Fig.

B. Die Zimmerarbeiten.

d) Das Centriren der beobachteten Winkel.

§. 185.

Bey trigonometrischen Meßoperationen kommt man sehr oft in den Fall, daß die Winkelmesser über denjenigen Punct, den man aus einem andern Standpuncte anvisirt hat, nicht gestellt werden kann, welches doch seyn sollte, um nicht falsche Winkel in die Rechnung zu 123.
bringen. Wenn man z. B. bey Beobachtungen des Winkels A die Thurmspitze C und den Punct B anvisirt hat, so kann man das Instrument sodann bey Beobachtung des Winkels C nicht über den aus A anvisirten Punct, sondern man muß dasselbe seitwärts desselben, etwa auf der Fensteröffnung des Thurmes bey D aufstellen, und anstatt des wahren Winkels ACB den Winkel ADB beobachten, der von jenem um so mehr verschieden ist, je weiter der Mittelpunct D des Instrumentes von dem wahren Winkelpuncte C entfernt steht, und je kürzer die Schenkel DA und DB sind.

Solche Winkel, wie BDA, erfordern sodann eine kleine Verbesserung, welche man das Centriren der Winkel, oder die Reduction auf das Centrum nennt.

Die Stellung des Instrumentes, rücksichtlich des wahren Standpunctes, läßt sich in folgende fünf Hauptfälle bringen. Fig. 122., 122.
Nr. 1, 2, 3, 4, 5.

Nr. 1. Wenn das Instrument neben dem wahren Standpuncte C über einen Punct D in einer Seite des Dreyeckes, oder

Nr. 2. neben dem wahren Standpuncte C auf der Verlängerung einer Seite in D, oder

Nr. 3. innerhalb, oder

Nr. 4. außerhalb des Dreyeckes in D neben dem wahren Standpuncte C, oder endlich

Nr. 5. seitwärts des Dreyeckes rechts oder links des wahren Standpunctes C in einem Puncte D, zu stehen kommt.

In Nr. 1 ist der wahre Winkel C = dem beobachteten D — dem spitzigen Winkel x; es ist nämlich $C = D - x$

In Nr. 2 ist $C = D + x$.

Bey Nr. 3 ist $m = p + x$.

und $n = q + y$.

Gmtr. 54.

Fig. 122.

daher $m + n = p + q + x + y$ (Rk. 47. Grunds. I.)
nämlich $D = C + x + y$ (Rk. 40. Grunds. II.)
und endlich $C = D - x - y$.

Bey Nr. 4 findet man auf eben diese Art $C = D + x + y$.
Endlich bey Nr. 5 ist $E = C + y$
und $E = D + x$

daher $C + y = D + x$, (Rk. 40. Grunds. III.)
folglich $C = D + x - y$.

Dieser letzte Ausdruck zeigt, daß die Differenz der zwey Winkel x und y in den meisten Fällen sehr klein, und selbst gleich Null, mithin der beobachtete Winkel dem wahren Dreyeckswinkel selbst gleich werden kann; und zwar geschieht dieses so oft, als sich der Beobachtungspunct D in dem Umfange eines Kreises befindet, den man sich durch die wahren Puncte A, B und C des Dreyeckes gezogen denkt, wenn auch D noch so weit von C entfernt ist. (Gmtr. 45. 2.) Und da, wie aus dem nachfolgenden §. erhellet, der Winkel C desto schärfer gefunden wird, je weniger der Winkel D von C verschieden ist, so wählt man, wo es seyn kann, den Beobachtungswinkel jedes Mahl vortheilhafter seitwärts des wahren Scheitels, als vor- oder rückwärts desselben.

Man sieht auch aus diesem, daß es nur darauf ankommt, durch irgend ein Hülfsmittel die Winkel x und y zu bestimmen, um nachher aus diesen und dem beobachteten Winkel D den wahren C zu finden. Diese Winkel x und y können durch eine der folgenden Methoden am füglichsten bestimmt werden.

§. 186.

1) Man bestimme, wenn es angeht, nach §. 74. in der Seite AC einen beliebigen Punct d von der Beschaffenheit, daß man von d nach A und D sehen kann, messe sodann die Winkel ADd und AdD, und ziehe ihre Summe von 180° ab, so gibt der Überrest den Winkel x. Eben so kann auch der Winkel y bestimmt werden.

2) Man errichte aus dem Puncte D die Senkrechte Dd auf AD, und Dd' auf BD, und messe die Senkrechten Dd und Dd' auf das genaueste. Sodann berechne man die Seite AD aus dem beobachteten Winkel D, der Seite AB, und aus dem Winkel ABD (Nr. 1 und 2), welche schon aus einer vorhergegangenen Messung oder Berechnung bekannt seyn müssen, indem man schließt: $\sin D : AB = \sin B : AD$.

Endlich findet man aus dem rechtwinkeligen Dreyecke ADd den Winkel x durch folgende Proportion: $AD : Dd = r : tang\ x$, vermög Gmtr. 248. Fig. 122.

Bey den Dreyecken Nr. 3, 4 und 5 werden die Seiten AD und BD aus folgenden Proportionen nur beynahe gefunden:

$sin\ D : AB = sin\ ABC : AD$,

und $sin\ D : AB = sin\ CAB : BD$.

Sind nun die Seiten AD und BD bekannt, so kann man die Winkel x und y aus folgenden Proportionen bestimmen:

$AD : Dd = r : tang\ x$,

$BD : Dd' = r : tang\ y$.

Die Seiten AD und DB werden zwar durch die vorigen Proportionen nicht genau gefunden, weil sie aus falschen Winkeln ABC und CAB berechnet werden; jedoch hat dieser Fehler keinen merklichen Einfluß auf die Bestimmung der Winkel x und y, da man hier immer voraussetzen kann, daß die Seiten AD und DB in Hinsicht auf die Senkrechten Dd und Dd' sehr groß sind. Man setze z. B. die wirkliche Länge $AD = 5000$ Klaft., und die Senkrechte $Dd = 2$ Klaft., so ist der wahre Winkel $x = 0^\circ\ 1' 22{,}5''$. Man setze weiter, daß man durch die vorige Proportion $AD = 5050$ Klaft. gefunden hätte, so findet man sodann durch fernere Rechnung den Winkel $x = 0^\circ\ 1'\ 21{,}7''$; folglich nur um $\frac{8}{10}$ Secunden zu klein.

