

Fig. B. Vom Verbessern der unvermeidlichen Abweichungen, welche bey einer am Umfange aufgenommenen Figur erst beym Schlusse derselben nach ihrer Summirung beträchtlich werden.

§. 171.

Vorausgesetzt, daß keiner der vorangeführten Fehler während einer Messung sich einschleiche, oder die eingeschlichenen auf das Genaueste verbessert worden sind, so wird dennoch keine am Umfange aufgenommene Figur von beträchtlicher Größe (außer zufällig vermög §. 96.) vollkommen genau schließen, sondern jede um einen bey dem Schlusse sich zeigenden Überschuss der positiven und negativen Summe der unvermeidlichen Messungsabirrungen von der Wahrheit, ohne eigentliches Verschulden des Geometers, mehr oder weniger abweichen, je nachdem auch der Boden, worauf gemessen worden, mehr oder weniger ungünstig war (§. 154.), und auch die Instrumente selbst mit mehr oder weniger Fleiß und Accurateße gearbeitet sind.

Über ein Mittel, eine durch den Meßtisch am Umfange aufgenommene Figur um den oft beträchtlichen Unterschied zu verbessern, und sie dadurch der Wahrheit möglichst nahe zu bringen, schweigen alle mir über diesen Gegenstand bekannten deutschen Schriften; dasjenige aber, dessen sich die sogenannten practischen (eigentlich empirischen) Meßkünstler bedienen, indem sie den Abstand der Endpuncte der zwey Schlußlinien in zwey gleiche Theile theilen, diesen Theilungspunct sodann mit den andern Endpuncten dieser Linien verbinden, und somit die Figur schließen, steht unter aller Kritik, wie sogleich erhellen wird.

§. 172.

Aus der Natur der Entstehung der unvermeidlichen Messungsabweichungen, und aus Mangel an Mitteln, bey der Aufnahme eines Waldes, ihrer Mittheilung und Anhäufung durch den ganzen Umfang einer Figur Grenzen zu setzen, folgt, daß man sie am Schlusse derselben nicht auf Eine oder zwey Linien oder Winkel vertheilen könne, sondern sie auf den ganzen Umfang, woher sie nämlich entstanden sind, wieder zurück dergestalt vertheilen müsse, daß man sich hierdurch der Wahrheit möglichst annähere. Es sind hierbey dre y verschiedene Fälle denkbar und möglich.

1) Entweder erreichen die Schlußlinien einander nicht, wie Fig. 117. $I s$ und $G' s'$, wo die punctirten Linien, die vermög §. 154. aus dem Punkte A rechts und links aufgenommene Fläche bezeichnen, und es bilden die Endpunkte s und s' dieser Linien, mit dem Anfangspunct A verbunden, ein Dreyeck $A s s'$, um welches die Figur zu groß ist.

2) Oder es greifen diese Linien übereinander, wie $F' s'$ und $G s$, und die Figur ist um das Dreyeck $A s s'$ zu klein; oder 118.

3) Es liegen die Endpunkte der Schlußlinien mit dem Anfangspunct in einer geraden Linie (Fig. 119.); letzterer Fall wird jedoch äußerst selten vorkommen, hingegen wird einer der ersteren zwey stets sich ereignen *). 119.

§. 173.

Um uns kürzer und bestimmter ausdrücken zu können, wollen wir in Fig. 117. bis 120. die beyden Punkte s und s' die falschen Schlußpunkte, S den wahren Schlußpunkt, und daher die Linie $s s'$ die falsche Schlußlinie; endlich die Linie $A s$ und $A s'$ die falschen Diagonalen, $A S$ aber die wahre Diagonale nennen. 117. bis 120.

Die Rectification (Berichtigung) der Figur, oder das Bertheilen der gesammelten Abweichungen auf dem ganzen Umfange selbst geschieht nach der folgenden ganz einfachen Methode.

Erster Fall. Fig. 117.

Man ziehe die falsche Schlußlinie $s s'$, theile sie in S in zwey gleiche Theile, ziehe die wahre Diagonale $A S$ und die falschen $A s$ und $A s'$. 117.

Nun falle man aus allen Umfangspuncten senkrechte Ordinaten $In, Hp, Gr \dots$ auf die falsche Diagonale $A s$, und führe durch die Auftreffspuncte $n, p, r, u \dots$ parallele Linien $nm, po, rq \dots$ zu der falschen Schlußlinie $s s'$.

3) Hierauf errichte man in den Punkten m, o, q, \dots senkrechte Linien von unbestimmter Länge auf die wahre Schlußlinie, trage die Ordinaten auf die correspondirenden Senkrechten über, man mache nämlich nach der Ordnung $nI = mi, pH = oh, Gr = qg, u F = lf$ u. s. w., verbinde die Punkte $Si, ih, hg,$

*) Mir ist der letztere Fall unter 3) nur ein einziges Mahl bey einer Separationslinie vorgekommen.

