

Fig. 14. Der mehrern Richtigkeit wegen soll man die Winkel nicht viel über, und nicht viel unter 60° messen, vermöge §. 108. und 109. Auch ist es vortheilhaft, wenn der tausendtheilige Maßstab $\frac{3}{4}$ bis 1 Fuß lang ist. Ferner erhellet von selbst, daß in den meisten gewöhnlichen Fällen die Secunden ohne Nachtheil hinweggelassen werden können.

Zweyter Abschnitt.

Verschiedene geometrische und trigonometrische Aufgaben, als Vorbereitung zur Vermessung ganzer Gegenden.

§. 121.

Die Ausmessung gerader Linien, wobey der Maßstab ohne Hinderniß unmittelbar angelegt werden kann, ist schon §. 75. bis 81. gezeigt worden: es kommt aber sehr oft vor, daß entweder die auszumessenden Linien zu lang sind, folglich die Messung zu weitläufig würde, oder daß Hindernisse sich entgegenstellen, die keine unmittelbare Messung zulassen, oder sie doch beschwerlich machen. In diesen Fällen gibt uns die theoretische Geometrie, besonders aber die Lehre von den Proportionallinien und der Ähnlichkeit der Figuren Hülfsmittel an die Hand, auch ohne wirkliche Anlegung des Maßstabes dergleichen Linien zu messen. Dieses kann nach Umständen entweder mit oder ohne Meßinstrumente geschehen.

A. Einige, der nützlichsten Aufgaben, welche auf dem Felde ohne Instrumente, bloß mittelst Stäben und der Kette aufgelöst werden können.

§. 122.

1. Aufgabe. Auf dem Felde einen Winkel von 60 Graden auszustechen.

Auflösung. Man schlage an beyden Enden der ausgespannten Kette Pflöcke *a* und *b*, lasse einen Kettenring, z. B. in *a*, fest liegen, und reiße mit einem durch den andern *b* gesteckten Pflöck bey angespannter Kette in der Gegend bey *c* einen kleinen Bogen auf der Erde, diesen Bogen durchschneide man mit derselben Länge der Kette aus *b*; so ergibt sich der Punct *c*, der mit *a* und *b* bey *a* einen Win-

kel von 60° bildet (Gmtr. 73.), und nöthigen Falls durch eine gespannte Schnur oder ein aufgehauenes Gräbchen sichtbar gemacht werden kann. Theilt man den Bogen cb in zwey gleiche Theile, so ist der Winkel $fab = fac$ ein Winkel von 30 Graden, und trägt man auf dem verlängerten Bogen cd die Sehne cf von c bis d auf; so ist der Winkel dab ein rechter. Es erhellet nun leicht, wie durch eine bloße Theilung und Zusammenstellung der Bogen für den gewöhnlichen praktischen Gebrauch auch andere Winkel von beliebiger Anzahl der Grade auf dem Felde ausgesteckt werden können.

2. Aufgabe. Einen Winkel $ca'b'$ auf dem Felde abzustecken, der einem gegebenen fab an Größe gleich ist.

Auflösung. Man messe den Schenkel ab , und übertrage dessen Länge von a' bis b' ; sodann ziehe man mit der Länge ab aus a einen kleinen Bogen bey c , endlich durchschneide man diesen Bogen mit der gemessenen Länge bf aus b' ; so wird der Winkel $ca'b' = fab$ seyn (Gmtr. 17.).

Es darf nur erinnert werden, daß aus den gemessenen zwey Schenkeln und der Sehne eines Winkels leicht ein Winkel von gleicher Größe auf dem Papier nach einem beliebigen verjüngten Maßstabe verzeichnet werden kann.

§. 123.

Aufgabe. Aus einem in einer Geraden ab gegebenen Punkte c eine Senkrechte auf dem Felde zu errichten.

1. Auflösung. Man trage aus dem gegebenen Punkte c auf der Geraden rechts und links eine beliebige, jedoch gleiche Länge bis f und d , sodann lege man die Endringe der Kette über die in f und d befestigten Pföcke, fasse die Kette in ihrer Mitte mittelst eines dritten Pflockes, und schlage diesen, bey gleichförmiger Anspannung der Kette, bey g in die Erde: so geben die zwey Punkte g und c die verlangte senkrechte Richtung auf ab , die nöthigen Falls mittelst eines Gräbchens oder einer gespannten Schnur sichtbar gemacht werden.