3) Da es öfters nicht thunlich ist, die Senkrechten Dd und Dd' zu bestimmen, hingegen die Entfernung des Mittelpunctes des Instruments vom wahren Winkelpuncte C, nämlich CD, oder die Entfernung vom Centrum, wie auch die Richtwinkel CDA und CDB, leichter als jene Senkrechten gemessen werden können, als z. B. bey einem Thurmfenster (Fig. 123.) u. dgl.; so kann man sodann aus diesen bekannten Stücken, nämlich aus der Entfernung CD, aus dem Richtwinkel ADC und aus der vorher berechneten Seite AD den Winkel x, und eben so auch den Winkel y finden. 123.

4) Hat man unmittelbar in A und B die Winkel beobachten können, so ergibt sich der Winkel C (bis auf die etwa erforderliche Verbesserung aller drey Winkel zu 180°) zur Berechnung der Seiten AC und BC mit zureichender Genauigkeit; wobey die Seite AB als schon berechnet vorausgesetzt wird. Nun kann aus dem Richtwinkel ADC, dem Abstande DC und der Seite AC, der Winkel x, und auf gleiche Art der Winkel y schärfer als vorhin bestimmt, daraus sodann der Winkel ACB gefunden, endlich die Reduction auf

Fig. 180° vorgenommen, und in der Tabelle in die gehörige Rubrik
123. eingetragen werden.

5) Hätte man das Instrument bey zwey Winkeln eines Dreyeckes nicht unmittelbar über die Scheitel derselben stellen können, sondern darneben stellen müssen, so wird, nachdem die Winkel des nebenliegenden Dreyeckes *CAB* auf das Centrum, und sodann auf 180° reducirt sind, zuerst aus *CB*, den Winkeln *CBE* und *BDE* (indessen = *BCE*) die Seite *CE* gesucht. Nun kann aus dem Richtwinkel *CDE*, dem Abstande *DC* und der Seite *CE* der Winkel *DEC* berechnet, und hierauf mittelst des Winkels *DEC* und des Winkels $y = DBC$, der beobachtete Winkel *BDE* auf den wahren *BCE* mehr angenähert, und durch Wiederholung dieser Rechnung endlich bis auf die stehende Secunde auf das Centrum reducirt werden. Der beobachtete Winkel *m* wird nun auf das Centrum *E*, wie oben der Punct *D* auf *C* reducirt, und endlich alle drey Winkel dieses Dreyeckes auf 180° verbessert.

Bey Winkeln, welche um einen Punct, z. B. um *A* liegen, und auf 360° zu verbessern sind, können die bereits auf 180° verbesserten nicht mehr ins Mitleid gezogen werden.

e) Unterschied des wahren und scheinbaren Horizontes und Verbesserung der Höhen- und Tiefenwinkel.

§. 187.

Was wir unter scheinbarem und wahrem Horizonte verstehen, ist vorläufig schon §. 6. erklärt worden; wenn nämlich *AME*
127. ein Stück des Durchschnittes unserer Erdkugel, *AM* und *EM* zwey Halbmesser, folglich die Richtung der Schwerkraft oder die Richtung frey fallender Körper in *A* und *E* sind; wenn ferner *AD* senkrecht auf *AM*, und *BF* senkrecht auf *BM* ist, so heißt *AD* eine durch den Punct *A* gezogene, und *BF* eine durch den Punct *B* (z. B. durch den Scheitel eines Berges) gezogene scheinbare Horizontallinie; und eine durch die Linie *AD* oder *BF* senkrecht auf *AM* oder *BM* gedachte ebene Fläche wird eine scheinbare Horizontalfläche des Punctes *A* oder *B* genennt. Hingegen heißt eine Linie, deren alle Puncte von dem Mittelpuncte der Erde gleichweit abstehen, nämlich der Bogen *AE*, eine wahre Horizontallinie, und eine durch den Punct *A* gedachte Fläche, deren alle Puncte vom Mittelpuncte der Erde *M* gleichweit abstehen, nämlich ein Stück der Kugelfläche, die wahre Horizontalfläche des

Punctes A. Man kann demnach von zwey oder mehrern Puncten nur dann sagen, daß sie in einem und demselben wahren Horizonte liegen, wenn sie vom Mittelpuncte der Erde gleichweit entfernt sind. Fig.

§. 188.

Wenn man bey der horizontalen Stellung eines Winkelmessers aus A nach B visirt, so heißt der Winkel DAB der scheinbare, EAB aber der wahre Höhenwinkel; visiret man hingegen aus B nach A, so ist FBA der scheinbare, und GBA der wahre Tiefenwinkel, wenn man im zweyten Falle durch B den Kreisbogen oder den wahren Horizont GB denkt. Eben so wird BD oder vielmehr die Senkrechte Bd die scheinbare Erhöhung des Punctes B über dem Horizonte des Punctes A genennt. Das Stück ED des verlängerten Halbmessers zwischen dem wahren und scheinbaren Horizonte des Punctes A heißt der Unterschied oder vielmehr die Erhöhung des scheinbaren Horizontes für die Entfernung AE.

§. 189.

Aufgabe. Aus dem gemessenen scheinbaren Höhen- oder Tiefenwinkel, aus der gegebenen horizontalen Entfernung AE zweyer Gegenstände A und B, und aus dem Halbmesser AM der Erde, den wahren Höhen- oder Tiefenwinkel zu finden.

Auflösung. In **Fig.** 127. ist $EAB = DAB + EAD$, 127.
und $GBA = FBA - GBF$; hingegen ist in **Fig.** 128. EAB 128.
$= EAD - DAB$ (wo nämlich bey horizontal gestelltem Winkel- u.
messer der scheinbare horizontale Visirstrahl AD über den Scheitel B 129.
des Gegenstandes EB hinweg streicht). Es ist aber $EAD = \frac{1}{2} M$, und $GBF = \frac{1}{2} M$, weil DA und FB auf den Halbmessern in A und B senkrecht stehen, und die Umkreise EA und GB in A und B berühren (Gmtr. 44.). Es ist demnach in **Fig.** 127. der Winkel $EAB = DAB + \frac{1}{2} M$, und $GBA = FBA - \frac{1}{2} M$; hingegen in **Fig.** 128. $EAB = \frac{1}{2} M - DAB$.

Setzen wir den Halbmesser der Erde $AM = a$, und die horizontale Entfernung $AE = b$, welche mit dem Bogen AE und auch mit AD einerley Werth hat, so lange der Winkel M noch sehr klein ist*), so kann der Winkel M auf folgende Art gefunden werden.