- Fig. 9f u. f. f. mit geraden Linien, und verfähre bey der andern Hälfte
 117. der Figur auf dieselbe Weise; so erhält man eine geschlossene Figur, die der Wahrheit in Hinsicht auf den Flächeninhalt sowohl, als auf die Lage jedes einzelnen Umfangspunctes, bis zur practischen Richtigkeit nahe kommt.

Zweyter Fall. Fig. 118.

- 1) Man theile gleichfalls die falsche Schlußlinie ss' in dem
 118. Punkte S in zwey gleiche Theile, und ziehe die wahren und falschen Diagonalen.

2) Ferner fälle man auch aus allen Umfangspuncten auf die zugehörige falsche Diagonale senkrechte Ordinaten, nämlich von dem einen Theil der Figur $AB'C'D'E' \dots$ auf die dazu gehörige falsche Diagonale As' , von dem andern Theile A, B, C, D, \dots aber auf die dazu gehörige As , und führe wieder durch die Punkte n, o, q, \dots parallele Linien mn, op, qr , zu ss' .

3) Hierauf errichte man wieder in den Punkten $m, p, r \dots$ senkrechte Linien auf die wahre Diagonale, trage nach der Ordnung die Ordinaten auf ihre zustimmenden Senkrechten über, nämlich nF' auf mf' , oE' auf pe' u. s. w., und verfähre übrigens wie zuvor; so wird die geschlossene Figur $A b' c' d' \dots b, c, d \dots$ die möglichst richtige Größe erhalten.

Wie übrigens zu verfahren sey, wenn Ordinaten, wie bey B' , über den Anfangspunct A hinausfallen, zeigt die Figur deutlich genug.

Dritter Fall. Fig. 119.

- Da die falschen Diagonalen As und As' mit der wahren AS
 119. über einander in eine gerade Linie fallen, so muß man sich den Reducionswinkel, der hier in diesem Falle = Null ist, aus jenen Linien selbst formiren. Zu diesem Ende theile man

1) Die falsche Schlußlinie ss' in zwey gleiche Theile, und beschreibe mit einer falschen Diagonale, z. B. mit As (wenn man den Theil $ABCD \dots$ berichtigen will) aus dem Anfangspunct A einen Bogen sO , durchschneide diesen Bogen mit der wahren Diagonale AS aus S , und verbinde den Durchschnittspunct O mit A ; so wird OAS der Reducionswinkel der halben Figur $ADSA$ seyn (Gmtr. 119. 3).

2) Nun fälle man aus den Umfangspuncten $B, C, D \dots$

senkrechte Ordinaten Bv , Cw , Dx ..., fasse die Abscisse Av in Fig. 117. Zirkel, beschreibe damit aus A den Bogen va , und trage dessen Sehne av von A bis m auf. Nach gleicher Weise verfährt man auch mit den übrigen Abscissen Aw , Ax ... (alle von A an gerechnet).

3) In den auf diese Art erhaltenen Punkten m , n , o ,... errichte man senkrechte Linien, und übertrage die zugehörigen Ordinaten, man mache nämlich $mb = vB$, $nc = wC$...; verbinde sodann S mit f , f mit e u. s. w., und verfare nach eben dieser Weise auch bey dem andern Theile der Figur.

§. 174.

Weil diese Verbesserungen doch nur an großen Figuren vorzunehmen nothwendig sind, und weil es dabey hauptsächlich auf die möglichst richtige Ziehung der Senkrechten und Parallelen ankommt; so wird sowohl an Richtigkeit als an Zeit viel gewonnen, wenn man auf folgende Art verfährt:

1) Nachdem die Diagonalen As , AS und As' (Fig. 117.) gezogen sind, so schreibe man mit einem beliebigen aber gleichen Halbmesser aus den Endpunkten derjenigen falschen Diagonale, auf welche die senkrechten Ordinaten gezogen werden sollen, z. B. aus A und s Bögen v und x , lege an diese ein (nach Gmtr. 6.) geprüftes Lineal dergestalt an, daß nur die höchsten Punkte dieser Bögen von dem Lineal berührt werden, (Gmtr. 43. 2), und befestige in dieser unverrückten Lage das Lineal durch ein Paar kleine Schraubenzwinger oder mittelst Schwerbley. Nun schiebe man ein nach Gmtr. 31. geprüftes rechtwinkeliges Dreyeck mit einer Kathete an dieses Lineal hin, und ziehe nach einander die senkrechten Ordinaten aus den Umfangspunkten bis an die dazu gehörige falsche Diagonale, nämlich In , Hp , Gr , Fu , u. s. w.

2) Um auch die Parallelen mn , op , rq ,... zu ss' sowohl richtig als schnell zu ziehen, lege man das rechtw. Dreyeck LKN (gewöhnlich am vortheilhaftesten) mit der Hypothenuse an die falsche Schlußlinie ss' und an die Kathete LK ein Lineal MK , befestige solches in dieser unverrückten Lage wieder wie oben, und ziehe auf diese Weise die Parallelen aus den Punkten n , p , r ,... bis an die wahre Diagonale, nämlich die Linien nm , po , rq , ut ,...