Bestimmt man mit einem längern Theil der Kette auf dieselbe Weise einen zweyten Punct h ; so müssen bey richtigem Verfahren die drey Punkte h , g und c in einer geraden Linie liegen.

Bey erforderlicher größerer Genauigkeit trägt man eine größere Länge von c bis d und f , und reißt dann mit der ganzen Länge der nach einander in f und d befestigten Kette bey g kleine Bögen in die Erde, um den Punct g zu erhalten.

Fig.
45.

Oder nachdem man auf die obige Weise die Senkrechte cg errichtet hat, verlängert man dieselben bis auf eine bestimmte erforderliche Länge ch , berechnet nun aus den bekannten Längen der Katheten die Hypothenuse fh , und trägt sie von f bis h , so wie von a bis h , an den daselbst ausgespannten Schnüren mittelst zwey wechselweise an einander geschobenen Klasterstäben, auf, und berichtigt, bey einer sich zeigenden Abweichung des Punctes h , die senkrechte Stellung hc auf ab . Es sey $cf = cd = 30$, $ch = 40$ Klaftern gemessen worden: so findet man $fh = ah = 50$ Klaftern (Gmtr. 89.).

2. Auflöfung. Hat man eine Messkette, deren jede Klafter in sechs Fuße getheilt ist: so stecke man drey Pföcke dergestalt durch Ringe der Kette, daß zwischen den Pföcken c und f 15, zwischen c und d 20, und zwischen f und d 25 solche gleiche Kettentheile liegen, schlage, bey gleichförmig angespannter Kette, diese Pföcke in die Erde; so wird fc senkrecht auf ab seyn (Gmtr. 89.). Bey einer Messkette, deren jede Klafter in zehn gleiche Theile getheilt, und mit einem Ringe bezeichnet ist, werden 24, 32 und 40 solche gleiche Kettentheile genommen, und eben so angewendet.

Ein solcher, gleichsam tragbarer rechter Winkel, kann zur Errichtung mehrerer Senkrechten auf einer Geraden sehr gut verwendet werden.

3. Auflöfung. Man lege einen Endring der Kette über den im gegebenen Puncte a befestigten Pflock, fasse den andern Endring auf einen zweyten Pflock, gehe auf der gegebenen Geraden, beyläufig die halbe Kettenlänge rechts oder links, und befestige diesen Pflock auf der gegebenen Geraden in c ; hierauf fasse man die Mitte der Kette mit einem dritten Pflock, und befestige ihn unter gehöriger Spannung der beyden halben Kettenlängen auf derjenigen Seite der gegebenen Geraden, wohin die Lage der verlangten Senkrechten kommen soll, bey d in die Erde. Endlich hebe man das erste über den gegebenen Punct a liegende Kettenende vom Pflocke ab, und spanne die ganze Kette so aus, daß der Pflock f mit den Pflocken d und c eine mittelst der Kette sichtbare gerade Linie bilden: so wird der Punct f mit a die verlangte senkrechte Richtung auf ab geben (Gmtr. 46.).

Bey einer größeren erforderlichen Genauigkeit nimmt man anstatt der halben, die ganze Kette, bestimmt den Punct d mittelst auf der Erde gerissener Bögen, trägt sodann die Länge cd von d bis f in der Richtung cd auf.

Hieraus ersieht man zugleich, daß man die Methode, Senkrechte Fig. am Ende einer Geraden zu errichten, auch in jedem beliebigen Punkte mit Vortheil anwenden kann.

§. 124.

Aufgabe. Aus einem außerhalb einer Geraden bc gegebenen 57. Punkt a auf dieselbe eine Senkrechte zu fällen.

1. **Auflösung.** Man lege den einen Kettenring über den im gegebenen Punkt a befestigten Pflock, durchschneide bey gespannter Kette durch kurze Bögen die gegebene Gerade in b und c . Hierauf lege man die beyden Endringe der Kette über die in diesen Punkten befestigten Pflocke, fasse die Kette in ihrer Mitte mittelst eines Pflockes, und schlage diesen, bey gleichförmig gespannter Kette, entweder dieß- oder jenseits der Geraden bc in die Erde bey d oder bey f ; so wird a mit d oder f die verlangte senkrechte Richtung auf bc geben (Gmtr. 26.), wodurch ein Pflock m in den gegebenen Geraden nach §. 71. leicht bestimmt werden kann.

