

Dritter Abschnitt.

Vom Auffuchen und Verbessern der Fehler einer an ihrem Umfange aufgenommenen Figur.

§. 164.

Hierbey muß man sich um so mehr nur auf Figuren beschränken, die wegen Mangel an freyer Aussicht, wie z. B. bey Wäldern, aus dem Umfange aufgenommen werden müssen als in andern Fällen, bey hinlänglich freyer Aussicht nämlich, durch gewisse, weiter unten folgende Vorsichten Fehlern leichter vorgebeugt werden kann, und solche auch eher zu entdecken sind. Aus §. 96 erhellet, daß überhaupt bey jeder Messung nur in den Winkeln und Linien Fehler entstehen können, und daß solche theils vermeidliche, theils unvermeidliche sind; erstere können durch Fleiß und hierzu erforderliche Aufmerksamkeit des Geometers ganz beseitiget, letztere hingegen nur dadurch vermindert, und das Resultat der Wahrheit bis zur Unbeträchtlichkeit angenähert werden, wenn man theils der Mittheilung und Anhäufung dieser einzelnen an und für sich unbedeutenden Fehlerchen, durch gewisse, im Vorhergehenden schon angeführtes Mittel Grenzen setzt, theils auch die angehäuften Summe der unvermeidlichen kleinen Operationsabweichungen wieder auf die ganze Figur zurück, woher sie entstanden sind, durch gewisse auf Vernunft und Erfahrung gegründete Regeln vertheilet.

Fig.

A. Vom Auffuchen und Verbessern derjenigen Fehler, die zwar vermieden werden können, doch aber bey zu geringer Aufmerksamkeit öfters sich einschleichen.

§. 165.

Beym Abwisiren der Winkel durch das Dioptrilineal, und bey dem Orientiren des Meßtisches durch Hülfe der Magnetnadel müßte es gar sehr nachlässig hergehen, wenn bey irgend einem Winkel des

- Fig.** Umfanges ein solcher Fehler sich einschleichen sollte, der auf den Schluß der Figur einen beträchtlichen und merkbaren Einfluß hätte. In jenen Fällen, wo die Magnetnadel durch äußere atmosphärische Einwirkung nachtheilig auf die Messung werden könnte, leistet man auf ihren Gebrauch obnehin Verzicht; es kann also bey Beachtung der §. 101. angeführten Vorsichten in den Umfangswinkeln so leicht kein merkbarer Fehler unterlaufen. Ist aber im Abvisiren, oder durch Verrückung des Tisches *z.*, bey einem Winkel dennoch ein Fehler unterlaufen, so pflanzt sich dieser bey Springständen parallel, bey der Messung ohne Springstände aber beynah im Verhältnisse der Standpuncte, die zwischen dem fehlerhaften und Schlußpunct liegen, progressiv fort. Anfängern geschieht es manchemahl, daß sie das verjüngte Maß einer
- 111.** Linie, *z.* B. anstatt selbes auf die neue, zuletzt gezogene Wisur *ca* zu tragen, auf die Verlängerung der vorletzten von *c* bis *x*, also zwey einen Winkel bildende Umfangslinien auf Eine Gerade auftragen. In einem solchen Falle ist es so viel, als ob ein fehlerhafter Winkel von der Größe = dcx in der Figur wäre. Die Fortpflanzung des Fehlers geschieht in beyden Messungsarten wie vorhin gesagt ist. In beyden Fällen gibt es kein anderes Mittel, den fehlerhaften Punct zu finden, als an den bereits aufgenommenen Umfang nachzusehen, wo zwey verjüngte Maße auf Einer Geraden aufgetragen sind, oder die Messung von Neuem anzufangen, mit aller Aufmerksamkeit fortzusetzen und zu vollenden.

§. 166.

Bey der Umfangsmessung einer Figur sind so viele Linien unmittelbar mit der Kette zu messen, wobey es bey noch ungeübten Anfängern nicht immer ganz zu vermeiden ist, daß nicht bey dem Wechseln der Kettennägel, oder bey dem Ansagen oder Aufschreiben der Länge einer Linie durch die Kettenzieher, oder auch bey dem Abstechen des verjüngten Maßes und Auftragen desselben, eine Irrung unterlaufe; die nach meiner Erfahrung gewöhnlich entweder eine Kettenlänge, oder, wenn die Irrung durch den verjüngten Maßstab entsteht, eine Hauptabtheilung derselben beträgt (§. 113.).