3) Endlich beschreibe man mit dem vorigen Halbmesser aus dem wahren Schlußpunkte S auch einen Bogen y , befestige auf die vorige Art das Lineal wieder an die höchsten Punkte der Bögen v und y ,

Fig. und ziehe sodann aus den Puncten $m, o, q, t \dots$, während man
 117. das rechtwinkelige Dreyeck von Punct zu Punct fortschiebt, die Senk-
 rechten mi, oh, qq, tf , u. s. w. Ubrigens verfährt man bey
 den andern zwey Fällen auf gleiche Weise, und die weitere Aus-
 arbeitung ist ganz dieselbe, wie oben schon gezeigt worden ist.

Auf diese Art kann eine Figur von 80 bis 100 Umfangswinkeln
 möglichst richtig in Zeit von einer Stunde verbessert werden. Und nun
 wird es jedem von selbst einleuchten, daß diese Verbesserungsmethode

1) die Nothwendigkeit voraussetzt, den Umfang einer Figur von
 einem und demselben Puncte aus rechts und links bis bey-
 läufig zur Hälfte der Umfangswinkel aufzunehmen, wie schon bereits
 (§. 154.) erwähnt wurde.

2) Daß es vortheilhaft ist, die am Umfange gemessenen Absciss-
 sen und Ordinaten nicht sogleich auf das Meßtischblatt zu tragen, son-
 dern sie erst zu Hause, nach Verbesserung der Figur, gehörig auf das
 Papier zu übertragen (§. 86.), um dadurch die Krümmungen des
 Umfanges verzeichnen zu können, Endlich

3) daß es auch vortheilhaft sey, während des Messens der Stand-
 linie am Umfange mit andern Gegenständen, die man mit zu Papier
 bringen könnte, als: Wiesen, Blößen zc., sich gar nicht aufzuhalten,
 weil diese nach der Verbesserung des Umfanges alle verändert werden
 müßten. Wenn man die Ordinaten $oh = pH, qq = rG, tf = uF$,
 u. s. w., nachdem man sie übertragen hat, auch sogleich auf dem ver-
 jüngten Maßstabe mißt, und ihre Länge, so wie die dazu gehörigen
 Abscissentheile Sm, So, oq, qt , u. s. w. einstreifen in eine Tabelle
 einträgt; so kann nachher daraus, nebst den im Manuale eingetrag-
 enen, der Flächeninhalt der Figur, da derselbe aus der Summe aller
 dadurch gebildeten Trapeze und Dreyecke besteht, schnell und richtig
 berechnet werden.

§. 175.

Wird von einer auf die vorige Art berichtigten Figur die Auf-
 120. nahme weiter fortgesetzt, d. i. eine andere Figur $B' C' D' E' F'$
 $\dots SE'' D'' \dots$ an dieselbe angestoßen, so kann die schon auf-
 genommene gemeinschaftliche Grenze $B' c' d' \dots$ hier gleich benützt
 werden; darf aber bey der Berichtigung der folgenden Figur nicht
 mehr ins Mitleid gezogen werden, sondern die gesammelten Ab-
 weichungen müssen nur auf jene Umfangswinkel und Linien, woher
 sie entstanden sind, wieder zurück vertheilt werden. Bey der Auf-
 nahme dieser Figur wird wieder vorausgesetzt, daß ihre Umfanga-
 winkel beyläufig zur Hälfte von B' aus, die andere Hälfte aber
 von S angefangen, aufgenommen werden. Die Berichtigung, das

ist, die Vertheilung der Messungsabirrungen, geschieht nachher ganz nach einem der vorigen drey Fälle, man zieht nämlich die falsche Schlußlinie $s's''$, theilt sie in zwey gleiche Theile, und zieht die falschen Diagonalen $B's'$ und Ss'' , wie auch die wahren $B'S$ und SS , so zeigt sich diese Figur um die zwey Dreyecke $B's'S$ und SSs'' zu groß. Um sie demnach der wahren Größe anzunähern, fällt man ferner die senkrechten Ordinaten $E''m$, $D''n$, $C''o$ hierauf führe man die Parallelen mv , nw , ox zu $s's''$; mit einem Worte, man verfare hier und in ähnlichen Fällen ganz auf eben dieselbe Art, wie vorhin.

Fig.
120.

Wäre endlich eine Scheidungslinie $e'a'b'c'$,.... von zwey verschiedenen Holzgattungen aufzunehmen, bey der man auf den Umfangspunct E' hätte hinaus treffen sollen; auf dem Papier aber der Punct f um den Abstand fE' neben dem gleichnamigen E' gefallen ist, so ist es nach dem bisher Angeführten, und aus dem, was die Figur zeigt, nicht nöthig mehr hierüber zu sagen.

Rechtfertigung dieses Verfahrens.

§. 176.

