gene Biegungen sind nur hier in die Theilung aufgenommen worden, um die verschiedene Ausgleichung der Ergänzungs- und Überschussflächen desto deutlicher zeigen zu können. Wie solche krumm begrenzte Flächen verhältnismäßig zu theilen sind, kann nach dem bisher gezeigten Verfahren keinem Anstande mehr unterliegen.

Ist eine Fläche zu vertheilen, die auf zwey oder mehrern Tisch- **Fig.**
blättern liegt, so trage man die auf den Sectionslinien erhaltenen **157.**
Puncte (bey gleicher oder verhältnißmäßiger Theilung) **E**, **22**, **23**..
auf das zweyte Tischblatt über, und verfare auf diesem ganz nach
der bisher beschriebenen Weise.

Wenn eine solche Theilung wie die erstgeführte, durch besondere
Umstände nicht absolut bedingt ist, so ist es in mehrfacher Hinsicht vor-
theilhaft, sie in der Richtung **Dg** zu vollführen, daß nämlich die
Theilungslinien auf den Fluß stoßen (man lese §. 296).

§. 293.

Da gleich bey der Aufnahme einer zur Vertheilung be-
stimmten Fläche der Bedacht dahin genommen werden muß, die für
die Vertheilung nöthigen Anhaltspuncte sowohl am Umfange als im
Innern derselben fest zu bezeichnen und auf dem Meßtische zu bestim-
men (§. 287. 7), hier etwa **m**, **n**, **p**.., so verbinde man auf dem
Tischbret den Punct **m** mit **A** durch eine Gerade, und verlängere
diese gegen **a** unbestimmt. In den Puncten **A** und **m** auf dem Felde
errichte man Fahnen, und in ihrer Verlängerung gegen **a** nach Er-
forderniß deren mehre. Hierauf trage man vermöge des verjüngten
Maaßes **mc**, **ma**.. auf dem Felde im wirklichen Maaße eben so viel
Klaftern **z.** aus den gleichnamigen Puncten **m** gegen **c**, **a** u. s. w.,
und verfare in dem Punct **n** auf gleiche Art; so erhält man die End-
puncte eines jeden Querdurchschnittes **cd**, **ab**.., auf welche sodann
vermöge des verjüngten Maaßes **c4**, **c5**,.. die gleichnamigen Thei-
lungslinien auf dem Felde bestimmt werden.

Wären die Puncte **A** und **B** aus **m** und **n** nicht sichtbar, sondern
aus **p** andere Puncte, **z.** **D** und **C** zu sehen, so verfare man auf
ähnliche Weise wie vorhin, und trage sodann nach dem verjüngten
Maaße mittelst Abscissen und Ordinaten die Puncte **8** und **10**, **9** und
12 auf das Feld über. Aus diesen übertragenen Puncten läßt sich nach-
her durch Verlängerung die gleichnamige Linie **ab** und **fe**, und durch
ähnliches Verfahren wie oben können die übrigen nöthigen Puncte
für die Theilungslinien bestimmt werden.

Fig.

C. Theilung der Flächen oder Vertauschung der verschiedenartigen Grundstücke, wenn der Boden von ungleicher Güte ist.

§. 294.

Bisher wurde bey der Vertheilung der Figuren oder Grundstücke immer einerley Güte des Bodens und gleicher Ertrag desselben vorausgesetzt, und hierzu war weiter nichts erforderlich, als die Größe der zu vertheilenden Fläche, die Anzahl der gleichen oder verhältnißmäßigen Theile, und im letzten Falle auch noch die Verhältnißzahlen der Theile zu kennen; es war also diese Operation rein geometrisch. Sehr oft aber werden auch solche Theilungen der Grundstücke verlangt, wo der Boden aus natürlichen Ursachen von ungleicher Güte, oder der Ertrag der einzelnen Theile einer Fläche aus andern Ursachen verschieden ist, und in solchen Fällen sind die geometrischen Kenntnisse allein nicht zureichend, sondern es müssen auch noch die Verhältnisse von der Güte des Bodens oder des Ertrags entweder gegeben seyn, oder aber erst ausgemittelt werden, wozu ökonomische Kenntnisse erforderlich sind. Eine solche Theilung muß daher nach der Bonitirung des Bodens, d. i. geometrisch-ökonomisch vollführt werden.

In der Voraussetzung, daß dem Geometer das Verhältniß der Güte des Bodens oder seines reinen Ertrages gegeben ist, und deswegen bey der Ausnahme der zu vertheilenden Fläche die Grenze der Bonitirung zugleich mit aufgenommen wurde, wollen wir die Theilungen der Grundstücke von verschiedener Güte des Bodens und seines Ertrages durch folgende Beyspiele erläutern.

§. 295.

153. Aufgabe. Eine Fläche, deren Boden vermög seiner Tragbarkeit in drey Abtheilungen *A*, *B* und *C* zerfällt, soll in *n*, z. B. in 4 Theile getheilt werden, die sich in Hinsicht auf Ertragsfähigkeit des Bodens verhalten wie 3:8:4:14.

Auflösung. 1) Es werde die gegebene Fläche z. B. als Ackerland benützt, und es sey bey der Ausmittlung der Bonität des Bodens der Abtheilung *A* als gut, jener der Abtheilung *B* als mittelmäßig, und der Boden der Abtheilung *C* als schlecht, und zwar in dem Ver-

hältniſſe $1 : \frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ befunden worden, d. h. wenn man den Boden **A** Fig. als die Einheit (1) annimmt, so ist die Güte des Bodens **B** nur $\frac{3}{4}$ des Bodens **A**, u. s. w., oder welches dasselbe ist, 4 Joch des Bodens **B** tragen nur so viel, als 3 Joch des Bodens **A**. Wenn demnach 1 Joch des Bodens **A** z. B. 24 Meſen erträgt, so gibt 1 Joch des Bodens **B** nur $\frac{3}{4}$ von 24, also 18 Meſen, und 1 Joch des Bodens **C** gibt gar nur $\frac{2}{5}$ $24 = 9\frac{3}{5}$ Meſen, und so ist dieses in andern ähnlichen Fällen zu verstehen *).