2. **Auflösung.** Wenn der gegebene Punkt A von der Geraden BC zu weit entfernt, oder gar unzugänglich wäre; so messe man in B den Winkel ABC vermög §. 122. 2). Sodann messe man auch die Gerade BC nach §. 76., trage einen bestimmten, z. B. den zehnten Theil davon, von C bis b zurück, stecke daselbst den Winkel $m'bn' = ABC$ ab vermög (§. 122. 2): so wird die Richtung AC mit der Richtung bm' den Punkt a bestimmen. Fället man nach der vorigen Auflösung aus diesem Punkte die Senkrechte ad , und trägt die gemessene Länge Cd von C gegen B zurück zehnmal auf; so wird der dadurch bestimmte Punkt D mit dem gegebenen A die verlangte senkrechte Richtung auf BC geben (Gmtr. 59. und 80.).

58.

§. 125.

Aufgabe. Zu einer gegebenen Geraden ab durch einen außerhalb gelegenen Punkt c eine Parallele zu führen. 59.

1. **Auflösung.** Man fälle aus dem gegebenen Punkt auf die Gerade ab nach §. 124. die Senkrechte cd , und messe ihre Länge. In einem andern von d möglichst entfernten Punkte h errichte man die Senkrechte hf vermög §. 123., mache $hf = dc$; so wird die Richtung c und f , welche vermög §. 73. nach Belieben verlängert werden kann, die verlangte parallele Lage haben (Gmtr. 34.).

Fig. 2. Auflösung. Ist der gegebene Punct c zu weit von der Geraden ab entlegen, oder ein kleines Hinderniß davor, so wähle man in der gegebenen Geraden einen Punct d dergestalt, daß der gegebene Punct c sichtbar ist, und der Winkel cdb zwischen 50 bis 70 Grade enthält. Nun messe man diesen Winkel, begeben sich nach c , und stecke daselbst einen gleich großen Winkel ucv an der Geraden dc ab, vermög §. 122. 2). Steht aber ein Hinderniß, wie bey s , entgegen: so verlängere man cd nach §. 73., und stecke an der Verlängerung cq den Winkel $= qcp = mdn$ ab; so wird in beyden Fällen durch die Puncte u und c , oder p und c die verlangte Parallele hp zu ab bestimmt (Gmtr. 36. 1).

61. 3. Auflösung. Ist die gegebene Gerade AB gänzlich unzugänglich; so errichte man sowohl in dem gegebenen c , als auch in einem beliebigen Punct d , von welchem man die Endpunkte A und B der unzugängigen sehen kann, Stäbe, so wie auch einen in der Verlängerung cB , in f , der zugleich in den Geraden dA liegt. Hierauf führe man nach dem vorigen Verfahren durch f die Parallele fp zu dB , sodann auch durch den gegebenen Punct c eine Parallele gg zu dA auf das genaueste. Im Durchschnittspuncte g errichte man einen Stab, schicke einen Gehülfen mit einem andern in die Parallele fp , in diese richte man ihn, von g nach A visirend, so ein, daß er mit seinem Stabe in den Durchschnittspunct m zu stehen kommt. Endlich verlängere man die Gerade mc nach Erforderniß vor- und rückwärts; so wird ab parallel zu AB seyn.

Denn es sind die Dreyecke Aam und mcg , Bbc und mcg , so wie $amf \sim adb \sim cbg$, weil ihre Seiten parallel sind. Aus den Dreyecken Aam und mcg , dann amf und cgb findet man $mc = \frac{af \cdot cb}{Aa}$; ferner aus den Dreyecken Bbc und mcg , dann cbg und amf ,

$$\text{findet man } mc = \frac{bg \cdot am}{Bb};$$

$$\text{folglich } \frac{af \cdot cb}{Aa} = \frac{bg \cdot am}{Bb}, \text{ und}$$

daraus $af : am = aA : bg : cb : Bb$. Aus $amf \sim adb$ ist ferner $af : am = ad : ab$;

daher $ad : ab = aA : bg : cb : Bb$. Aus $adb \sim cbg$ ist endlich $ab : bd = cb : bg$;

folglich $ad : bd = aA : Bb$, also ist ab parallel zu AB , vermög Geometrie 80.

Ist in der Verlängerung der gegebenen Geraden AB (Fig. 63.) Fig. irgend ein ausgezeichnete weit entlegener Gegenstand N (Fig. 59.) sichtbar *): so darf man aus dem gegebenen Punct h nach einem solchen Gegenstand hinvisirend, in dieser Richtung nur einen Stab bey p errichten. (§. 72.); so wird hp für manche, minder genaue Erfordernisse eine zureichende parallele Lage mit AB haben. (Man sehe Fig. 59. und 63., welche in dieser Beziehung zusammen hängen.)