Daß über dieses Verfahren kein Beweis von streng geometrischer Schärfe möglich ist, wird jedem sogleich einleuchten, der bedenkt, daß die an und für sich unbedeutenden kleinen Messungsabweichungen nach keinem ordentlichen Gesetze sich mittheilen und anhäufen, um so weniger, da man auch überdieß ihre Größe im Einzelnen nicht kennt. Daß man sich aber durch dieses Verfahren der Wahrheit sowohl in Hinsicht auf den Flächeninhalt, als auch rücksichtlich der Lage der Winkelpuncte einer Figur möglichst annähert, erhellet aus folgenden Betrachtungen:

1) Aus der Natur der Entstehung dieser im Einzelnen als nichts zu achtenden, und nur durch ihre Mittheilung und Sammlung auf dem ganzen Umfange für eine Messung nachtheilig werdenden unvermeidlichen Abweichungen, und aus Mangel irgend eines Mittels bey der Aufnahme eines Waldes, wie schon oben vorläufig bemerkt wurde, der Anhäufung derselben bey gewissen Zwischenpuncten Grenzen zu setzen, folgt, daß man, da sie nur nach und nach vom Anfange der Messung her zu der am Schlusse sich zeigenden Größe angewachsen sind, dieselben nicht auf Einen, zwey oder mehr Winkel und Linien zunächst am Schlusse vertheilen könne, sondern

117.
bis
120.

Fig. auf dem ganzen Umfange der Figur, woher sie ent-
 117. standen sind, vertheilen müsse. Dieß hat zur Folge, daß
 bis bey einer wirklich aufgenommenen Figur die Größe dieser Abweichun-
 120. gen von dem Schlußpuncte an, bis zu dem Anfangspuncte immer
 mehr und mehr abnehmen, und gegen letzteren hin so unmerklich wer-
 den müsse, daß man sie endlich mit dem Zirkel gar nicht mehr fassen
 kann, weil ihre Anhäufung ganz natürlich hier noch unmerklich ist.
 Es bedarf daher wohl kaum einer Erinnerung, daß bey unsern zur
 Ver sinnlichung gebrauchten Figuren absichtlich diese Abweichungen im
 Verhältnisse zur ganzen Figur viel größer vorgestellt sind.

2) Da durch obiges Verfahren alles dieses auch wirklich geschieht,
 und daher jeder Umfangspunct, wenn auch nicht rein geometrisch rich-
 tig (welches in der Ausübung vermög S. 93. und 95. gar nicht ein-
 mahl möglich ist), doch annäherungsweise möglichst genau an seine
 gehörige Stelle gebracht wird; so ist man durch Vernunftgründe be-
 rechtigt, dieses Verfahren als zweckmäßig und brauchbar anzuerken-
 nen. Nun wollen wir dasselbe auch durch die Erfahrung prüfen.

3) Wenn man nach der oben angebrachten Verbesserung den
 Meßtisch mit irgend einem Winkel über den gleichnamigen auf der
 Erde bringt, und es treffen die durch das an die Schenkel des Win-
 kels angelegte Visirlineal nach den Endpuncten derselben gerichteten
 Visirlinien, wo nicht ganz, doch ziemlich genau ein; so kann obige
 Verbesserung für die Ausübung um so mehr als ein zweckmäßiges und
 brauchbares Annäherungsmittel zur Wahrheit anerkannt werden, als
 man selbst mit einem guten Winkelmesser bey mehrmahliger Messung
 eines und desselben Winkels nicht immer gleiche Resultate erhält, wie
 jedem Geometer aus Erfahrung bekannt ist. So oft ich jenes unter-
 sucht habe, haben die Visuren manchmahl genau eingetroffen; öfters
 aber auch um die ganze Dicke eines $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll dicken Visirstabes,
 selten aber mehr abgewichen. Diesen Abweichungswinkel, nach Gmtr.
 248. berechnet, gibt für die Ausübung ein unbedeutendes Resultat.

4) Wenn nach der Verbesserung einer aufgenommenen Figur
 jede Länge einer Umfangslinie mit der im Manual vorgemerkten
 Länge, oder welches dasselbe ist, mit der Länge der nämlichen Linien
 vor der Verbesserung, wo nicht genau, doch sehr nahe übereintrifft;
 so ist man ebenfalls um so mehr berechtigt, diese Verbesserung brauch-
 bar für die Ausübung anzunehmen, als man vermög S. 98. bey mehr-
 mahliger Messung einer Linie auch nicht immer einerley Länge erhält,
 und vermög S. 99. bey Übertragung einer Linie von dem verjüngten

Maßstabe auf das Papier, auch nur bis auf einen gewissen Theil derselben versichert ist, sie entweder zu groß oder zu klein übertragen zu haben. Wenn man indessen bey diesen zwey Prüfungen der Winkel und Linien am Umfange von der Wahrheit hier und da etwas mehr abweicht, so ist nicht sowohl die Verbesserungsart, als vielmehr die dazu gebrauchten Werkzeuge, die Senkrechten richtig zu bestimmen, Schuld. Daher man das dazu gebrauchte Lineal und rechtwinkelige Dreyeck nach Gmtr. 6. und 31. vorher wohl prüfen und berichtigen muß, weil eine kleine Abweichung der Senkrechten die Winkel und die Linien am Umfange sehr von der Richtigkeit entfernen kann. Daraus folgt: daß das in §. 173. und 174. gezeigte Verfahren genau zu vollführen ist.