---

*) Es versteht sich wohl von selbst, daß diese Winkel, die in der Ausübung immer sehr klein sind, hier der mehreren Deutlichkeit

Fig. Es ist der ganze zu $AM = a$ gehörige Umkreis $= 2a\pi$, vermög Gmtr. 116. 1); ferner verhält sich $2a\pi : b = 360° : M°$ (Gmtr. 16); folglich ist

$$M = \frac{360 \,.\, b}{2a\pi} = \frac{180 \;\; b}{a\pi} \text{ Gerade } = \frac{10800 \,.\, b}{a\pi} \text{ Minuten.}$$

Es ist der Halbmesser der Erdkugel $a = 3356611$ Wiener Klaftern; folglich nach gehöriger Reduction $M = 0{,}00102 \times b$ Minuten, wobey die Entfernung $AE = b$ in Wiener Klaftern ausgedrückt seyn
127. muß. Endlich ist in Fig. 127. der wahre Höhenwinkel $EAB = DAB + 0{,}00051 \,.\, b$ Minuten, und der wahre Tiefenwinkel GBA
128. $= FBA - 0{,}00051 \,.\, b$ Minuten; hingegen in Fig. 128. ist der wahre Tiefenwinkel $EAB = 0{,}00051 \,.\, b - DAB$.

127. Es sey z. B. in Fig. 127. der gemessene scheinbare Höhenwinkel $DAB = 4° \, 57'$, und die horizontale Entfernung $AE = b = 1980$ Wiener Klaftern; so ist der wahre Höhenwinkel $EAB = 4° \, 57' + 0{,}00051 \times 1980$ Minuten $= 4° \, 57' + 1' = 4° \, 58'$.

Da also der Unterschied zwischen dem wahren und scheinbaren Höhenwinkel in einer Entfernung von 1980 oder beynahe 2000 Wiener Klaftern erst eine einzige Minute beträgt, so ist es offenbar, daß man bey denjenigen Winkelmessern, mit welchen auf's Höchste einzelne Minuten beobachtet werden können, und auf solche Entfernungen, die nicht viel über 2000 Wiener Klaftern betragen, die angeführte Verbesserung hinweg lassen könne; wohl aber muß derselbe auf größere Entfernungen jedesmahl vorgenommen werden.

Die Veränderung des scheinbaren Höhenwinkels, die von der Brechung der Lichtstrahlen herrührt, kann um so mehr außer Acht gelassen werden, da sie nach den neuesten Erfahrungen nur $\frac{1}{24}$ des Mittelpunctwinkels M beträgt. Es ist nämlich aus sichern Erfahrungen bekannt, daß ein Lichtstrahl von einem nahe am Horizonte be-
129. findlichen Gegenstande B (Fig. 129.) nach einer etwas in die Höhe gebogenen krummen Linie in das Auge des Beobachters in A anlangt. Da nun der Beobachter in A die Lage des Gegenstandes B nach der letzten Richtung des Lichtstrahles, nämlich nach der Richtung der Tangente Ab beurtheilt, so wird dadurch der wirkliche scheinbare Höhenwinkel DAB um den Winkel BAb zu groß beobachtet. Da aber dieser Winkel BAb, welcher der Refractionswinkel heißt, nur $\frac{1}{24} AME = \frac{1}{12} EAD$, so wie auch Bb nur $\frac{1}{12} ED$ beträgt, so kann

---

wegen, in den Figuren ganz unverhältnißmäßig größer gezeichnet werden mußten.

diese Verbesserung in den meisten gewöhnlichen Fällen außer Acht gelassen werden. Fig. 129.

De Lambre hat während der französischen Gradmessung von Dünkirchen bis Rhodez gefunden, daß man in den meisten Fällen den Refractionswinkel $= 0{,}084\ AME$ setzen könne.

Herr General Ritter von Fallon fand während der unter seiner Leitung stehenden Landesvermessung in den k. k. österreichischen Staaten, als Folge einer dießfälligen neunjährigen Erfahrung, den Refractionscoefficienten für 100 bis 300 Klaftern Höhe $= 0{,}081$
» 300 » 600 » » $= 0{,}070$ und
» 600 » 900 » » $= 0{,}064$,
welche Erfahrungen mit dem obigen $\frac{1}{24}\ AME = \frac{1}{12}\ EAD$ und $\frac{1}{12}\ ED$ sehr nahe zusammentreffen.

§. 190.

Aufgabe. Für eine jede gegebene Entfernung AC, welche man noch ohne merklichen Fehler $= AE$ setzen kann, die Erhöhung des scheinbaren Horizontes, nämlich EC, zu finden. 130.

Auflösung. 1) Vermög Gmtr. 94. verhält sich $EC : AC = AC : CF$; daraus findet man $EC = \frac{AC^2}{CF} = \frac{AE^2}{CF}$; weil wir AE nur so groß angenommen haben, daß man ohne merklichen Fehler $AC = AE$ setzen kann. Ferner kann man auch in eben derselben Voraussetzung ohne merklichen Fehler für die Ausübung $CF = EF = AB$ annehmen. Es ist sodann $EC = \frac{AE^2}{CF} = \frac{AE^2}{AB}$.

Es sey z. B. $AE = 200$ Wiener Klaftern, so ist

$EC = \frac{200^2}{6713223} = \frac{40000}{6713223} = 0{,}0059584$ Wiener Klaftern $=$ 5,148 Linien, weil der Durchmesser der Erde $AB = 6713223$ Wiener Klaftern ist.

Diese Methode, die Erhöhung des scheinbaren Horizontes für eine gegebene Entfernung zu bestimmen, hat zwar nicht die vollkommene geometrische Schärfe; jedoch weicht sie bey nicht gar zu großen Entfernungen, die in der Ausübung am gewöhnlichsten vorkommen, nicht merklich von der Wahrheit ab, wovon man sich auf folgende Weise überzeugen kann.

2) Es ist vollkommen genau $EC = MC - ME = MC - AM$. Nun ist im rechtwinkeligen Dreyecke AMC die Hypothenuse

Fig. 130. $MC = \sqrt{(AM^2 + AC^2)}$; folglich ist auch $EC = \sqrt{(AM^2 + AC^2)} - AM$. Setzen wir nun, wie im vorigen Falle, $AC = 200$, und $AM = 3356611$ Wiener Klaftern, so ist $\sqrt{(AM^2 + AC^2)} = \sqrt{11266837445321} = 3356611{,}00596$; und folglich $EC = 3356611{,}00596 - 3356611 = 0{,}00596$ W. Kl. $= 5{,}149$ Linien. Es ist nämlich die wahre Erhöhung des scheinbaren Horizontes für die Entfernung von 200 Klaftern nur um $\frac{1}{1000}$ einer Linie größer, als sie nach der vorigen Weise unter 1) berechnet worden ist; also für die Ausübung in den meisten Fällen eine unbedeutende Abweichung.

§. 191.