Ist auf diese Weise bey einer Figur in der Länge der Umfangslinie nur Ein Mahl gefehlt, d. h. ist das verjüngte Maß nur ein einziges Mahl entweder zu groß oder zu klein aufgetragen worden, so kann diejenige Umfangslinie, bey welcher der Fehler vorgefallen ist, auf folgende Art leicht gefunden werden:

Es sey (Fig. 111.) eine Fläche, die, noch §. 154. von *a* aus rechts und links aufgenommen, bey *s* vollkommen schliesse. Nun nehme man an, es sey bey der Umfangslinie *lm* entweder bey der Meßkette, oder im Auftragen des verjüngten Mafses ein Fehler unterlaufen, und zwar sey diese Linie um ein gewisses Stück *mm'* zu lang aufgetragen worden; so wird z. B. die punctirte Grenze *m'n'o'p'q's'*, und bey dem Schlußpuncte *s* eine Öffnung *ss'* entstehen, die, wenn sonst kein Fehler unterlaufen ist, dem zu lang aufgetragenen Stücke gleich und parallel seyn muß.

Denn bey den Parallelogrammen *ss'q'q*, *qq'p'p*, *pp'o'o* u. s. w. sind die schmalen Seiten einander gleich, nämlich $ss' = qq' = pp' = oo' = nn' = mm'$. Es ist demnach leicht die Umfangslinie zu finden, wo ein derley Fehler gemacht wurde (vorausgesetzt, daß nicht an mehren Stellen der Figur gefehlt sey), indem man an die zwey Puncte *s* und *s'* das Diopterlineal anlegt und untersucht, welche Umfangslinien mit der Richtung des Lineales *xy* entweder vollkommen, oder zunächst parallel sind *), welches man bey großen Figuren in Ermangelung großer rechtwinkliger Dreyecke vermög (Gmtr. 43. 2) durch Hülfe beschriebener Kreisbögen *vw* leicht mit gleichen Halbmessern und Daranlegung des Lineals *vw* beurtheilen kann. Diejenigen Umfangslinien nun, die mit der Richtung des an *ss'* oder *vw* angelegten Diopterlineales parallel sind, müssen noch einmahl gemessen werden, als hier z. B. *fg* und *lm'***), wo man in diesem Falle bey der Linie *lm'* den Fehler sicher entdecken wird. Wäre er in diesen zwey Linien nicht gefunden worden, so müßten auch die Linien *pg* und *is* nachgemessen werden, weil man vermöge des Vorigen Ursache hätte, den Fehler auch hier zu suchen.

Die parallele Lage der zu groß oder zu klein aufgetragenen Länge einer Linie mit der Richtung der zwey Schlußpuncte, zeigt sich sowohl bey der Messung mit als ohne Springstände.

§. 167.

Ist nun auf diese Art die fehlerhafte Umfangslinie gefunden, so läßt sich der Fehler dadurch verbessern, und die Figur zum Schlusse

*) Wegen der unvernünftigen kleinen Fehlerchen (§. 95.) wird die Richtung *ss'* von der parallelen Lage der fehlerhaften Linie *lm* öfters etwas abgelenket.

**) Man muß die Linien *mn*, *no*, *op*, *pq* und *qr* hinweg denken, weil in der Wirklichkeit anstatt der Figur *mno p...s* die punctirte *m'n'o'p'...s'* entsteht.

Fig. bringen, indem man das gefundene richtige Maß auf die fehlerhafte
 111. Linie, wie hier z. B. von l bis m gehörig aufträgt, durch m zu $m'n'$
 eine Parallele mn führt, und die Länge $m'n'$ von m bis n trägt,
 um den richtigen Punct n zu erhalten. Auf eben diese Weise verfährt
 man auch bey den übrigen Linien; man zieht nämlich durch n eine
 Parallele no mit $n'o'$, macht $no = n'o'$ u. s. w.; so wird end-
 lich die Figur bey s sich schließen. Käme diese fehlerhafte Figur
 $m'n'o'p'q's'$ innerhalb der Fläche zu liegen, so verfährt man bey
 dem Auffuchen und Verbessern des Fehlers ganz nach den vorigen
 Regeln. Auf diese Weise kann eine fehlerhaft gemessene Figur verbessert
 werden, ohne daß man nöthig habe, die Messung von Neuem
 vorzunehmen.

In dem besondern Falle, wenn in einer der beyden Schluß-
 linien is oder qs selbst gefehlt worden wäre (welches bey letzteren
 manchmahl gewöhnlich dadurch zu geschehen pflegt, indem Anfänger
 aus Wißbegierde, wie die Figur sich schließen werde, die gehörige
 Aufmerksamkeit nun außer Acht lassen), liegt das fehlerhafte Stück
 jedesmahl in einer dieser Linien selbst, die durch wiederholtes Messen
 und Auftragen des verjüngten Maßes leicht verbessert werden kann.