5) Wenn es für die Aufnahme einer Figur an ihrem Umfange irgend eine möglichst fehlerfreye Messungsart gäbe, wodurch das durch obiges Verfahren erhaltene Resultat verglichen werden könnte, und der Unterschied nicht beträchtlich gefunden würde; so dürfte man dadurch vielleicht berechtigt seyn, der Vermessungsart der Wälder durch den Meßtisch die gebührende Gerechtigkeit widerfahren zu lassen *). Eine Messungsart von dieser Eigenschaft ist aber nur in der Polygonometrie vorhanden. Durch diese neue Wissenschaft, wozu schon 1770 der berühmte Lambert die ersten Winke gegeben, und später mehre gelehrte Männer mit Glück darüber dachten, aber erst im Jahre 1800 durch zwey deutsche Gelehrte, Däzel und Neumann, mehr vervollkommenet, und nachher durch Prändel deutlich ans Licht gebracht wurde, ist, wie letzterer sehr wahr sagt, „der Trigonometrie die Krone der Vollendung aufgesetzt,“ und dem Mangel, eine Figur am Umfange richtig zu vermessen, gänzlich abgeholfen.

6) Diese sichere Messungsart diente mir, obiges Verfahren zu prüfen. Ich nahm nämlich eine und dieselbe Figur polygonometrisch **) und nachher auch geometrisch mit dem Meßtische auf, brachte bey letzteren die oben angeführte Verbesserung an, und fand das Resultat befriedigend genug. Allein da die Figur nur eine Fläche bey 12 Foch österr. Maß enthielte, so mußte ich mit Recht besorgen, vom Kleinen zu sehr auf's Große zu schließen. Ich nahm also einen wirklichen

*) M. f. Pike's Unterricht zur Vermessung großer Wälder, und auch Däzel's Methode, große Wälder zu messen.

**) Welche Messungsart theils aus Gmtr. 250. bis 260. und aus §. 261. des vorliegenden Buches bekannt ist.

Fig. Walddistrict, bey welchem der Boden an mehren Stellen zum Messen nicht sehr günstig war, auf eben diese Art vor, und fand den Inhalt polygonometrisch = 260 Joch 1512 Quadr. Klaftern, und durch den Meßtisch ohne Verbesserung = 260 Joch 259 Quadr. Klaftern, mit der oben angebrachten Verbesserung aber = 261 Joch 19 Quadr. Klaftern; also nach dem letzten Resultat nur ein Unterschied von 107 Quadr. Klaftern; und also auf 1000 Joch eine Verschiedenheit von höchstens $\frac{1}{4}$ Joch *); wo hingegen die Figur von obiger Größe ohne Verbesserungen um 1253 Quadr. Klaftern, also um $\frac{3}{4}$ Joch von der Wahrheit abweichet.

§. 177.

1) Daß man das durch die Polygonometrie erhaltene Resultat für das der mathematischen Wahrheit möglich nächste ansehen kann, erhellet aus folgenden Gründen: Die Summe aller gemessenen 81 Umfangswinkel war von der theoretischen Summe (Gmtr. 71.) nur um 2 Minuten verschieden; also war ihre Verbesserung unbedeutend. Die gemessenen Umfangslinien bey dem Meßtische sind auch bey der polygonometrischen Berechnung gebraucht worden. Bey der doppelten Berechnung der beyläufig durch die Mitte der Figur gezogenen Diagonale fand sich ein unbedeutender Unterschied von 0,35 Klaftern, der mathematisch genau = Null seyn sollte. Wegen seiner Unbedeutendheit ist derselbe auf alle Abscissentheile gleich vertheilt worden. Von den zwey Ordinaten in den Endpuncten der Diagonale, welche streng = Null seyn sollten, war die eine = 0,12, und die andere von demjenigen Theil der Figur, wo zum Theil sehr kurze Standlinien genommen werden mußten, auch der Boden zum Messen etwas ungünstig war, = 0,68 Klaftern gefunden worden, die ebenfalls in alle zugehörigen Ordinaten gleich vertheilt wurden (§. 161. 16.).

2) Wenn man irgend eine oder mehre Diagonalen durch einen aufgenommenen Walddistrict messen könnte, und die Länge mit den gleichnamigen auf dem Papier der verbesserten Figur für die Ausübung genug übereinstimmend gefunden würde, so ließe obige Ver-

*) Daß dieser Unterschied in der Ausübung, und insbesondere auf die Ertragsbestimmung eines Waldes, weswegen die Wälder doch meistens vermessen werden, nicht den mindesten Einfluß hat, welches weiter unten bey der Vermessung der Forste nachgewiesen werden wird.

fahrungsart für die Aufnahme der Wälder durch den Meßtisch nichts mehr zu wünschen übrig. Ich habe bey dem oben erwähnten Walddistrict die berechnete Diagonale = $827^{\circ},21$ und eben diese Diagonale auf dem Meßtische bey der verbesserten Figur = $827^{\circ},7$ gefunden. Vergleicht man dieses mit §. 98., so ist auch dieser Unterschied unbedeutend. Auch habe ich öfters bey einer verbesserten Figur, wo es der lichte Stand des Holzes zuließ, Diagonalen durchmessen lassen und das Resultat zureichend genau gefunden.