Wenn einmahl für eine bestimmte Entfernung, z. B. für die Entfernung von 200 Klaftern, die Erhöhung des scheinbaren Horizontes $= 5{,}15$ Linien bekannt ist, so kann für jede andere, in Wiener Klaftern gegebene Entfernung $= b$ die zugehörige Erhöhung $= x$ in Linien gefunden werden.

Denn es ist vermög des Vorigen $EC = \frac{AE^2}{AB}$;

aus eben diesem Grunde ist auch $HD = \frac{AH^2}{AB}$;

daher $EC : HD = \frac{AE^2}{AB} : \frac{AH^2}{AB}$ (Rk. 72. Grunds. I)

oder es ist $AE^2 : AH^2 = EC : HD$ (Rk. 268. V).

Setzen wir $AE = 200$ W. Kl., so ist $EC = 5{,}15$ Linien. Setzen wir ferner $AH = b$ W. Kl. und die zugehörige Erhöhung des scheinbaren Horizontes $HD = x$ Linien, und substituiren diese Werthe in die vorhergehende letzte Proportion, so ist endlich

$200^2 : b^2 = 5{,}15 : x$, nämlich $x = \frac{5{,}15 \,.\, b^2}{40000} = 0{,}0001287 \,.\, b^2$ Wiener Linien.

So findet man z. B. nach dieser Gleichung in einer Entfernung von 1000 Wiener Klaftern die Erhöhung des scheinbaren Horizontes $= 128{,}7$ Linien $= 10$ Zoll $8\frac{2}{3}$ Linien.

Nach dieser Gleichung kann man die Erhöhungen des scheinbaren Horizontes für verschiedene, etwa von 10 zu 10 Klaftern auf einander folgende Entfernungen, von 60 Klaftern angefangen, berechnen und in eine Tabelle zum Gebrauche eintragen.

In solchen Fällen, wo es in der Ausübung nur erforderlich ist, für verschiedene Entfernungen unter 400 Klaftern die zugehörige Erhöhung des scheinbaren Horizontes zu bestimmen, kann man ohne merklichen Fehler für die Entfernung von 200 Wiener Klaftern diese Erhöhung geradezu für 5 Wiener Linien annehmen, und sodann folgende Proportion setzen: Das Quadrat von 200 verhält sich zum Quadrate der in Klaftern gegebenen Entfernung, gleichwie 5 Linien zur gesuchten Erhöhung in Linien. Fig.

f) Reduction der schiefen Winkel auf den Horizont.

§. 192.

Wenn bey einem Winkelmesser, mit welchem man die Winkel beobachtet, das Fernrohr keine verticale Bewegung zuläßt, und daher die horizontalen Winkel nicht unmittelbar gemessen werden können, bey dem man also die Fläche der Gradscheibe in eine schiefe Lage bringen muß, um einen Winkel MCN zu beobachten, dessen 131.
Scheitel- oder Standpunct C und die anvisirten Puncte M und N in verschiedenen Horizonten liegen; so ist es klar, daß der beobachtete schiefe Winkel MCN von dem horizontalen mCn verschieden ist. Um demnach die Puncte M und N auf den Horizont des Punctes C zu reduciren, muß nebst dem schiefen Winkel MCN auch der Höhenwinkel mCM und der Tiefenwinkel nCN gemessen werden. Diese zwey Winkel verbessert man nöthigen Falls nach der vorhin unter §. 189. gezeigten Methode, und sodann wird jener nach der folgenden allgemeinen Gleichung auf den Horizont reducirt.

$$\log \sin \tfrac{1}{2}\, mCn = \tfrac{1}{2}\,[\log \sin (S-a) + \log \sin (S-b) \\ - (\log \sin a + \log \sin b)].$$

In dieser Gleichung ist jedesmahl

$a = 90 +$ dem Tiefenwinkel nCN

$b = 90 -$ dem Höhenwinkel mCM

und $S = \frac{1}{2}(b + a +$ dem beobachteten Winkel $MCN)$.

Es sey z. B. $MCN = 95^\circ\ 48'$

$nCN = 11^\circ\ 30'$

$mCM = 4^\circ\ 50'$

so ist $a = 90^\circ + 11^\circ\ 30' = 101^\circ\ 30'$

$b = 90^\circ - 4^\circ\ 50' = 85^\circ\ 10'$

und $S = \frac{1}{2}(85^\circ\ 10' + 101^\circ\ 30' + 95^\circ\ 48') =$

$$\frac{282^\circ\ 28'}{2} = 141^\circ\ 14';$$

Fig. 131. mithin ist $S - a = 141° \; 14' - 101° \; 30' = 39° \; 44'$
und $S - b = 141° \; 14' - \;\; 85° \; 10' = 56° \;\; 4'$;

ferner ist $\log \sin (S - a) = 0{,}805647$
$\log \sin (S - b) = 9{,}918915$
D. E. $\log \sin a \ldots\ldots = 0{,}008807$
D. E. $\log \sin b \ldots\ldots = 0{,}001547$ (Rk. 350.)

Summe ...... 19,734916 halbirt gibt
$\log \sin \frac{1}{2} \, mCn = 9{,}867458$
das ist $\frac{1}{2} \, mCn = 47° \; 28' \; 30''$
und endlich ist $mCn = 94° \; 57'$ der gesuchte horiz. Winkel.

Wenn beyde Gegenstände *M* und *N* höher, oder beyde tiefer als *C* liegen, so wird im ersten Falle jeder Höhenwinkel besonders von 90° abgezogen, im zweyten Falle aber jeder Tiefenwinkel insbesondere zu 90° addirt, um die Winkel zu erhalten, die oben in der Gleichung mit *a* und *b* bezeichnet sind.

Bey der trigonometrischen Aufnahme einer Reihe von Dreyecken muß diese Reduction der Winkel auf den Horizont jederzeit vorgenommen werden, wenn man die horizontalen Winkel nicht unmittelbar messen kann, weil es nothwendig ist, die Seiten aller Dreyecke für denjenigen Horizont zu berechnen, worauf die Grundlinie gemessen worden ist (§. 12.).

Die Richtigkeit der oben angeführten Reduction der schiefen Winkel auf den Horizont erhellet aus Vega's Mathem. 2. Band, und es führet diese Methode den besondern Vortheil mit sich, daß die Fehler, welche bey der Beobachtung der Höhen- und Tiefenwinkel gar leicht einschleichen, keinen merklichen Einfluß auf die Berechnung des gesuchten horizontalen Winkels haben. Man setze z. B., daß man den Höhenwinkel mCM um 10 Minuten zu klein, und den Tiefenwinkel nCN um 20 Minuten zu groß, nämlich $mCM = 4° \; 40'$ und $nCN = 11° \; 50'$ beobachtet habe, so wird sodann aus dem schief geneigten Winkel $MCN = 95° \; 48'$ der horizontale Winkel $mCn = 94'' \; 57' \; 42''$, und folglich nur um 42 Secunden größer, als im vorigen Falle.

g) Das Berechnen der Dreyecke.