Wäre in einer und derselben Figur bey zwey Umfangslinien
 gefehlt worden, so können in dem äußerst seltenen Falle, wenn die
 fehlerhaften Linien beynähe oder ganz parallel sind, durch zwey-
 mahlige Anwendung der obigen Regeln die fehlerhaften Linien ge-
 funden und verbessert werden, wovon man sich durch eine beliebige
 Figur bald überzeugen kann. Hätte man aber Ursache, an der Rich-
 tigkeit des Längenmaßes bey irgend einer Linie zu zweifeln, so revi-
 dire man die aufgetragenen Umfangslinien mit dem Manuale, lasse
 die fehlerhaft sich zeigende Linie zur vollkommenen Überzeugung noch
 einmahl messen, und verbessere den etwa gefundenen Fehler auf
 die vorige Art. Nun kann bey noch nicht erfolgtem Schlusse der Figur
 die noch vorhandene fehlerhafte Linie eben so, wie oben, aufgesucht
 und verbessert werden.

Ist endlich bey mehreren Umfangslinien gefehlt, d. h. ist die
 ganze Aufnahme fehlerhaft und unrichtig, so gibt es dafür keine
 andere Regel, als die ganze Arbeit von vorne anzufan-
 gen, mit gehöriger Aufmerksamkeit fortzusetzen und zu vollenden.
 Eine solche Lection gibt für den verlorne Zeit-, Arbeit- und Kosten-
 aufwand, und den dabey gehaltenen Verdruß doch den Ersatz, daß da-
 durch für die Folge die Aufmerksamkeit geweckt und wach erhalten werde.

§. 168.

In §. 166. sind die Linien mn , no , $op \dots$ mit den Linien **Fig.**
 $m'n'$, $n'o'$, $o'p'$, \dots parallel, mithin die Vierecke $mm'n'n$, **111.**
 $nn'o'o \dots$ als Parallelogramme angenommen worden (Gmtr. 48.),
 welches zwar die vollkommene geometrische Schärfe nicht hat; aber
 des so unbedeutenden Unterschiedes wegen, in der Ausübung als
 praktisch richtig angesehen werden kann, wie es aus der folgenden
 Betrachtung erhellet:

Es stelle (**Fig.** 112.) $mm'n'n$ das erste Viereck $mm'n'n$ aus
Fig. 111. auf dem Meßtischblatte vor, M sey derjenige Punkt auf
 der Erde, der von m aus hätte anvisirt werden sollen, aber wegen **112.**
 des fehlerhaft aufgetragenen Stückes mm' aus m' anvisirt worden
 ist; es sey ferner $mM = 20$ Klaftern nach irgend einem landesüb-
 lichen, und die gleichnamige $mn = 20$ Klaftern in verjüngtem,
 und $mm' = 10$ Klaftern ebenfalls in verjüngtem Maße. Es ist
 daher bey einem verjüngten Maßstabe, den wirklichen Zoll zu 40
 verjüngten Klaftern, $nM = 20 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 40 = 57600$ verjüngten
 Klaftern, und $nM = mM - mn = 57600 - 20 = 57580$ Klaf-
 tern in verjüngtem Maße. Nun findet in den ähnlichen Dreiecken
 mMm' und nMn' folgende Proportion Statt:

$$mM : mm' = nM : nn'$$

$$\text{oder } 57600 : 10 = 57580 : nn';$$

woraus $nn' = 9,9965 \dots$ verjüngten Klaftern folgt. Es ist
 also nn' von mm' nur um $10 - 9,9965 = 0,0035$ einer ver-
 jüngten Klafter verschieden, ein so unbedeutendes Theilchen, daß
 man es mit bewaffnetem Auge nicht mehr wahrnehmen kann; mithin
 kann mit vollem Rechte $nn' = mm'$ und folglich in **Fig.** 111. die
 Figur $mnop \dots$ parallel zu $m'n'o'p' \dots$ gesetzt werden. Eben
 dasselbe Resultat erfolgt, wenn der Punkt M von dem Meßtische
 10, 100 oder mehre Klaftern entfernt wäre (**Nk.** 268, V.).

§. 169.

Eine Figur kann vollkommen schließen, und doch
 fehlerhaft aufgenommen seyn, wie aus **Fig.** 113. zu **113.**
 sehen ist, in welcher die scharf gezogenen Linien die richtige, die mit
 punctirten Linien aber die fehlerhafte Figur bezeichnen; und zwar,
 wenn entweder ganz oder beynahе sich parallele Umfangs- oder Stand-
 linien um gleich viel zu lang, oder bey eben diesen Voraussetzungen,

Fig. zu kurz aufgetragen werden. Obschon solche Fälle unter die äußerst
 113. seltenen gehören, so glaube ich doch Anfänger hierauf umsomehr
 aufmerksam machen zu müssen, als solche Fehler bey einer einzel-
 nen Figur, da man durch den genauen Schluß derselben auch von
 der Richtigkeit überzeugt zu seyn glaubt, gar nicht oder erst bey
 der daranstoßenden entdeckt werden können, und ein solcher Fall
 zwey hiesigen Forstzöglingen bey der Übung im Vermessen der Wäl-
 der im Jahre 1814 wirklich vorgekommen ist.