4. Auflösung. Ist der gegebene Punct n auch unzugänglich, 61. so wähle man rück- oder vorwärts desselben einen beliebigen Punct c von solcher Beschaffenheit, daß er indessen die Stelle eines gegebenen zugängigen vertreten könne, und bestimme nach der vorigen Auflösung die parallele Lage ab zu AB . Hierauf bestimme man nach §. 124. 2) die senkrechte Entfernung des unzugängigen Punctes von dieser Parallelen, und stecke endlich in dieser Entfernung nach §. 125.1) eine Parallele zu ab ab; so geht selbe durch den gegebenen unzugängigen Punct n , und ist gleichlaufend zu der gegebenen AB .

§. 126.

1. Aufgabe. Aus dem gegebenen Halbmesser $ma = 25$ Fuß 62. eines Kreises, den Umfang des Kreises auf dem Felde abzustechen.

Auflösung. Man befestige in dem gegebenen oder gewählten Mittelpunct m einen Pflock, und lege darüber einen Endring der Meßkette, fasse in der gegebenen Länge des Halbmessers die Kette mittelst eines zweyten Pflockes, und reiße bey gleichförmig gespannter Kette den Umfang des Kreises auf der Erde sichtbar auf, oder bezeichne nach Erforderniß denselben mittelst Pflocke. Der Flächeninhalt wird nöthigen Falles durch Gmtr. 141. bestimmt.

2. Aufgabe. Aus dem bekannten Flächeninhalt $= 48209$ q' eines Kreises den Halbmesser zu finden, und den Kreis auf dem Felde abzustechen.

Auflösung. Man bestimme nach Gmtr. 142. 3) den Halbmesser des Kreises und verfare dann wie in der vorigen Aufgabe.

§. 127.

Aufgabe. Die Länge einer geraden Linie AB zu bestimmen, 63. die nur an ihren Endpuncten, nicht aber in ihrer ganzen Länge zugänglich ist.

*) Solche Gegenstände findet man fast allenthalben, die mit zwey gegebenen Puncten in gerader Linie liegen, als Thurms-, Berg- und Baumspitzen u. dgl.

Fig. 63. 1. Auflösung. Kann man von A ungehindert nach B sehen, so visire man in m und q Stäbe in die Richtung AB ein, und messe von A bis nahe an das Hinderniß, errichte daselbst vermög §. 123. die Senkrechte mn von einer solchen Länge, daß man unter einem zweyten rechten Winkel n neben dem Hinderniß vorbeÿ bis p messen kann. Hier errichte man wieder die Senkrechte $pq = mn$. Endlich messe man von q bis B : so wird $Am + np + qB = AB$ der verlangten Länge seÿn, weil im Rechtecke $mnpq$ die Seite $np = mq$ gesetzt werden kann.

Ist in der Richtung BA in einer großen Entfernung irgend ein ausgezeichneter Gegenstand (der Baum in Fig. 59.) N sichtbar, so kann man entweder in B (oder q) eine Senkrechte errichten, von h (oder p) aus nach N visiren, in dieser Richtung vermög §. 72. einen Stab in n errichten, hn (oder pn) messen, in n eine Senkrechte nm errichten, endlich $nm = hB$ (oder pq) messen lassen. Im ersten Falle wird sodann $hn + mA = AB$, im zweyten aber $Bq + pn + mA = AB$ seÿn.

Es sey z. B. $hN = 4000^\circ$, $Bh = 12^\circ$ und $hn = 28^\circ$

so ist $nN = 4000 - 28 = 3972^\circ$; und es verhält sich

$$hN : Bh = nN : nm,$$

oder $4000 : 12 = 3972 : nm$, woraus man

$$mn = \frac{3972 \cdot 12}{4000} = 11,9 \text{ findet.}$$

Man sieht hieraus, daß der Unterschied, um welchen die Senkrechte nm zu groß gemacht wurde, auf die gewöhnlichen Fälle in der Anwendung keinen merklichen Einfluß habe, und daher auch näher liegende Gegenstände hierzu benützt werden können, deren Entfernung auch nicht einmahl genau, sondern nur schätzungsweise bekannt seÿn dürfte, wenn man die Abweichung durch die obige Proportion beurtheilen und verbessern wollte. Der obige Ausdruck für mn zeigt zugleich, daß es vortheilhaft ist, die Entfernung eher zu groß als zu klein zu schätzen.