§. 193.

Sind alle Verbesserungen, die bey den beobachteten Winkeln vorzunehmen waren, vollendet, so können nun die Dreyecke nach Gmtr. 242. und 244. berechnet werden. Sind die horizontalen Win-

kel gleich unmittelbar gemessen worden, so bleiben die unter §. 189. Fig.
und 192. angeführten Verbesserungen hinweg, und man kann nach der Centrirung der Winkel (§. 185.) und der Verbesserung derselben auf 180° sogleich zur Berechnung der Dreyecke selbst schreiten. Man fängt nämlich, wenn die Grundlinie gleich Anfangs gemessen wurde, von da an, die Dreyecke zu berechnen. Wird aber jene erst späterhin gemessen, so kann man dessen ungeachtet die Berechnung der Dreyecke beginnen und fortsetzen, indem man die Grundlinie einstweilen für 1 annimmt, und die daraus erhaltenen Resultate sodann, wenn die wirkliche Länge der Grundlinie bekannt ist, mit dieser Zahl multiplicirt. Wenn z. B. AB die noch nicht gemessene Grundlinie ist, 121.
und in dem Dreyecke ABC die Winkel $C = 69° \; 17' \; 41''$, und $B = 62° \; 56' \; 4''$ bekannt sind, so verhält sich

$$AB : AC = \sin C : \sin B$$

oder $1 : AC = \sin 69° \; 17' \; 41'' : \sin 62° \; 56' \; 4''$

daher $AC = 1 . \dfrac{\sin 62° \; 56' \; 4''}{\sin 69° \; 17' \; 41''}$ (Gmtr. 225.),

und $\log AC = \log \sin 62° \; 56' \; 4'' - \log \sin 69° \; 17' \; 41'' = 9{,}949627 - 9{,}971003 = 0{,}978624 - 1$, (Rk. 342.); endlich ist $AC = 0{,}951972$ (Rk. 341.).

Wäre demnach die wirkliche Länge der Grundlinie, z. B. $AB = 2000$ Klaftern gefunden worden, so würde $AC = 2000 . 0{,}951972 = 1903{,}94$ Klaftern seyn, und so bey den übrigen.

Da man im Beobachten der Winkel durch üble Witterung ohnehin oft gehindert wird, so kann in dieser Zwischenzeit die Berechnung der Dreyecke um so zweckdienlicher vorgenommen und fortgesetzt werden, als dadurch dieses Geschäft theils sich nicht zu sehr häufet, theils ein vorkommender Anstand gleich an Ort und Stelle leicht berichtiget werden kann.

Die berechneten Resultate, sie mögen nun gleich für die wirkliche oder nur indessen für 1 angenommene Länge der Grundlinie erhalten worden seyn, werden jedesmahl in eine ähnliche Tabelle, wie die folgende ist, eingetragen.

Fig. 121.

Bezeichnung der Dreyecke, der Winkel und der denselben gegenüber liegenden Seiten.	Logarithmen.	Größe des Winkels. Grad ꝛc.	Länge der Seite. Klaftern.
ABC			
A	9,869503	47° 46′ 15″	
CB	3,199279		1583,18
B	9,949627	62 56 4	
AC	3,279654		1903,95
C	9,971003	69 17 41	
AB	3,001030		2000
ABD			
A	9,972456	69 48 32	
BD	3,471780		2963,33
B	9,975373	70 53 12	
AD	3,474697		2983,30
D	9,801706	39 18 16	
ADE			
A	9,839840	43 45 18	
DE	3,329052		2133,30
D	9,941716	60 58 32	
AE	3,430928		2697,29
E	9,985486	75 16 10	
u. s. w.			

Hier ist die wirkliche Länge der Grundlinie gleich in die Rechnung genommen; wäre sie aber indessen = 1 angenommen worden, so müßten deswegen auch die Rubriken darnach eingerichtet werden.

h) Das Reduciren der Dreyeckspuncte auf die Mittagslinie.

§. 194.

Da nun alle Dreyecke berechnet sind, so könnten sie entweder nach Gmtr. 17. vermittelst des Transporteurs, oder nach Gmtr. 51.

mittelst Durchschnitte der Seiten, oder auch nach §. 118. auf das Fig.
Papier getragen, und das trigonometrische Netz formirt werden. 121.
Allein hierdurch würde, aller angewandten Mühe ungeachtet, dennoch keine richtige Arbeit erwartet und geliefert werden können, weil bey dieser Art Zeichnung jeder unvermeidliche Fehler, §. 94., so klein er in Einem Dreyecke auch seyn möge, den übrigen Dreyecken durch die ganze Figur sich mittheilen, und durch die Summirung dieser kleinen Fehler die Unrichtigkeit am Ende sehr beträchtlich werden würde. Um diese unausbleibliche Unrichtigkeit jedesmahl zu vermeiden, muß man die Winkelpuncte der Dreyecke nach der, Gmtr. 119. 3) gezeigten Methode durch Abscissen und Ordinaten bestimmen, weil hierdurch die unvermeidlichen kleinen Fehler bey ihrem Ursprunge verbleiben müssen, und sich nicht weiter mittheilen können. Die Bestimmung der hierzu nöthigen Abmessungen erhellet aus dem Folgenden:

Man entwerfe einstweilen das nach §. 193. berechnete Netz der Dreyecke nur beyläufig nach Gmtr. 51., welches sehr schnell von Statten geht, auf das Papier, ziehe unter dem, §. 184. 8) beobachteten Winkel NAB die Richtung der Mittagslinie NS als Abscissenlinie, und fälle auf diese aus allen Winkelpuncten senkrechte Ordinaten Bb, Qq, Mm, Pp, ... Dd, Ee .... Gg, Hh .... $x'x''$, $z'z''$ Ff ....; so können diese Ordinaten und ihre von dem Puncte A an gerechneten Abscissen aus den bekannten Seiten und Winkeln der ganzen Figur auf folgende Art berechnet werden.

1) Im rechtwinkeligen Dreyecke AbB ist nebst dem Winkel BAb auch die Seite AB bekannt; es kann daher die Abscisse Ab und die Ordinate bB vermög Gmtr. 242. gefunden werden; es verhält sich nämlich

$$AB : Bb = sintot : sin\ BAb,$$ woraus die Senkrechte $Bb = \dfrac{AB\ .\ sin\ BAb}{r}$, und $log\ Bb = log\ AB + log\ sin\ BAb - 10$ folgt (Gmtr. 240. und 242.).