2) Man theile vermög §. 287. diese Fläche vorläufig so ein, als wenn der Boden durchaus von gleicher Güte wäre, berechne die Fläche eines jeden Theiles, und zwar jede Untertheilung desselben in Hinsicht auf den verschiedenen Boden insbesondere nach §. 278. Hierauf mache man die Flächen von verschiedener Bodengüte gleichartig, d. h. man reducire sie vermög der gegebenen Verhältniſſe des Bodens, auf einerley, am vortheilhaftesten auf den besten Boden **A**, oder auf den ganzen Ertrag = 1. Es betrage z. B. im Theile **II** die wirkliche Fläche des Bodens **B** zu $\frac{3}{4}$ Ertrag 530⁰⁰; so wird diese Fläche auf den ganzen Ertrag reducirt, wenn man schließt: 1 Joch wirkliche Fläche der Abtheilung **B** gibt $\frac{3}{4}$ Joch guten Boden, wie viel wird die wirkliche Fläche von 530⁰⁰ an gutem Boden betragen? nämlich: $1 : \frac{3}{4} = 530 : x$; woraus $x = 530 \cdot \frac{4}{3} = 398\frac{2}{3}$ auf den ganzen Ertrag reducirte Fläche folgt.

Man darf daher die wirkliche Fläche einer schlechten Bodengattung nur mit dem gegebenen Ertragsverhältniß multipliciren, um dieselbe auf den Boden des ganzen Ertrags zu reduciren.

3) Nach dieser Regel habe man z. B. gefunden, daß die vorläufigen Theile **I**, **II**, **III** und **IV** an wirklicher und reducirter Fläche nach der Ordnung enthalten:

*) Es folgt jedoch daraus nicht, daß z. B. die oben erwähnten 4 Joch des Bodens **B** eben so viel ökonomischen Werth haben, als 3 Joch des Bodens **A**. Denn bey Bestimmung des ökonomischen Werthes der Grundstücke, müssen noch verschiedene Rücksichten, als: die Entfernung vom Wohnort des Besizers; die leichtere oder schwere Bearbeitung des Bodens: die Exposition des Wasser-, Hagel- und Frostschadens, die Zu- und Abfuhr, die Entfernung der Marktplätze, die Straßen dahin, u. dgl. in Erwägung gezogen werden. Diese Rücksichtnahme gehört nicht in diese Abhandlung, sondern in den Geschäftskreis der Schätzungs-Commission, und werden hier dem Geometer als bekannt gegeben vorausgesetzt.

Fig.

Die Abtheilung I.

153. An wirklicher Fläche im ganzen Ertrag 1200 \square

Die Abtheilung II.

An wirklicher Fläche im ganzen Ertrag 2406 „

An wirklicher Fläche zu $\frac{3}{4}$ Ertrag 530 \square
und auf ganzen Ertrag reducirt 398 „An wirklicher Fläche zu $\frac{2}{5}$ Ertrag 164 \square
und auf ganzen Ertrag reducirt 66 „

Summe 2870 „

Die Abtheilung III.

An wirklicher Fläche im ganzen Ertrag 160 \square An wirklicher Fläche zu $\frac{3}{4}$ Ertrag 800 \square ^{266 $\frac{2}{3}$}
und auf den ganzen Ertrag reducirt 200 „An wirklicher Fläche zu $\frac{2}{5}$ Ertrag 640 \square
und auf den ganzen Ertrag reducirt 256 „

Summe 616 „

Die Abtheilung IV.

An wirklicher Fläche zu $\frac{3}{4}$ Ertrag 2800 \square
und auf ganzen Ertrag reducirt 2100 \square An wirklicher Fläche zu $\frac{2}{5}$ Ertrag 2400 \square
und auf ganzen Ertrag reducirt 960 „

Summe 3060 \square

4) Addirt man nun die auf den ganzen Ertrag reducirte Fläche nach §. 287. 2), nämlich:

I = 1200 \square

I + II = 4070 „

I + II + III = 4686 „

I + II + III + IV = 7746 \square , so ist diese letzte Summe die auf guten Boden reducirt Fläche der ganzen Figur.

5) Man theile diese reducirt Summe vermög der gegebenen Verhältnisse in vier Theile (Nk. 296.), nämlich:

$$29 : 7746 = 3 : x$$

$$29 : 7746 = 8 : y \text{ u. s. w. ; so erhält}$$

der Theil I	801,3 □°	} auf guten Boden, oder auf ganzen Ertrag reducirte Fläche.	Fig. 153.
„ „ II	2136,8 „		
„ „ III	1068,4 „		
„ „ IV	3739,5 „		
daher:			
I + II	2938,1 „		
I + II + III	4006,5 „		
I + II + III + IV	7746 „		

6) Vergleicht man die vorstehende Fläche, welche dem Theil I zukommt, mit der obigen unter 4) vorläufig berechneten, so findet man, daß dieselbe um $1200 - 801,3 = 399,7$ zu groß ist. Aus diesem Ueberschuß und der Länge der vorläufigen Theilungslinie *ad*, kann nach den bisherigen Gründen die Höhe für das wegzuschneidende Trapez leicht gefunden, und sonach die richtige Theilungslinie selbst bestimmt werden, weil hier die reducirte Fläche mit der wirklichen einerley ist.

7) Vergleicht man ferner die vorstehende Summe von I + II mit der unter 4) vorläufig bestimmten eben dieser zwey Theile, so zeigt sich ein Ueberschuß von $4070 - 2938,1 = 1131,9$, welcher von dem vorläufig bestimmten Theil II abgeschnitten werden muß. Weil aber hier die vorläufigen und die richtigen Theilungslinien Flächen von verschiedener Güte des Bodens in sich schließen, so muß man daraus das arithmetische Mittel nehmen *). Um also aus den verschiedenen Bodenflächen den Boden von mittlerer Güte zu finden, untersuche man, nur durch beyläufiges Überschlagen mit dem Zirkel, wie oft die Länge der kleinen abgeschnittenen Fläche in jeder Länge der übrigen enthalten ist, addire diese Theile, und dividire die Summe durch die Anzahl der Theile. Hier z. B. ist die Länge *eg*, des abgeschnittenen Bodens zu $\frac{2}{5}$ Ertrag, in der Länge *gh*, des Bodens zu 1 Ertrag 3 Mahl, und in der Länge *hb* des Bodens zu $\frac{3}{4}$ Ertrag 4 Mahl enthalten; es ist daher $(\frac{2}{5} + 1 + 1 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}) : 8 = (\frac{2}{5} + 3 + \frac{12}{4}) : 8 = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$ **). Es hat also eine gewisse Fläche

*) Um die Figur nicht mit zu vielen Linien zu überhäufen und undeutlich zu machen, wollen wir die scharf gezogene Linie *be* gleich für diejenige gelten lassen, welche den vorstehenden Ueberschuß für einerley Güte des Bodens abschneiden würde.