Auch erhellet nun, daß die §. 125. erwähnte Methode, parallele Linien mittelst eines sehr entfernten Gegenstandes abzustrecken, für solche Fälle zureichend richtig ist.

2. Auflösung. Ist das Hinderniß von der Art z. B. Gebüsch), daß man von B nach A nicht sehen kann, so errichte man in einem dieser Punkte, z. B. in B , die Senkrechte Bd von einer solchen Länge, daß man von d nach A ungehindert sehen und messen könne. Die Länge Bd sowohl, als jene von Ad erhebe man jede in das Quadrat, und ziehe aus der Quadratdifferenz die Quadratwur-

zel; so ist diese Länge = AB . Denn es ist $AB = \sqrt{Ad^2 - dB^2}$. Fig. 63.
 Es sey z. B. $Bd = 50^\circ$, $dA = 110$ Kl. gemessen worden; so ist

$$AB = \sqrt{110^2 - 50^2} = 98,4 \text{ Klaftern.}$$

3. Auflösung. Man wähle einen Punct C von solcher Beschaffenheit, daß man von ihm aus nach A und B ungehindert sehen und messen könne, und daß das Dreyeck CBA nach dem Augenmaße ziemlich gleichseitig werde (§. 109.). Hierauf messe man CA und CB (wobey man das §. 75. und 76. Gesagte zu beobachten hat), trage von C bis a einen bestimmten, z. B. den 3., 4. oder allgemein n ten Theil von CA , und so auch von C bis b den eben so vielen Theil von CB entweder auf die Schenkel CA und CB selbst, oder wenn es wegen Hindernisse nicht angeht, auf ihre Verlängerung rückwärts, messe endlich die Gerade ab , und multiplicire sie mit der Zahl n (z. B. mit 4), welche den von CA und CB aufgetragenen Theil bis a und b anzeigt: so wird dieses Product die verlangte Entfernung anzeigen *).

Denn es ist das Dreyeck $aCb \sim ACB$ (Gmtr. 81.),

daher verhält sich $Ca : CA = ab : AB$,

$$\text{oder } \frac{CA}{n} : CA = ab : AB,$$

$$\text{oder auch } \frac{1}{n} : 1 = ab : AB \text{ (Nl. 268. VI.)};$$

daraus folgt endlich $AB = ab \cdot n$.

Hat man z. B. $AC = 80^\circ$; und $CP = 84^\circ$ gefunden, und von C bis a den vierten Theil von AC , also $\frac{80}{4} = 20^\circ$, und von C bis b $\frac{84}{4} = 21^\circ$ getragen, und die Länge $ab = 24,2$ gefunden; so ist $AB = 24,2 \cdot 4 = 96,8$.

§. 128.

Aufgabe. Die Entfernung eines Punctes A von einem andern B auf dem Felde zu bestimmen, d. h. die Gerade AB zu messen, die nur an Einem ihrer Endpuncte A zugänglich ist. 64.

1. Auflösung. Man errichte vermög §. 123. 3) in A die Senkrechte AC von beliebiger Länge, messe von A nach d eine solche Anzahl von Klaftern, daß der Winkel dBA nicht zu spizig ist, trage

*) Man muß die Linie ab sehr genau bis in die Fuß und Zolle messen, weil hierbey ein kleiner Fehler bey Bestimmung der Länge von AB vervielfacht, in unserm Beyspiele um das Vierfache vergrößert wird.

Fig. 64. von d gegen C einen bestimmten n ten Theil von Ad , errichte in C die Senkrechte Cf , und suche in dieser einen Punkt g , der sowohl mit d und B , als auch mit f und C in gerader Linie liegt. Hierauf messe man Cg , und multiplicire sie mit der Zahl, welche den von d nach C getragenen Theil von dA anzeigt: so gibt das Product die Länge von AB zu erkennen, deren Richtigkeit aus der Ähnlichkeit der Dreyecke ABd und dCg folgt. Ist z. B. $Ad = 60$, $dC = 20 = \frac{60}{3}$ und $Cg = 35$ Klaftern gemessen worden; so ist $AB = 35 \cdot 3 = 105$ Klaftern.