Die Abscisse Ab findet man aus der Proportion

$$AB : Ab = sintot : cos\ bAB$$ (Gmtr. 242. 2)

und $log\ Ab = log\ AB + log\ cos\ bAB - 10$.

2) Eben so findet man aus dem rechtwinkeligen Dreyecke AcC, vermög des bekannten Winkels $bAB + BAC = cAC$ und der Seite AC die Abscisse Ac und Ordinate cC.

3) Zieht man von 180° die bekannten Winkel $bAB + BAC$

Fig. 121. $+ CAD$ ab, so kann aus dem rechtwinkeligen Dreyecke AdD, vermög des nun bekannten Winkels DAd und der Seite AD, die Abscisse Ad und Ordinate dD bestimmt werden.

4) Und so kann man alle Abscissen und Ordinaten in jenen rechtwinkeligen Dreyecken bestimmen, welche durch Dreyeckseiten mit dem Puncte A unmittelbar verbunden sind; als EAe, FAf, $z'Az''$, GAg und HAh.

5) Nun können auch die Abscissen und Ordinaten jener Dreyeckspuncte, die durch Dreyeckseiten nicht unmittelbar mit der Abscissenlinie NS verbunden sind, bestimmt werden; zu diesem Behufe ziehe man durch einen solchen Punct, dessen Abscissen und Ordinaten schon bestimmt sind, und der mit den zu bestimmenden neuen Puncten durch bekannte Dreyeckseiten unmittelbar verbunden ist, wie hier durch E, M, H, G und F, parallele Linien zu der Abscissenlinie NS. Da z. B. die zwey Parallelen $d'v'$ und NS durch die Gerade AE geschnitten sind, so sind die Wechselwinkel $eAE = AEd'$; ferner sind die Winkel $AED + DET + TEt' = 180 + AEd'$, daher ist $TEt' = 180 + (AEd' = eAE) - (AED + DET)$; nun können aus dem rechtwinkeligen Dreyecke $Et'T$ die beyden Katheten, und endlich die Abscisse $At = Ae + (et = Et')$, so wie die Ordinate $tT = (tt' = eE) + t'T$ bestimmt werden.

6) Ähnlicher Weise findet man die Abscissen und Ordinaten für die Puncte V und W; und sodann für den Punct U.

7) Auf eben diese Art findet man die Abscissen und Ordinaten der übrigen Puncte, indem man jedesmahl durch einen vermittelst Ordinaten und Abscissen schon bestimmten, und durch bekannte Dreyeckseiten unmittelbar mit den neu zu bestimmenden Puncten zusammenhängenden Punct eine Parallele zu NS zieht, und durch das Addiren oder Subtrahiren der Winkel von 180° oder umgekehrt die nöthigen Winkel für jedes rechtwinkelige Dreyeck, sodann daraus die Katheten derselben, und endlich die Abscissen und Ordinaten durch etwa erforderliche Addition oder Subtraction wie vorhin bestimmt. So z. B. wird die Ordinate und Abscisse für den Punct M bestimmt, wenn man durch B die Parallele Bm' zu NS denkt; dadurch wird der Wechselwinkel $eAB = ABm'$, sodann ist $ABI + IBM = ABm' + m'BM$; woraus

$m'BM = ABI + IBM - (ABm' = eAB)$ folgt. Nun ist das weitere Verfahren wie oben. Fig. 121.

8) Mittelst einer Parallele durch M, können hierauf die Abscissen und Ordinaten für die Puncte R, Q, P und O bestimmt werden.

9) Für einen solchen Punct, wie z. B. y' wird die Abscisse und Ordinate bestimmt, mittelst der Parallelen ny''' zu NS; wodurch der Wechselwinkel $nFA = FAf$; hierauf $nFA + AFy' + y'Fy''' = 180°$, und endlich $y'Fy''' = 180° - (nFA + AFy')$ wird. Nun werden im rechtwinkeligen Dreyecke $Fy'y'''$ die Katheten, und darauf die Abscisse und Ordinate wie vorhin gefunden; u. s. w.

10) Diese berechneten Abscissen und Ordinaten werden sodann in eine ähnliche Tabelle, wie die folgende ist, zum weitern Gebrauche eingetragen.

Fig. 121.

Entfernung					
des Punctes	gegen Nord	gegen Ost	des Punctes	gegen Nord	gegen West
A	0	0	*G*	750,12	3500,13
C	230,10	1950,08	*H*	2800,00	700,05
R	1150,09	5450,14	*L*	4301,08	3200,25
B	1650,20	1200,28	*I*	5850,17	325,15
Q	2556,12	7200,35	*K*	7250,32	2560,06
M	4700.18	2700,52			
P	7000,50	7050,10			
O	7600,00	2775,09			
	gegen Süd	gegen Ost		gegen Süd	gegen West
D	1000,01	3050,11	*x'*	405,17	5802,10
E	2675,16	1301,11	*z'*	1350,26	3854,09
T	4502,17	7115,12	*a*	3301,19	5150,23
W	5325,21	1660,04	*F*	3650,78	1907,15
V	6151,07	4150,19	*Z*	4801,00	3151,10
U	6750,18	7300,41	*y'*	5651,41	850,18
X	7603,08	1215,37	*Y*	7310,15	3035,14

i) Auftragung der Dreyeckspuncte auf das Papier. Fig.

§. 195.

Sind die Abscissen und Ordinaten aller Dreyeckspuncte auf diese Weise in einer Tabelle zusammengestellt, so könnten nun in jedem Falle diese Puncte mit Beyhülfe der zur Berechnung entworfenen Figur 121. aus der Tabelle auf die Meßtischblätter zur geometrischen Vor-Triangulirung nach und nach übertragen werden. Zur nöthigen Übersicht und zur Vermeidung aller Irrung ist es jedoch zweckdienlich, diese Puncte nach einem beliebigen verjüngten Maßstabe (der, um alle Puncte des Netzes auf Einen oder zwey zusammen gesetzte und ausgespannte Bogen zu bringen, gegen denjenigen zur geometrischen Triangulirung bestimmten um vieles kleiner seyn kann) zu entwerfen, und in Sectionen nach der Größe eines Meßtischblattes in Quadrate einzutheilen; woraus denn sonach zu ersehen seyn wird, wie viel Meßtischblätter man zur Vortriangulirung nöthig habe, dann wie viele und welche Puncte auf ein und dasselbe Tischblatt fallen. Dieses kann auf folgende Weise geschehen: 121. u. 124.