***) Oder auch $\frac{\frac{2}{5} + 1 \cdot 3 + 4 \cdot \frac{3}{4}}{1 + 3 + 4} = \frac{\frac{2}{5} + 6}{8} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$ (verm. N. 242. 5 .

Fig. von diesem mittlern Boden im Werthe nur $\frac{4}{5}$ in Vergleichung mit 153. dem zu einem ganzen Ertrag angenommenen Boden; das heißt 4 Joch von dem als 1, oder zu einem ganzen Ertrag angenommenen Boden geben so viel Ertrag, als 5 Joch des obigen mittlern Bodens.

8) Weil ferner auf dem Felde, so wie auf dem Papier wirkliche (nicht reducirte) Flächen abgeschnitten werden, worunter einige von geringerem Ertrage sind, die jedoch durch ihre größere Ausdehnung eben so viel Werth haben müssen, als die auf den ganzen Ertrag reducirte Flächen, so muß man diese wieder auf wirkliche Flächen reduciren. Dieß zu bewirken, kehre man den oben gebrauchten Reductionsfaß um, und schließe: Eine reducirte Fläche von $\frac{4}{5}$ Joch gibt 1 Joch wirkliche Fläche (in einem mittlern Boden von $\frac{4}{5}$ Ertrag), wie viel werden die obigen 1131,9[□] auf guten Boden reducirter Fläche in eben diesen mittlern Boden geben? nämlich $\frac{4}{5} : 1 = 1131,9 : x$; woraus man $x = 1131,9 \cdot \frac{5}{4} = 1415^{\square}$ an wirklicher Fläche findet, welche von dem vorläufig bestimmten Theile II in dieser mittlern Ertragsfläche von $\frac{4}{5}$ Ertrag abgeschnitten werden muß, und mit den abzuschneidenden reducirten 1131,9[□] möglichst nahe einerley Werth hat *). Man darf demnach die auf guten Boden reducirte Fläche nur mit dem umgekehrten Bruche oder

*) Daß man die von einem Theile abzuschneidende oder hinzu zu messende wirkliche Fläche, wenn diese Stücke von verschiedener Güte des Bodens (oder bey Wäldern verschiedene Bestockung der Holzflächen) in sich enthält, durch einen arithmetischen mittlern Durchschnitt der verschiedenen Boden- und Bestockungsflächen, bis auf eine unbedeutende für die Ausübung als Null anzusehende Abweichung erhält, wird jedem sogleich einleuchten, der nur überlegt, daß es der Natur der Sache nach unmöglich ist, 1) die Güte des Bodens überhaupt, und bey einem Walde die Verschiedenheit der Bestockung (die nur vergleichungsweise und durchschnittsmäßig, meistens sehr mangelhaft angegeben werden kann), so auszumitteln und anzugeben, als es hier vorausgesetzt und angenommen wird, und daß es 2) nicht möglich ist, die Grenzlinien *pha* u. s. w., welche die verschiedene Güte des Bodens (oder die verschiedene Bestockung) von einander absondern sollen, so scharf anzugeben, daß gerade an diesen Linien der schlechtere Boden auf einmahl abschneidet, und der bessere anfängt, welches auch bey einem Walde, nebst dem Boden von der Bestockung zu verstehen ist; daher der obige arithmetische mittlere Durchschnitt in Vergleichung dieser Voraussetzungen mehr als hinreichend genau anzusehen ist.

Verhältnisse des schlechtern Ertrags multipliciren, **Fig. 153.** um die wirkliche Fläche in eben diesem Ertrag zu erhalten. Wie nun aus dieser abzuschneidenden Fläche von 1415^{\square} und aus der Länge der (vermög 2) vorläufig bestimmten Theilungslinie die Höhe des abzuschneidenden Trapez und die richtige Theilungslinie zu bestimmen ist, darf wohl nach den bereits vorausgegangenen Gründen dazu, hier nicht mehr wiederholt werden.

9) Eben so findet man, daß zu dem vorläufig bestimmten Theil IV noch eine Ergänzungsfläche von $690,5^{\square}$ hinzugemessen werden muß, wobey man ganz so wie vorher verfährt.

a) Die dießfälligen wahren Theilungslinien sind in der Figur hinweggeblieben, weil durch die vielen Linien die Figur nur undeutlich würde, und selbe nach dem bisher beschriebenen Verfahren in vorkommenden Fällen ohne Anstand leicht zu bestimmen sind.

Hier ist absichtlich ein verwickelter Fall gewählt, und das Verfahren dabey beschrieben worden, weil Anfänger, welche sich dieses gut eigen gemacht haben, dadurch in den Stand gesetzt sind, in einfachen Fällen nachher, selbst leicht sich durchfinden werden.

§. 296.

Da längs der Flüsse, Bäche zc. gewöhnlich der bessere Boden (manchmahl wegen Überschwemmung, Versandung u. dgl. auch der schlechtere, oder von geringerm Werth) anzutreffen ist, und in einiger Entfernung, öfters fast parallel mit dem Flusse, etwa in der Richtung 23, 20, 11, 5, 2... (**Fig. 157.**) sich ändert; so wird, wie oben §. 292. vorläufig schon erwähnt, das Wertheilungsgeschäft des Geometers um vieles vereinfacht, und ist auch ökonomisch betrachtet, in mehr als Einer Hinsicht vortheilhafter, wenn man die Theilung so führt, daß die Scheidungslinien der einzelnen Grundstücke auf den Fluß stoßen (§. 288.), weil in solchen Fällen nicht selten eine geometrisch-ökonomische Theilung in eine bloß geometrische sich verwandelt.