3) Selten wollen die Geometer mit der Sprache über den Schluß einer am Umfange aufgenommenen Figur frey heraus, und jeder will bis auf eine Kleinigkeit geschlossen haben. Ist es wirklich an dem, so darf man sich nur den Schluß der Figur angeben, und in der Nähe desselben eine oder zwey Diagonalen durch die aufgenommene Figur, so wie die beyden Umfangslinien zunächst am Schlusse messen lassen (jedoch mit eben demselben Längenmaße, mit dem die Umfangslinien der Figur gemessen wurden), und sie mit den gleichnamigen Linien auf dem Papier vergleichen; so wird sich gleich zeigen, wie weit diese Resultate mit jener Behauptung zutreffen. Öfters ist auch der Unterschied am Schlusse so unbedeutend, daß es sich der Mühe nicht lohnt, obige Verbesserung anzubringen; aber meistens ist er von der Art, daß man diese nicht außer Acht lassen kann, wenigstens muß man die Verbesserung vom Schlusse an, wo die Umfangspuncte schon beträchtlich von ihrer wahren Lage abgewichen sind, so weit vornehmen, bis der Unterschied mit dem Zirkel nicht mehr gefaßt werden kann, und also für die Ausübung als nichts mehr zu achten ist, weil sonst im Unterlassungsfalle diese Fehler durch alle angeschlossenen Figuren oder Meßtischblätter sich mittheilen, und endlich die letzte Figur auf dem Papier jener auf der Erde bey weitem nicht mehr ähnlich seyn würde. 117.

4) Endlich würde diese Verbesserungsmethode einer mit dem u. Meßtisch aus dem Umfange aufgenommenen Figur den höchsten Grad 118. von Richtigkeit, der für eine practisch-geometrische Gewißheit gelten könnte, erhalten, daß eine Figur wie 117. um das Dreyeck Ass' zu groß, und wie 118., um das Dreyeck Ass' zu klein sey, wenn der Visirstrahl, nachdem man vorher den Meßtisch in A aufgestellt, nach B oder B' eingerichtet (§. 87.), und sodann das Visirlinéal an AS gelegt hat, wo nicht genau, doch nahe an den gleichnamigen Punct S auf der Erde hintrifft.

Da aber diese Probe bey einem mit hohem Holze bewachsenen Walddistricte, wegen Mangel der nöthigen freyen Aussicht, nicht vor-

Fig. genommen werden kann, so habe ich dieselbe bey einer Figur von ziemlicher Größe (von 63 Umfangswinkeln und 122 Hoch 849 Quadratklastern Inhalt), die diese Probe zuließ, vorgenommen und den Erfolg vollkommen befriedigend, auch die Diagonale AS mit der gemessenen auf der Erde (von $304^{\circ},4$ Länge) bis auf $0^{\circ},2$ übereinstimmend gefunden.

§. 178.

Daß die obige Verbesserungsmethode ein möglichst richtiges Annäherungsmittel zur Wahrheit ist, kann sich jeder selbst durch die vorangeführten Prüfungen leicht überzeugen, und man kann sich derselben in der Ausübung um so sicherer bedienen, als selbst die äußerst richtigen polygonometrischen und trigonometrischen Aufnahmen Verbesserungen bedürfen*), und als man selbst bey vielen rein mathematischen Rechnungen der Wahrheit sich nur nähern kann. Sollte man sich z. B. in der Ausübung keiner Kreisrechnung bedienen, weil der Umfang des Kreises nicht genau und erschöpfend, sondern nur durch Annäherung bestimmt werden kann? Oder sollte man den so großen und vielfältigen Vortheilen der logarithmischen Rechnungen entsagen, weil man die Logarithmen nicht genau, sondern nur in Decimalbrüchen durch Annäherung bestimmen kann? u. m. dgl.

Daß übrigens die Methode im Auffuchen und Verbessern der vermeidlichen Fehler (§. 165.) sowohl, als auch der Verbesserung unvermeidlicher Operationsabweichungen (§. 173.) auch auf andere Instrumente eben so angewendet werden könne, wird jedem bey einigem Nachdenken sogleich einleuchten.

§. 179.

Bey jeder Karte (Mappe) oder jedem geometrischen Grundriß eines Feldes oder Grundstückes ist es nützlich, ja oft erforderlich, daß die Richtungen der vier Weltgegenden, oder wenigstens die Richtung von Süd nach Nord (von Mittag gegen Mitternacht), oder auch nur die Richtung der Magnetnadel und ihre Abweichung von Norden an-

*) Herr Professor Däzel sagt sehr wahr, »daß es im Allgemeinen unmöglich ist, eine Figur ohne alle gemachte Verbesserung zum richtigen Schlusse zu bringen.« Seite 53. in seiner Methode, große Wälder aufzunehmen etc.

gezeigt sind. Bey den Forstkarten ist dieses unerlässlich nothwendig. Fig.
Um demnach die Mittagslinie für einen gegebenen Ort, so genau als es hier für diese Anwendung erforderlich ist, zu bestimmen, verfare man dabey nach der folgenden

Aufgabe. Die Richtung der Mittagslinie eines beliebigen Ortes zu bestimmen, und nach dieser die Abweichung der Magnetnadel für eben diesen Ort zu finden.