1) Man ziehe auf dem gespannten Papier eine gerade Linie *NS* (Fig. 124.), die wir für die bestimmte Mittagslinie des Ortes *A* annehmen wollen, wähle in dieser einen beliebigen Punct für den Anfangspunct *A*; jedoch wähle man jene Linie *NS* und in dieser den Anfangspunct *A*, dessen Abscisse und Ordinate = Null ist, dergestalt, daß kein Dreyeckspunct über das Papier hinaus falle.

2) Um z. B. den Punct *C* zu bestimmen, trage man die Entfernung aus der vorigen Tabelle nach dem hierzu bestimmten verjüngten Maßstabe *), nämlich 230,10 Theile dieses Maßstabes von *A* gegen *N* bis *c* auf, errichte in diesem Puncte rechts eine Senkrechte *cC* auf *NS*, und trage auf diese Senkrechte die in der Tabelle bemerkte Entfernung 1950,08; so ist dadurch der Punct *C* bestimmt.

3) Auf gleiche Art werden auch die übrigen Puncte aufgetragen; es wird nämlich für den Punct x' von *A* gegen *S* bis x'' getragrn 405,17, in diesem Puncte links die Senkrechte $x''\,x'$ auf *NS* errichtet, für die Länge dieser Senkrechten 5802,10 Theile aufgetragen; wodurch der Punct x' bestimmt ist. Und so bey den übrigen.

4) Diese auf solche Weise auf das Papier übertragene Puncte

*) Hierzu ist ein 1000theiliger oder der sogenannte geometrische Maßstab am vortheilhaftesten.

Fig. bringe man nun in Sectionen von der Größe eines Triangulirblattes,
124. nämlich in Quadrate von 4000 verjüngten Klaftern Länge und Breite. Zu diesem Ende trage man von *A* gegen *N*, und sodann auf eine in *A* auf *NS* errichtete Senkrechte gegen *W* und *O* 4000 Klaftern so oft auf, als es die Ausdehnung der in **Fig.** 121. vorläufig entworfenen Netzpuncte erfordert, und bilde mittelst der durch diese Puncte zu *NS* und *WO* geführten parallelen Linien das Quadratnetz **Fig.** 124.; woraus man die Anzahl von Sectionen für die geometrische Triangulirung, und zugleich ersichtlich wird, wie viel und welche Puncte in jede Section fallen.

5) Um diese Quadrat-Sectionen von einander gehörig unterscheiden zu können, werden die (verticalen) Colonnen oben an der Nordseite mit römischen Ziffern fortlaufend bezeichnet, und die oberhalb eines Quadrates stehende Ziffer kommt der ganzen von Nord gegen Süd laufenden Colonne zu. Die von West gegen Ost laufenden horizontalen Sectionen werden links von Nord gegen Süd mit den arabischen Ziffern von 1 angefangen nach der Ordnung fortlaufend bezeichnet, und es gehört wieder jede Ziffer gemeinschaftlich der ganzen horizontalen Schichte zu.

6) Die einzelnen Quadrate sind demnach durch ihre zusammentreffenden römischen und arabischen Ziffern sehr leicht unterscheidbar. So z. B. wird das (**Fig.** 124. in 20 Sectionen eingetheilt) Quadrat, welches in **Fig.** 125. einzeln vorgestellt ist, mit **III.** 3 bezeichnet, wodurch seine Lage, in Hinsicht auf die übrigen Quadrate der zu vermessenden Fläche, genau unterschieden ist.

§. 196.

Um nun die §. 193. und 194. berechneten und §. 195. in eine Übersicht zusammengestellten Dreyeckspuncte einer jeden einzelnen Section auf Meßtischblätter zur graphischen Triangulirung zu übertragen, verzeichne man auf ein nach §. 42. aufgespanntes Papier ein Quadrat von 20'' Länge und Breite auf das Genaueste entweder mittelst der §. 49. beschriebenen Sectionslehre oder auf folgende Art:

1) Man ziehe aus der zweyfachen Quadratzahl von 20, d. i. aus 2 . 20 . 20 = 800 die Quadratwurzel = 28, 28'', trage diese Länge im wirklichen Maße mittelst eines Stangenzirkels (§. 41. 2) auf eine früher gezogene Diagonale des Tischblattes von *m* bis *p*, bestimme aus diesen Puncten mit der Länge der Quadratseite = 20'' die Puncte *A* und *n* mittelst Bögen, und verbinde sie durch gerade

28'284''

Linien; so ist das Quadrat *Amnp* in der verlangten Größe auf das Genaueste bestimmt (Gmtr. 89. **a.**). Fig.

2) Es ist natürlich und auch am vortheilhaftesten, die graphische Triangulirung von dem gemeinschaftlichen Punct *A* aus zu beginnen, 124. nach und nach fortzusetzen und zu beendigen. Um demnach zu diesem u. Behufe die trigonometrischen Puncte, z. B. der Section **III. 3.**, auf 125. das zur graphischen Triangulirung vorgerichtete Tischblatt (**Fig.** 125.) mit der erforderlichen Schärfe zu bestimmen, greife man auf dem zu dieser Triangulirung bestimmten verjüngten Maßstabe die in der Tabelle §. 194. verzeichneten Längen der Abscissen und Ordinaten ab, und trage erstere auf den Quadratseiten in der Richtung von Nord gegen Süd auf *Am* und *pn*, letztere aber auf jene von West gegen Ost auf *mn* und *Ap*, und zwar ist hier der Punct *A* schon im Scheitelpunct des Quadrates selbst bestimmt. Für den Punct *D* trage man die 1000,01 Theile dieses Maßstabes von *A* und *p* gegen *m* und *n* (gegen Süd) und ziehe durch diese Puncte eine feine Bleylinie. Hierauf 3050,11 Theile von *A* und *m* gegen *p* und *n* (gegen Ost), und ziehe auch durch diese auf den Quadratseiten *Ap* und *mn* bestimmten Puncte eine feine Bleylinie; so wird im Durchschnitte dieser und der vorigen der Punct *D* auf das Genaueste bestimmt seyn.

Auf gleiche Weise wird auch der Punct *E* übertragen; und es ist vortheilhaft, oder vielmehr eine richtige Arbeit erfordert es, die Lage dieser Puncte durch feine Linien an den vier Tischrändern zu markiren, und mit feinen Nadelstichen, die mit Bleyringen von genüglicher Weite eingefaßt werden, festzulegen (§. 89. und 132.), wie **Fig.** 125. zu sehen. Hierdurch kann die ursprüngliche Lage dieser Puncte, wenn sich das Bret während einer Wechselwitterung verzogen hätte, wieder hergestellt werden, weil, wie bekannt, sich das Holz nach der Länge ihrer Fasern bey solcher Witterung nicht merklich ändert, wie weiter unten an seinem Orte noch deutlicher erhellen wird. Auch werden die trigonometrischen Puncte durch kleine Dreyecke bezeichnet, um sie nachher von jenen, welche durch diese geometrisch bestimmt werden, sogleich unterscheiden zu können.