Eben so wird in andern Fällen, wenn auch die Theilungslinien auf keine Flüsse, Bäche zc. stoßen, durch eine schickliche Richtung, welche man den Theilungslinien gibt (wenn dieselbe durch gewisse Umstände nicht unabänderlich bedingt ist), öfters die sehr beschwerliche geometrisch-ökonomische Theilung in eine einfache geometrische verwandelt, wodurch die Interessenten in Hinsicht auf gleichartigen Boden mehr befriedigt werden können, welches jedesmahl

Fig. gehörig zu berücksichtigen und mit den betreffenden Theilhabern vor der Theilung in Berathung zu nehmen ist.

§. 297.

Aufgabe. Ein Waldbesitzer will einen zur Pflanz- und Baumschule geeigneten Grund von drey Eigenthümern *A*, *B* und *C*, deren Boden im Durchschnitte von gleicher Güte angenommen werden kann, gegen einen andern Grund eintauschen. Hierzu soll *A* eine Fläche von $2\frac{1}{2}$ Joch, *B* eine Fläche von $5\frac{3}{4}$ Joch, und *C* eine Fläche von 154. 4 Joch abtreten: wofür sie durch einen andern Grund (Fig. 154.), dessen Boden in Hinsicht seiner Güte in drey Abtheilungen *D*, *E* und *F* zerfällt, von welchen der Boden der Abtheilung *D* im Durchschnitte 3 Körner erträgt *), der Boden der Abtheilung *E* einen Ertrag von $6\frac{1}{2}$ Körner, und die Abtheilung *F* einen durchschnittsmäßigen Ertrag von 4 Körnern liefert; wie viel Fläche soll nun jedem vermög dieser Bedingungen zugemessen werden, damit jeder möglichst entschädiget werde, und die Theile sowohl unter sich, so wie zur ganzen Fläche ähnliche Figuren erhalten.

Auflösung. 1) Man theile die größte Breite *mn*, so wie die kleinste *pq* vermöge der gegebenen Verhältnisse $2\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4} : 4$ oder $\frac{5}{2} : \frac{23}{4} : 4$ oder $10 : 23 : 16$ in drey Theile **), ziehe die Theilungslinien (für welche wir, um die Figur mit Linien nicht zu überladen, *af* und *hb* annehmen wollen), berechne jeden Theil, in Hinsicht auf die verschiedenen Bodenflächen, und reducire sie auf den Boden der größten Tragbarkeit, hier also auf den Boden *E* zu $6\frac{1}{2}$ Körner.

2) Um diese Reduction leichter zu bewirken, kann man auch hier, wie §. 295. den besten Boden für einen ganzen Ertrag, oder als die Einheit (1) annehmen, und die übrigen in Theilen derselben ausdrücken. Zu diesem Behufe stelle man die gegebenen Verhältnisse des Bodens $6\frac{1}{2} : 3 : 4$ in folgenden vor: $13 : 6 : 8$, und dividire alle Glieder durch das erste, so erhält man $1 : \frac{6}{13} : \frac{8}{13}$, vermög (Nf. 253. 4); wenn man nämlich die Tragbarkeit des Bodens *E*

*) Man pflegt in der Feldwirthschaft zu sagen: ein Boden erträgt z. B. 5 Körner, oder das fünfte Korn, wenn man für 1 Megen Aussaat 5 Megen erntet.

**) Bey großen Verhältniszahlen wird die Theilung einer geraden Linie durch Hülfe eines geometrischen Maßstabes und der Theilungsrechnung nach Nf. 298., vortheilhafter als nach der rein geometrischen Theilung (Gmtr. 85.) bewirkt.

als 1 fest, so ist der Ertrag des Bodens *D* nur $\frac{6}{13}$, und jener des Bodens *F*, $\frac{8}{13}$ einer Einheit, d. h. wenn 1 Joch des Bodens *E* z. B. 24 Meßen erträgt, so gibt 1 Joch des Bodens *D* nur $\frac{6}{13} \cdot 24 = 11\frac{1}{13}$ Meßen, und des Bodens *F* nur $\frac{8}{13} \cdot 24 = 14\frac{10}{13}$ Meßen, oder welches dasselbe ist: 6 Joch vom Boden *E* sind in Hinsicht auf Tragbarkeit eben so viel werth, als 13 Joch des Bodens *D*, u. s. w.

3) Gesezt man habe auf diese Art gefunden, daß nach vorläufiger Theilung und Berechnung die Theile *A*, *B* und *C* an wirklicher und reducirter Fläche enthalten:

Die Partey *A*.

An wirklicher Fläche des Bodens <i>D</i> oder zu $\frac{6}{13}$ Ertrag	1709 °	
und auf gute Tragbarkeit reducirt		790 °
An wirklicher Fläche der Tragbarkeit 1, oder des Bodens <i>E</i>	2582 „	2582 „
	Summe	3372 „

Die Partey *B*.

An wirklicher Fläche zu $\frac{6}{13}$ Ertrag	3831 °	
und auf gute Tragbarkeit reducirt		1691 „
An wirklicher Fläche des Bodens zu $\frac{8}{13}$ Ertrag	1646 „	
und auf gute Tragbarkeit reducirt		1012 „
An wirklicher Fläche der ganzen Tragbarkeit	3049 „	3049 „
	Summe	5752 „

Die Partey *C*.

An wirklicher Fläche zu $\frac{8}{13}$ Ertrag	6140 °	
und auf gute Fruchtbarkeit reducirt		3767 „
An wirklicher Fläche der ganzen Tragbarkeit	1073 „	1073 „
	Summe	4840 °

4) Nun mache man von den reducirten Flächen die Summen vermög §. 287. 2), so erhält

A	= 3372 °	
A + B	= 9124 „	
A + B + C	= 13964 °	= der ganzen Fläche an guter Tragbarkeit.

5) Theilt man diese letzte Summe vermög der gegebenen Ver-

Fig. hältnisse $1\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4} : 4$ oder $10 : 23 : 16$ in drey Theile (N. 296.),
 154. so findet man, daß

dem A 2850 \square

„ B 6554 „

und „ C 4560 \square auf den ganzen Ertrag reducirte Fläche zu-
 zumessen sind.