1) **Auflösung.** Man wähle an einem beliebigen Punkte *a* (Fig. 97. *M*) der vermessenen Fläche einen freyen ebenen Platz, 97.
von einigen Quadratlastern groß, beschreibe aus jenem nach §. 126. einige gegen Norden gelegene, concentrische Kreisbogen mit verschiedenen Halbmessern *), errichte und befestige in dem gemeinschaftlichen Mittelpunct einen, in §. 40. 1) beschriebenen, mit einer Visirplatte **) versehenen Absteckstab mittelst eines Senkels genau lothrecht. Hierauf beobachte man an einem heitern Vormittage ungefähr zwischen 10 und 11 Uhr, wenn der Lichtpunct einen Kreisbogen schneidet, und bemerke jedesmahl die Mitte dieser Schnitte *i*, *h*, *g*. Gleichermaßen bemerke man nach zwölf Uhr, ungefähr zwischen 1 und 2 Uhr die Durchschnitte *f*, *d*, *c*; theile jeden Bogen in zwey gleiche Theile; in *p*, *q*, *r*, und verbinde diese Theilungspuncte mit dem Mittelpunct *a*, so wird die Gerade *ab* die verlangte Mittagslinie für den Punct *a* seyn, die beliebig verlängert und in die vermessene Fläche mit aufgenommen und eingezeichnet werden kann.

Stellt man endlich in *a* die Bussole auf, und visirt nach *b*, so wird die Magnetnadel bey ihrer Ruhe die Abweichung von Norden für diesen Ort zu erkennen geben.

Daß man mehre concentrische Kreise beschreibt, geschieht deswegen, daß die obige Bestimmung an demselben Tage nicht so leicht unausführbar werde, wenn bey nur Einem gezogenen Kreisbogen,

*) Diese müssen nach der Höhe der Mittagssonne in verschiedener Jahreszeit kürzer oder länger, als der im Mittelpunct zu errichtende lothrechte Stab seyn.

**) In der Mitte derselben genau in der Verlängerung der Achse des Stabes mache man eine runde Öffnung *n* im Durchmesser von $\frac{1}{2}$ Zoll, damit die Sonnenstrahlen ungehindert ein- und durchfahren können. Wäre die Visirplatte zu dick, so schneide man eine größere Öffnung aus, und verklebe diese mit Papier, in welches obige Öffnung in der nöthigen Eigenschaft gemacht werden kann.

Fig. etwa zur Zeit des Markirens zufällig die Sonne durch eine Wolke
97. gedeckt würde.

2) Auflösung. An einem schief stehenden Absteckstabe mn (Fig. 97. N), lasse man eine etwas dicke, mit einem Senkel beschwerte Schnur über jenen Punct a lothrecht herabhängen, beobachte die Durchschnitte, welche der Schatten vom Ende der Schnur bey n auf den Kreisbögen in e und i anzeigt, und verfare weiters wie oben.

Damit der Senkel durch die Luftbewegung nicht aus seiner lothrechten Richtung gebracht werde, lasse man denselben in ein, genau über den Punct a gestelltes, mit Wasser gefülltes Gefäß hängen.

3) Auflösung. Mitteltst einer solchergestalt über den Punct a lothrecht hängenden, etwas dünnen Schnur, visire man in der erstern Zeit der Abenddämmerung nach dem Polarstern, und lasse in einiger Entfernung durch einen Gehülfsen in diese Verticalebene zugleich einen Stab lothrecht errichten; so ist auch durch diese zwey Puncte die Mittagslinie zu dem vorliegenden Zwecke zureichend genau und auf die einfachste Weise bestimmt. Die Abweichung der Magnetnadel wird, wie oben gezeigt, angegeben.

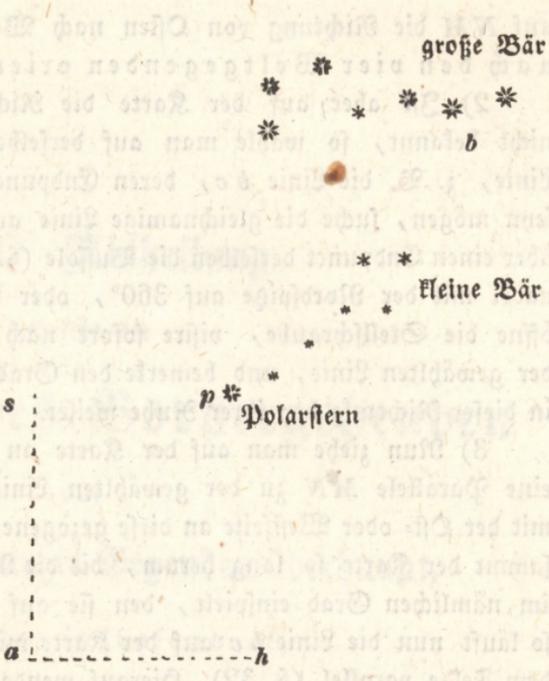
Der Polarstern, so wie die auf eine gewisse Entfernung ihn umgebenden Sterne verlieren sich in Europa nie unter den Horizont, und scheinen sich, wegen der täglichen Drehung der Erde um ihre Achse, in größern und kleinern Kreisen um jenen Stern zu bewegen (selbst dieser Stern, da er nicht ganz genau im Pole liegt, scheint einen Kreis zu beschreiben). Dessen ungeachtet aber kann bey jedem Stande der Gestirne der Polarstern durch das Sternbild des großen Wären, dem gemeinen Manne, wegen seiner Figur, unter dem Namen des großen Wagens bekannt, auf folgende Art leicht bestimmt werden.