3) Will man einen außerhalb einer Section, jedoch nahe an der Rahmlinie gelegenen Punct, wie z. B. *V* im Quadrate **IV. 4.** auf die nebenliegende Section **III. 4.** übertragen, so verlängere man die zwey Quadratseiten auf dem Tischbrete, zwischen deren Verlängerung er liegt, und trage auf beyde verlängerten Quadratseiten den in der Tafel verzeichneten östlichen (oder westlichen) Abstand, hier **4150,19.**

Fig. 124. u. 125. Hierauf ziehe man von dem in der Tafel enthaltenen südlichen (oder nördlichen) Abstand so viel Quadratseiten, als zwischen dem Anfangspuncte *A* und der betreffenden Section liegen, hier 4000 von 6151,07 ab, trage den Rest 2151,07 auf die gehörigen Quadratseiten auf, und verfahre, um den Punct selbst und seine Markirung an den Tischrändern festzulegen, wie vorhin.

4) Und nun erhellet aus diesem gezeigten Verfahren schon, wie die übrigen Puncte auf die betreffenden Sectionen zur geometrischen Vortriangulirung nach Erforderniß übertragen werden. Zugleich geht daraus hervor, wie nahe am Rande einer Sectionlinie liegende Puncte öfters auf zwey oder drey nebenliegenden, ja der Punct *A* sogar in vier Sectionen gemeinschaftlich verwendet werden können.

5) Bey solchen Quadraten, in welche nur ein trigonometrischer Punct oder gar keiner fällt, jedoch aus demselben in zwey neben oder entfernt liegenden Quadraten zwey Puncte sichtbar sind, kann eine Orientirungslinie nach der folgenden Weise berechnet, sodann auf das Tischbret übertragen, und dieses darnach orientirt werden. Es sey **Fig. 124.** im Quadrate **IV. 1.** blos der Punct P gegeben, aus irgend einem Puncte desselben, z. B. k, seyen die Puncte Q und O der anstoßenden Quadrate **III. 1.** und **IV. 2.** sichtbar. Da die Abscisse hb und die Ordinate $Ob = 4000 - oO$, wie auch hf und fQ der sichtbaren Puncte O und Q, so wie $bc + cf = bf = oq = Ao - Aq$ bekannt sind, so verhält sich in den ähnlichen Dreyecken Obc und cfQ

$$Ob : bc = fQ : fc,$$

oder $Ob : Qf = bc : fc$,

oder $(Ob + Qf) : Ob = (bc + fc) : bc$,

oder $(Ob + Qf) : Ob = fb : bc$;

woraus $bc = \dfrac{Ob \cdot fb}{Ob + fQ}$ folgt.

Nun ist $cf = bf - bc$; und $ch = bh - bc$; und es verhält sich in den ähnlichen Dreyecken cfQ und chi ferner:

$$cf : fQ = ch : hi,$$

woraus man $hi = \dfrac{fQ \cdot ch}{cf}$ findet.

6) Werden nun die gefundenen Werthe nach dem zugehörigen verjüngten Maße für ch und hi auf den Randlinien der gegebenen Quadratmeile **IV. 1.** aufgetragen, so kann endlich vermittelst Anlegung des Visirlineals an die solchergestalt bestimmten Puncte c und i

der Meßtisch vermög §. 87. 2) nach den zwey entfernten sichtbaren Puncten *O* und *Q* orientirt werden. Fig. 124.

7) Legt man hierauf an den gegebenen Punct *P*, und visirt nach dem gleichnamigen auf dem Felde *), so bestimmt der Durchschnitt rückwärts auf der Linie *ci* den Punct *k* auf dem Tische, worüber dieser auf der Erde steht. Von hier aus können nun mehre Signale anvisirt, auch ein Rayon auf den folgenden Standpunct *m* hingeworfen, und sodann hier der Tisch wieder nach *k* zurück einvisirt oder orientirt, und von *P* her rückwärts abgeschnitten werden. Weil man hier in *m*, so wie in *k* noch keine Controll- oder Prüfungspuncte an Handen hat, so kann man sich von der Richtigkeit dieser Puncte nur durch die unmittelbare genaue Messung der Linien *Pk* oder *km* überzeugen. Nun kann das graphische Netz nach der weiter unten folgenden Anleitung weiter fortgesetzt und in diesem Quadrate vollendet werden.

8) Auch in dem noch schlechtern Falle, wenn auf eine Quadratmeile, wie z. B. **IV.** 3. gar kein trigonometrischer Punct gebracht werden könnte, es wären aber aus derselben in andern Quadraten **IV.** 2. und **IV.** 4. zwey Puncte *R* und *T* sichtbar, deren Abscissen und Ordinaten bekannt sind, so lassen sich aus den ähnlichen Dreyecken $r'u'v'$, $r'zs'$ und $r'pq$ (wenn man zu RT die Parallele $r'u'$ sich denkt) ebenfalls wieder die Stücke zs' und pq, und nachher an den Randlinien der gegebenen Quadratmeile **IV.** 3. die zwey Puncte s und f' aus $zs' + (zf' = r'R)$, und $pq + (ps = r'R)$ bestimmen, wodurch endlich, so wie vorhin, der Tisch vermittelst der Linie $f's$ nach den sichtbaren Puncten *R* und *T* orientirt werden kann. Um nun das graphische Netz anfangen und fortsetzen zu können, muß man aus einem der anstoßenden Quadrate einen nahe an der Randlinie schon bestimmten und sichtbaren graphischen Punct auf die weiter unten folgende Weise übertragen, welcher (obschon außerhalb der Randlinie dieser Section liegend) die Stelle des obigen gegebenen Punctes *P* vertritt.

Obgleich diese Fälle zu den schlechtesten gehören, die man in der Meßkunst so gern zu vermeiden wünscht, und auch wo möglich zu vermeiden sucht (die aber zum Glücke nur in sehr ausgedehnten ununterbrochenen waldigen Gegenden vorkommen, wo der Boden gewöhnlich einen geringern Werth hat); so geben sie doch im Nothfalle ein Hülfsmittel mehr an die Hand, welches man, wenn auch nur zur Prüfung anderer minder guten Mittel, jedesmahl anwenden soll.

*) Wenn derselbe sichtbar ist, außer diesem müßte man wie in dem folgenden Falle verfahren.