6) Man vergleiche nun diese für A ausgefallene Fläche mit der vorhergehenden Summe A unter 4), so zeigt es sich, daß der vorläufig berechnete Theil A um $3372 - 2850 = 522 \square$ in reducirter Fläche zu groß ist. Man findet daraus die wirkliche Fläche, welche in den verschiedenen Boden abzuschneiden ist, und mit der auf guten Boden reducirten gleichen Werth hat, auf ähnliche Weise, wie oben in S. 295. unter 7). Da nämlich die Länge eg in der Länge gf ungefähr zwey Mahl enthalten, oder welches dasselbe ist, eg Einen und gf zwey solche Theile enthält, so ist das Reductions-Verhältniß = $(\frac{6}{13} + 1 + 1) : 3 = \frac{32}{39}$; und sonach die abschneidende wirkliche Fläche $522 \cdot \frac{39}{32} = 636 \square$, wozu man den Abstand der wirklichen Theilungslinie von der vorläufig bestimmten nach dem bereits bekannten Verfahren und vermög Gmtr. 43. 2) findet.

7) Nun addire man die oben unter 5) für A und B gefundenen Flächen, und vergleiche diese Summe mit der Summe von $A + B$ unter 4), so findet man, daß der vorläufig berechnete Theil B zu klein ist um $9404 - 9124 = 280 \square$ an reducirter, aber $280 \cdot \frac{13}{9} = 409 \square$ an wirklicher Fläche (weil die Länge hk in ib beyläufig 4 Mahl enthalten ist). Man findet hier gleichfalls den Abstand der wirklichen Theilungslinie von der vorläufig bestimmten bh wie vorhin. Auf ähnliche Art würde man weiter zu verfahren haben, wenn noch mehre Theilungslinien zu bestimmen wären.

8) Wegen des wirklichen Absteckens der Theilungslinien auf dem Felde kann man das Nöthige hierüber S. 287. nachschlagen.

a) Wäre der in voriger Aufgabe vorausgesetzte Boden, welchen die Bestzer A, B und C abgetreten haben, nicht von gleicher, sondern von verschiedener Güte, so müßten die hierüber gegebenen oder zu suchenden Verhältnißzahlen mit den betreffenden Zahlen der Flächen multiplicirt, und nachher die Theilung nach den letzten Verhältnissen vorgenommen werden (N. 298.). Wenn z. B. die abgetretene Fläche von $2\frac{1}{2}$ Foch des A im Durchschnitte 3 Körner, die $5\frac{3}{4}$ Foch des B $4\frac{1}{2}$ Körner, und die 4 Foch des C einen durchschnittsmäßigen Ertrag von 6 Körner geben; so müßte die Theilung nach den Verhältnissen

$$\left. \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{5}{2} \cdot 3 = \frac{15}{2} \\ 5\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{2} = \frac{23}{4} \cdot \frac{9}{2} = \frac{207}{8} \\ 4 \cdot 6 = \dots \dots 24 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{d. i. nach den Verhältnissen} \\ \frac{15}{2} : \frac{207}{8} : 24, \text{ oder} \\ 20 : 69 : 64 \text{ vermög des vorher un-} \\ \text{ter 5) gezeigten Verfahrens vorgenommen werden, u. dgl.} \end{array}$$

Fig. 154.

§. 298.

Obchon über die Theilung der Figuren überhaupt, unter verschiedenen Bedingungen sehr viele Aufgaben sich denken lassen, so würden wir doch über das vorgesteckte Ziel zu weit hinaus gehen, wenn wir mehre derselben hier anführen wollten, da jeder, der sich das hierüber Gesagte gut eigen gemacht hat, die bey ökonomischen Vertheilungen der Grundstücke gewöhnlich vorkommenden Fälle ohne Anstand auszuarbeiten im Stande seyn wird.

Wie man demnach eine Fläche von gleicher Länge nach gegebenen Verhältnissen der Breite nach, ohne einer vorhergehenden geometrischen Vermessung der ganzen Fläche gleich auf dem Felde einzutheilen habe, wird nach dem Vorhergehenden nicht schwer seyn auszuführen, wie auch, daß bey Vertauschungen zerstreut liegender Grundstücke von verschiedener Güte und Tragbarkeit auf ähnliche Art wie vorhin zu verfahren sey, u. dgl.

Über Theilung der Flächen können folgende Schriften gelesen werden :

- Bugge, theor. prakt. Anleitung zum Feldmessen, aus dem Dänischen von Ludol. Tobiesen. Altona 1798.
- Bleibtreu, Ludw., Theilungslehre u. Frankfurt a. M. 1819.
- Kirchner, Joh. And., Lehre über geometrische und ökonomische Zertheilung der Felder. Weimar 1796.
- Mayer, Joh. Tob., gründl. und ausführl. Unterricht zur prakt. Geometrie. Göttingen 1804. 3. Aufl. 3 Theile; und andere Schriften der prakt. Geometrie.

D. Regulirung unregelmäßiger Grenzen.

§. 299.

Aufgabe. Zwey Grundstücke *A* und *B* haben eine gemeinschaftliche sehr unordentliche Grenze *abcde*, die Besitzer wünschten eine gerade, jedoch so, daß das Grenzzeichen bey *a* behal- 158.
 ten werde, und jeder Eigenthümer eine mit der bis nun besitzenden Fläche gleich große Fläche wieder erhalte.

Fig. 158. Auflösung. 1) Man verbinde an der entgegengesetzten Seite des unverrückbaren Grenzzeichens die Endpunkte e und c des ersten Winkels d durch eine Gerade ce , führe zu dieser durch den Scheitelpunct dieses Winkels die Parallele $d1$, und verbinde diesen Punct 1 mit dem Scheitelpunct des nächsten Winkels c ; so wird durch diese Diagonale $1c$ der Winkel d hinweggebracht, und der Besitzer A hat für sein verlornes Dreyeck $1ne$ das gleich große Dreyeck ndc vom Grenznachbar B erhalten (Gmtr. 154. 1).

2) Auf eben diese Art verbinde man 1 mit b , ziehe zu dieser Geraden $1b$ durch c die Parallele $c2$, und sodann von dem Puncte 2 nach b die Diagonale $2b$.

3) Zieht man ferner von dem so eben bestimmten Punct 2 nach dem unverrückbaren Grenzpunkt a die Gerade $2a$, und zu dieser die Parallele $b3$ durch den nächsten Scheitelpunct b , endlich durch den Punct 3 und den festen Grenzpunkt a die Diagonale $a3$; so wird durch diese die verlangte geradlinige Grenze bestimmt, ohne daß einer oder der andere Grenznachbar von der Größe seiner Fläche etwas verloren hat. Unter Anwendung des §. 281. 7) und 10) gezeigten Verfahrens kann diese Regulirung schnell bewirkt werden.