Man verlängere in Gedanken die hintern Räder des sogenannten Wagens, jedesmahl nach der Seite hin, wohin der Bruch oder mittlere Stern b der Wagenstange (Deichsel) zeigt *); so wird diese

*) Dieser Ausdruck mag hier deswegen erlaubt seyn, um bey jeder Stellung dieses Gestirns sichere Merkmahle angeben zu können, wohin die erwähnte Verlängerung jedes Mahl geschehen soll.

Fig. 97.

Verlängerung auf einen Stern treffen ¹⁾, der in dieser Gegend der größte ist. Als ein zweytes Merkmal kann auch dienen, daß die vom Auge des Beobachters *a*, nach demselben gedachte Richtung *ap*, den rechten Winkel *sah* in zwey ziemlich gleiche Theile theilt, welchen nämlich die durch das Auge des Beobachters gedachte Scheitellinie *as*, und die Horizontallinie *ah* einschließen; dieser Stern ist der Polarstern



dem (unbewaffneten) Auge sichtbare äußerste Stern im Kleinen Bären (der vorderste in der Deichsel des kleinen Wagens). Man sieht, daß diese zwey Sternbilder eine ziemlich ähnliche, aber verkehrte Figur haben ²⁾.

§. 180.

Aufgabe. Zu einer Karte die Orientirung, das heißt, die Mittagslinie zu finden.

Auflösung. 1) Wenn bey einer Karte die Richtung der Magnetnadel *sn* angezeigt, und vermög der vorigen Aufgabe auch derselben Abweichung von Norden bekannt ist, so verzeichne man aus einem beliebigen Punkte *m* an der gegebenen Richtung *sn* den Abweichungswinkel gegen Osten, wenn die Magnetnadel, wie bey uns westlich abweicht, sonst aber auf die entgegengesetzte Seite; so wird die Richtung *NM* die Mittagslinie, und eine Senkrechte

117.

¹⁾ Sie trifft zwar nicht ganz genau, jedoch sehr nahe an ihn, jedes Mal einwärts gegen das Viereck des kleinen Wagens (kleinen Wagen).

²⁾ Man lese hierüber J. J. Littrow's populäre Astronomie, im 1. Theile.

Fig. 117. auf NM die Richtung von Osten nach Westen; mithin die Karte nach den vier Weltgegenden orientirt seyn.

2) Ist aber auf der Karte die Richtung der Magnetnadel nicht bekannt, so wähle man auf derselben eine beliebige gerade Linie, z. B. die Linie bc , deren Endpunkte b und c Grenzsteine seyn mögen, suche die gleichnamige Linie auf dem Felde auf, stelle über einen Endpunct derselben die Busssole (§. 92.), lasse die Magnetnadel mit der Nordspitze auf 360° , oder nach Norden einspielen, öffne die Stellschraube, visire sofort nach dem andern Endpuncte der gewählten Linie, und bemerke den Grad, den die Magnetnadel in dieser Richtung bey ihrer Ruhe weist.

3) Nun ziehe man auf der Karte an einem schicklichen Platze eine Parallele MN zu der gewählten Linie bc , lege die Busssole mit der Ost- oder Westseite an diese gezogene MN , drehe die Busssole sammt der Karte so lang herum, bis die Nadel mit der Nordspitze im nämlichen Grad einspielt, den sie auf dem Felde gezeigt hat: so läuft nun die Linie bc auf der Karte mit der gleichnamigen auf dem Felde parallel (§. 32). Hierauf wende man, bey unverrückter Karte, bloß die Busssole um einen in der gezogenen Linie MN gewählten Punct m so herum, daß die Nordspitze auf 360° einspielt, und ziehe durch m die Gerade sn ; so ist diese die Richtung der Magnetnadel. Verzeichnet man weiter, nach der oben unter 1) gezeigten Art, den Abweichungswinkel, so erhält man endlich die Orientirung der Karte nach den vier Weltgegenden.

Dem Buchbinder zur Nachricht:

Die Kupfertafeln sind ganz zum Heraus schlagen einzubinden, wozu das nöthige Papier an jeder Tafel schon vorhanden ist.