114. Die Figur 114, wo dieser Fall sich ereignet hatte, war von *a*
 bis *f* durch einen Fahrweg, von *f* bis *n* und von da bis *a* durch
 Kennwege begrenzt. Weil die Figur nur von einem kleinen Flächen-
 inhalt war, und auf dem Kennwege sehr lange Standlinien ge-
 nommen werden konnten, so fanden sie nicht nöthig, solche vermög
 §. 154. von Einem Punkte aus rechts und links aufzunehmen,
 sondern verfahren dabey nach §. 153. II. Bey dem Schlusse *a*
 konnte man des unbedeutenden Unterschiedes wegen zufrieden seyn,
 und diesen als die Summe des Überschusses der positiven und nega-
 tiven unvermeidlichen Meßabirrungen ansehen (§. 96); genug, man
 war mit dem Schlusse, dessen unbedeutende Öffnung man nach
 der gleich unten folgenden Regel nicht vertheilen wollte, zufrieden.
 Die auf der nördlichen Seite *fn* daran stoßende Figur, welche
 wegen ihrer beträchtlichen Größe das Meßtischblatt ziemlich ausfüllte,
 konnte ungeachtet einer zweymahligen Messung (die Linien von *f*
 bis *n* ausgenommen) nicht zum Schlusse gebracht, und die beträcht-
 liche Öffnung bey demselben auch nicht für die Summe der sich mit-
 getheilten unvermeidlichen Abirrungen angesehen werden. Endlich
 entschloß man sich doch, auch die Standlinien von *f* bis *n* zu messen,
 und man fand, daß bey der Linie *kl* um eine ganze Kettenlänge
 = 10 Klaftern zu viel aufgetragen ward. Und nun brachte man
 wohl die erstervähnte Figur nach der §. 167 gegebenen Regel zum
 Schluß; allein es war jetzt um den Schluß der oben angeführten
 kleinen Figur geschehen; deswegen man sich entschließen mußte, die
 Messung der Linien von *n* weiter bis *a*, und nöthigen Falles auch
 von da bis *f* fortzusetzen. Allein man fand zum großen Vergnügen
 schon bey der Linie *qr*, daß auch hier um eine Kettenlänge zu viel
 aufgetragen ward.

Da die Linien *kl* und *qr* nicht genau parallel sind, so hat
 nach der vermög §. 167. gemachten Verbesserung das gefundene
 richtige Maß von *qr* in *r* auch nicht genau eingetroffen; dessen

ungeachtet aber hatte nach der fortgesetzten Verbesserung diese Figur **Fig.**
bey *a* ganz genau geschlossen. **115.**

u.

116.

§. 170.

Vorhergehender Zufall bewog mich, auch die übrigen möglichen Fälle zu untersuchen, und Anfänger hierauf aufmerksam zu machen, welche aus den Figuren 115. und 116. deutlich erhellen. Hierbey bezeichnet *a* den Anfangspunct, *s* aber den Schlüsspunct (§. 154.), die scharf gezogenen Linien die richtigen, die mit punctirten Linien aber die fehlerhaften Figuren. Aus dem Bisherigen erhellet also, daß bey einer einzigen Figur, besonders wo im Messen der Linien nicht sehr genau vorgegangen worden ist, und in welcher Linien vorkommen, die entweder genau oder beynah parallel laufen, der richtige Schluß zweifelhaft sey; daß man hingegen die in eine Figur eingeschlichenen Fehler dieser Art bey der daranstoßenden entdecken werde.

Wie endlich ein Fehler aufgesucht werden soll, der im Abviresiren der Umfangswinkel sich eingeschlichen hat, kann hier um so mehr übergangen werden, als bey Befolgung der bereits schon angegebenen Vorsichten nicht so leicht ein solcher Fehler sich ereignen werde, und bey einem dennoch sich ergebenden Falle die dafür vorhandene Regel bey großen Figuren um so weniger zureichend ist, als wegen der Mittheilung der unvermeidlichen Abweichungen die Winkelpuncte gegen den Schluß hin schon so viel aus ihrer gehörigen Stelle gebracht sind, daß es nebst Einer Diagonale, welche den fehlerhaften Winkel anzeigen soll, deren mehre von dieser Eigenschaft geben wird, wodurch eben so viele fehlerhafte Winkel vorhanden seyn müßten; also bleibt der eigentliche Fehler hierdurch unbestimmt. Man vergleiche übrigens hierüber Joh. Joh. Mayers prakt. Geometrie, zweyten Theil, Seite 510 u. f. w.

Überhaupt ersehen Anfänger hieraus, wie unerläßlich nothwendig es sey, die bisher empfohlene Aufmerksamkeit und Vorsichten auf das Genaueste zu beachten.