4) Soll diese Ausgleichung gleich unmittelbar auf dem Felde vorgenommen werden, ohne die Grenze vorher geometrisch aufzunehmen, und ohne mit einem Instrumente (vorzüglich Bussole) versehen zu seyn, womit man die oben unter 1) und 2) erforderlichen Parallellinien abstecken könnte; so tritt hier die §. 284. 4) schon erwähnte Schwierigkeit ein, und man dürfte dieses Verfahren nur dann anwenden, wenn die Abstände, in welchen die Parallelen zu führen sind, nicht beträchtlich, daher ohne Nachtheil für die Richtigkeit nach §. 125. 1) oder 2) auszuführen wären. Außer diesem verfährt man auf folgende Weise:

159 $\frac{1}{2}$. 5) Man verbinde die zwey äußersten Grenzpunkte auf einer der geeignetsten Seiten, z. B. in Fig. 159 $\frac{1}{2}$. die Punkte h und 4 durch eine Gerade gh , und berechne den abgeschnittenen Theil zwischen dieser Geraden und der bestehenden Grenze $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ \dots$. Gesezt dieser für den Theilhaber M betrage 2482° ; dividirt man diese Fläche durch die Länge der Geraden $gh = 162^\circ$ und beschreibt mit der Länge des erhaltenen Quotienten $15,4^\circ$ zwey Bogen, so wird die durch die höchsten Punkte dieser Bogen gezogenen Parallele gs die verlangte geradlinige Grenze seyn, und wodurch auch jeder Theilhaber M und N die vorige Größe seiner Fläche erhält.

6) Wäre eine Grenze sehr unregelmäßig, wie in Fig. 158., so verfährt man auf folgende Art: An einer Seite der zu regulirenden Grenze stecke man beliebige gerade Linien rq , qo . . . ab, die jedoch die Grenze nicht durchschneiden dürfen, und fälle auf diese aus allen Eckpunten senkrechte Ordinaten und messe sie nach §. 85. Sodann berechne man die Trapeze und Dreyecke nach §. 276. 4), um den Flächeninhalt zu erhalten, welcher zwischen den abgesteckten Linien und der Grenze eines Interessenten liegt; jene Fläche sey z. B. 218° gefunden worden.

7) Hierauf verbinde man die äußersten Grenzpunkte o und r durch eine Gerade, messe diese und auch die Senkrechte qs , berechne den Flächeninhalt des Dreyeckes ogr , vergleiche ihn mit dem vorhin berechneten, um zu sehen, ob von diesem Dreyecke etwas abgeschnitten oder zu demselben hinzu gemessen werden soll. Gesezt, dieses Dreyeck ogr wäre $= 264^\circ$, daher um $264 - 218 = 46^\circ$ zu groß befunden worden; dividirt man den Überschuß durch die halbe Länge der Grundlinie or , und wird das Dreyeck orp nach §. 290. 4) davon abgeschnitten, so wird rp die verlangte Grenze seyn.

8) Wäre ein Grenzzeichen etwa o oder m unverrückt beyzubehalten, so müßte man im ersten Falle die Höhe des Überschuß- oder Ergänzungs-Dreyeckes rop , auf der andern Seite ma auftragen; im zweyten Falle aber die Abscissenlinie rq aus dem unverrückbaren Grenzpunkte m ziehen, und übrigens so wie vorhin verfahren. Könnte man wegen Hindernisse die ganze Grenze auf Ein Mahl nicht so behandeln, so verfare man theilweise z. B. von m bis n , und von da bis o auf die vorige Art.

9) Die auf die vorige Weise bestimmten Grenzpunkte können nachher vermög §. 287. von dem Papier auf das Feld übertragen und die neuen Grenzpunkte vermarkt werden. Diese Aufgabe findet auch in allen jenen Fällen mit Vortheil ihre Anwendung, wo man Grundstücken eine schicklichere Figur verschaffen will.

10) Ist das unverrückbare Grenzzeichen innerhalb der Fläche, etwa in b (Fig. 159.), und es soll die Grenze so regulirt werden, daß die gerade Grenze durch diesen Punct gehe, so wird die Ausfühung nur dann rätlich seyn, wenn der Abstand des fixen Grenzpunktes b von einer der Grenzlinien pq oder rs höchstens $\frac{1}{4}$ der ganzen Entfernung derselben, und der Winkel abc , welchen nämlich die gemeinschaftlichen Grenzlinien ba und bc einschließen, nicht unter 130 bis 110 Grade beträgt; weil außer diesen Bedingungen

Fig. die gegenüber liegenden Begrenzungen $p q$ und $r s$ von der sich erge-
 159. benden geraden Grenzlinie entweder gar nicht, oder so schief geschnit-
 u. ten werden, daß die Grenznachbarn M und N eine solche schiefe
 160. Richtung ihrer Grenze kaum wünschen können, sondern lieber, wenn
 eine Verrückung des Grenzzeichen b möglich oder zulässig ist, die
 gebrochene Grenze $c b a$ nach dem obigen Verfahren in eine gerade
 verwandeln lassen würden. Je näher demnach der Punct b an $p q$
 oder $r s$ liegt, und je stumpfer der Winkel $c b a$ ist, desto mehr ist der
 gegebene Fall zur Ausführung geeignet, und zwar nach §. 300.

11) Bey ältern Flächentheilungen ist nicht selten ein Grundstück
 aus einem andern so herausgeschnitten worden, daß letzteres zur Feld-
 bestellung eine unbequeme Grenze hat. Sind beyde Flächen Parallelo-
 gramme oder Rechtecke (was selten der Fall seyn wird) und es soll
 152. z. B. die Grenze abc (oder abd) in eine Gerade $p q$, bey Gleich-
 stellung der betreffenden Flächen, verwandelt werden; so ist die Figur
 $Acba = Ac \cdot Ar$, und die neue, gleichgroße Fläche $ABqr =$
 $AB \cdot Ae$; es muß nämlich $Ac \cdot Ar = AB \cdot Ae$ seyn, woraus
 $Ae = \frac{Ac \cdot Ar}{AB}$ folgt.

12) Ist hingegen die Fläche $Adba$ ein Trapez oder unregel-
 mäßige Figur, so berechnet man seinen Inhalt z. B. $= 2940^\circ$,
 und dividirt ihn durch die Länge $AB = 157^\circ$, so gibt der Quotient
 $\frac{2940}{157} = 18,7^\circ$ die zugehörige Höhe Ae . Liegt nun Aa parallel mit
 Bq , oder weicht nicht viel davon ab, so wird in der Entfernung Ae
 eine Parallele $p q$ zu AB die verlangte Gleichstellung der Flächen
 durch eine gerade Grenze abgeschnitten. Bey nicht paralleler Lage
 von Aa und Bq wird so wie unter §. 285. gezeigt, verfahren.

§. 300.

Aufgabe. Bey einer unregelmäßigen Grenze liegt das unver-
 159. rückbare Grenzzeichen b innerhalb der Fläche, man soll die Grenze
 u. so reguliren, daß der Größe der einen oder der andern Fläche unbe-
 160. schadet, die neue Grenze gerade ist, und durch das fixe Grenz-
 zeichen geht.

I. **Auflösung.** Durch die Verlängerung der größern Grenz-
 linie cb wird von der Fläche N (und beziehungsweise M) das Drey-
 eck bua ab- und der Fläche M (und N) zugeschnitten; es muß also von
 M (N) eine eben so große Fläche ab- und dem N (M) zugetheilt werden.

Fig. 159. Es sey z. B. $G = cb = 97,5$; $g = bu = 34,5$; und $h = at = 34,6$; so findet man $x = fi = dm = 13,8$. Verlangten Falles ist $y = en = 4,9$.

Will man x durch die Verzeichnung finden, so suche man zu $G + g = cu$, G und g die 4te Proportionale $= v$; sodann zu $G - g$, v und h die 4te Proportionale $= x = fi$ vermög Gmtr. 84. 1). Das durch die Rechnung und Verzeichnung bestimmte Resultat für x kann 160. zur gegenseitigen Prüfung dienen.

3. Auflösung. Wenn die Begrenzungen qp und sr nicht parallel sind. Bey einer solchen Lage soll jedoch die schiefe Neigung der Art seyn, daß die Verlängerungen pq und rs sich nicht unter 30 Graden schneiden, weil sonst die Fläche M durch die neue Grenzlinie eine zu spizige, für die Feldbenützung nicht sehr geeignete Figur erhalten würde *). Die Ausführung selbst geschieht durch die oben gezeigte Annäherung, oder etwas kürzer auf folgende Weise.

Nachdem durch die Verlängerung cb der Punct u bestimmt ist, dividire man den Flächeninhalt des Dreyeckes bau durch die Differenz von $cb - bu$, um die beyläufige Richtung der neuen Grenze de zu erhalten. Hierauf theile man ue in zwey gleiche Theile, ziehe durch den Theilungspunct x zur Grenze sr die Parallele xw (auf dem Felde nach §. 125. 2), setze in die obige Gleichung anstatt $g = bu$, nun die Länge bw , und berechne daraus $x = fi = dm^{**}$); so wird bey Vergleichung der Flächeninhalte der Dreyecke cdb und bae der Unterschied so unbedeutend seyn, daß eine Wiederholung des so eben gezeigten Verfahrens nicht mehr nöthig seyn dürfte.

a) Die Grenzregulirung selbst in allen drey Fällen ist übrigens ohne Schwierigkeit, auch gleich unmittelbar auf dem Felde auszuführen, ohne erst die Fläche geometrisch aufzunehmen und zu berechnen; wobey nur die drey Linien bc , bu und at wirklich zu messen sind.

§. 301.

161. Aufgabe. Eine streitige Waldfläche von $f = 8$ Joch Größe ist vermög Übereinkunft der streitigen drey Parteyen A , B und C nach

*) Der Deutlichkeit wegen, ist hier die Figur gegen das §. 299. 10) bedingte Verhältniß gezeichnet worden.

***) Die Lage der vorläufig bestimmten Grenze de , und jene der durch die obige Gleichung sich ergebenden wahren Grenzlinie ist so unbedeutend, daß sie auf dem Papier nicht sehr merkbar, daher nur indessen vorgemerkt (§. 287. 3), sodann auf dem Felde aufgetragen, und dadurch ihre wahre Lage bestimmt wird.

dem Verhältnisse der Länge ihrer an das streitige Stück anstoßenden Waldgrenzen zu vertheilen, so daß die Theilungslinien aus einem in der Mitte liegenden Hügel (oder Felsenspitze) **D** in möglichst gerader Richtung sich an die alten Grenzpunkte **a**, **b** und **c** anschließen. Die Länge der anstoßenden Grenze von **a** bis **b** des Eigenthümers **A** beträgt 240 Klfr., jene des Eigenthümers **B** von **b** bis **c** beträgt 276 Klfr., und die Länge der Waldgrenze von **c** bis **a** der Partey **C** enthält 300 Klaftern.

Auflösung. 1) Man ziehe aus dem gegebenen Theilungspunct **D** an die alten Grenzpunkte **a**, **b** und **c** gerade Linien, berechne jeden solchen Theil **bDa**, **aDc**, u. s. w. insbesondere, und mache auch ihre Summe, um die Größe der zu vertheilenden Fläche zu wissen.

2) Nun bestimme man vermöge der gegebenen Verhältniszahlen 240 : 276 : 300 oder 20 : 23 : 25 nach Kl. 296 den gebührenden Antheil einer jeden Partey, vergleiche ihn mit dem oben vorläufig berechneten Theil derselben Partey, und schneide nachher den bey einem Theile etwa gefundenen Überschuß, vermög S. 290. 4) hinweg, oder messe den etwa sich ergebenden Abgang auf eben diese Art hinzu; so werden sich die wirklichen Theilungslinien **Dm**, **Dn** und **Db** ergeben, wie es aus dem Vorhergehenden und der Figur deutlich erhellet.

3) Über das Abstecken der Theilungslinien auf dem Felde kann das S. 287 gezeigte Verfahren nachgelesen werden.

a) Wäre der Theilungspunct **D** nicht schon gegeben, so kann derselbe dadurch bestimmt, und von ihm aus die Theilungslinien gerade nach den alten Grenzpunkten **a**, **b** und **c** gezogen werden, indem man die zu vertheilende Fläche vorher berechnet, und jedem Theilnehmer seinen Antheil nach 2) bestimmt; hierauf zwey und zwey Punkte, z. B. **a** mit **b** und **a** mit **c** verbindet, den abgeschnittenen Theil zwischen **ab** und **A** insbesondere berechnet, ihn von der dem **A** zukommenden Fläche abzieht, und den Überrest durch die halbe Grundlinie **ab** dividirt (S. 290. 4), um die Höhe zu einem noch hinzu zu messenden Dreyecke zu erhalten. Mit dieser gefundenen Höhe beschreibe man aus einem beliebigen Punkte der Grundlinie **ab** einen Bogen **mn** und ziehe durch den höchsten Punct dieses Bogens die Parallele **pq** zu **ab** von unbestimmter Länge. Nachher verfare man bey **ac** auf gleiche Art, um den Bogen **rs** zu erhalten, ziehe durch den höchsten Punct desselben zu **ac** die Parallele **tD**; so wird hierdurch **pq** geschnitten, und der Theilungspunct **D** bestimmt seyn, der nachher mit den alten Grenzpunkten **a**, **b** und **c** durch gerade Linien nur verbunden werden darf, um jedem seinen Antheil gehörig abzuschneiden.

b) Wenn mehr als drey Theilnehmer wären, so müssen die Thei-

Fig.
161.

162.

Fig.
162.

lungslinien der übrigen eben so, wie in §. 290 gezeigt worden ist, bestimmt und die hierdurch etwa zu sehr gebrochenen Grenzen, auf Verlangen, nach §. 299 in eine gerade verwandelt werden.

c) Bey der Vertheilung eines bisher von mehrern Parteyen gemeinschaftlich genossenen Grundes muß man darauf Rücksicht nehmen, daß einem jeden Theilnehmer der ihm am nächsten und bequemsten gelegene Theil zugemessen werde (wenn es besondere Umstände nicht anders fordern); besonders aber muß bey einer solchen Theilung eines Waldes oder andern Grundes, der in Zukunft als Wald bewirthschaftet und benützt werden soll, auf die bequeme Abfuhr des Holzes Rücksicht genommen werden, daß z. B. eine dießseits eines Bergrückens wohnende Partey nicht jenseits, und eine daselbst wohnende Partey dießseits des Berges ihren Antheil bekomme, oder daß ihre Antheile nicht zu beyden Seiten des Berges liegen, u. dgl.

§. 302.

Wenn bey einer Grenze die kennbaren Grenzzeichen verloren gegangen, daher dieselbe durch Länge der Zeit dunkel geworden wäre, und es ist eine Karte überhaupt, oder eine eigene Grenzkarte (§. 251.) hierüber vorhanden, so sieht man an Ort und Stelle selbst nach, welche Steine der Nummer nach fehlen. Sodann zieht man auf der Karte eine gerade Linie zwischen den beyden noch vorhandenen Steinen, und von den fehlenden Steinen auf diese Linie senkrechte Ordinaten, steckt diese Linie auch draußen ab, trägt auf derselben die gehörigen Entfernungen bis zu den senkrechten Abständen der Grenzzeichen, und von da unter rechten Winkeln (etwa durch Hülfe eines Winkelmessers, der Bussole oder Kreuzscheibe) die zugehörigen senkrechten Abstände nach dem wirklichen Maße auf, wie sie auf der Karte nach dem verjüngten Maße gefunden worden sind; so wird man dadurch die Punkte, wo die Grenzzeichen gestanden sind, wieder erhalten.

§. 303.

Würde aber nur hier und dort ein Grenzzeichen fehlen, so erhellet aus dem Bisherigen deutlich genug, wie man vermittelst eines der angeführten Meß-Instrumente zu verfahren habe, um die gehörigen Punkte wieder zu finden. Wenn hingegen über eine solche dunkel gewordene Grenze keine Karte vorhanden wäre, so darf man freylich nicht hoffen, die vormahligen Grenzpunkte mit voller Gewißheit wieder zu finden. Man muß sich hier nur mit der Wahrscheinlichkeit begnügen, die aber durch eine kluge Berücksichtigung der Umstände öfters bis zu einem hohen Grad bestimmt werden kann. Jedoch kann diese Berücksichtigung

sichtigung schwerlich einer Regel unterworfen werden, sondern sie hängt allein von dem Scharfsinne der Grenzberichtigungs-Commission ab. Als besonders dahin gehörig ist bey Wäldern die Beschaffenheit des Holzes zu rechnen, in so ferne dieselbe Aufschluß gibt, wie weit zu einer gewissen Zeit von dem einen oder dem andern Interessenten gehauen worden ist. Fig.

Kann man endlich in zweifelhaften Fällen den Lauf der vor- mahls bestandenen Grenze auch nicht einmahl mit Wahrscheinlichkeit bestimmen, so pflegt man sich über den Gegenstand zu vergleichen, und das Mittel von der beyderseits angenommenen Meinung als die künftige Grenzlinie anzunehmen, worüber auch die Note (Seite 375) nachgelesen werden kann.

§. 304.

Damit eine solche Theilung (oder Grenzregulirung) in der Folge nicht bestritten werden kann, läßt sich der Geometer, nach ihrer Voll- endung, von der betreffenden Grundherrschaft ein legales, von allen Interessenten unterfertigtes Protokoll ausstellen, in welchem sie be- stätigen: daß die vorgenommene Theilung (oder Grenz- regulirung) auf ihr Ansuchen und mit Einwilligung der Grundobrigkeit unternommen worden, und zu ihrer vollkommenen Zufriedenheit ausgefallen seye; welches Document sodann der Indication bey der betreffenden Riede an- zuschließen, und dieser Anschluß, so wie die Handlung selbst in der Rubrik: Anm erkun g, neben dieser Riede (District &c.) zu bemerken ist.

Hat nun der Geometer seine Aufnahme richtig vollendet und auf dem Papier rein ausgearbeitet; hat er die allenfalls nöthige Eintheilung oder Vertheilung auf demselben sowohl, wie auch auf dem Felde vollführt, und im letztern Falle jedem Theilhaber seinen Antheil nach Pflicht und Gewissen zugemessen; übersteht er endlich in diesem Bewußtseyn das vollendete Werk seiner Anstrengung, so ent- strömt seinem Innern ein Wonnegesühl, welches für ihn weit lohnender als der reichste Ehrensold ist.