65. Läßt die Örtlichkeit die Errichtung der Senkrechten rückwärts nicht, dagegen vorwärts zu; so frage man auf der Senkrechten AC von der bis C gemessenen Länge den n ten Theil von C bis d , errichte in d die Senkrechte df , messe sie, und multiplicire selbe mit der Zahl, welche den von C bis d getragenen Theil der Linie AC anzeigt: so gibt das Product die Länge von AB zu erkennen.

2. Auflösung. Man errichte auf die zu messende Gerade AB nebst der Senkrechten AC in einiger Entfernung von dem Hindernisse noch eine zweyte hg , messe die Länge einer jeden der beyden Senkrechten AC und hg , nebst ihrem Abstände Ah : so läßt sich daraus die verlangte Entfernung auf folgende einfache Weise berechnen; es ist nämlich:

$$AB = \frac{AC \cdot Ah}{AC - hg}$$

Denn in den ähnlichen Dreyecken ABC und hBg verhält sich

$$AB : AC = hB : hg,$$

$$\text{oder } AB : AC = (AB - Ah) : hg.$$

$$\text{Daher auch } AB \cdot hg = AC (AB - Ah) = AC \cdot AB - AC \cdot Ah;$$

$$\text{ferner } AB (AC - hg) = AC \cdot Ah,$$

$$\text{woraus endlich } AB = \frac{AC \cdot Ah}{AC - hg} \text{ folgt.}$$

Ist z. B. $AC = 60$, $Ah = 50$, und $hg = 29,5$ Klaftern gemessen worden:

$$\text{so ist } AB = \frac{60 \cdot 50}{60 - 29,5} = 98,3 \text{ Klaftern.}$$

66. 3. Auflösung. Ist man bey Errichtung des rechten Winkels durch Hindernisse beschränkt, oder findet man diese kurze Rechnung dennoch zu beschwerlich: so lasse man in beliebiger Richtung und Entfernung einen Stab in C , und einen zweyten in der Richtung CB in einer angemessenen Entfernung von C in D errichten. Hierauf messe man AC und AD , trage von jeder gesunde-

nen Länge einen bestimmten, z. B. den dritten Theil, in der zugehörigen Richtung von A bis c und von A bis d , errichte daselbst 66. Stäbe, in deren Verlängerung man einen dritten in b einrichtet, daß dieser zugleich auch in der Richtung von AB steht; so wird das gemessene Stück Ab mit derjenigen Zahl multiplicirt, welche den von A bis c der gemessenen AC , und von A bis d der gemessenen AD getragenen Theil anzeigt, die verlangte Entfernung der Geraden AB geben.

Der Grund dieses Verfahrens wird aus der Ähnlichkeit der Dreyecke ACD und Acd (Gmtr. 81.); ferner aus der parallelen Lage CD und cd (Gmtr. 80.), und ihren Verlängerungen CB und cb , und der davon abhängenden Ähnlichkeit der Dreyecke ACB und Abc gefolgert (Gmtr. 79).

4. Auflösung. Ist man gehindert, von dem zugängigen 67. Punct A nach dem unzugängigen B zu sehen; so wähle man eine Standlinie CD , von deren Endpuncten C und D man nach B sehen und nach den zugängigen Punct A messen kann. Hierauf wähle man in der Geraden DB einen beliebigen Punct E und messe die beyden Linien DC und EC , trage von jeder den n ten Theil von c bis d und e , verlängere die Gerade ed , bis CB in f geschnitten wird; endlich messe man auch AC und trage ihren n ten Theil von C bis g , messe gf , und multiplicire ihre Länge mit der Verhältnißzahl n , so gibt das Product die Länge AB .

Die Gründe hierzu erhellen aus dem bisher Gesagten zur Genüge.

§. 129.

Aufgabe. Eine gerade Linie AB zu messen, welche durchaus 68. unzugängig ist.

I. Auflösung. Man errichte in einem Puncte C von solcher Lage, daß seine Entfernungen AC und CB von den unzugängigen Endpuncten ziemlich gleich mit der zu messenden AB , und beyde Puncte daraus sichtbar sind, einen Stab. In einer schicklichen, von C aus meßbaren, Entfernung CD wähle man einen Punct D , von welchem man zugleich nach dem unzugängigen A und B sehen kann, errichte hier, und in der Richtung DB in einiger Entfernung einen dritten in F , endlich einen vierten Stab in G , welcher in der geraden Linie DA ungefähr in ihrer Mitte steht. Hierauf lasse man die Linien CD , CF und CG messen, trage von jeder ihrer Länge einen

Fig. bestimmten Theil von C bis d , bis f und g auf, und bezeichne diese
 68. Punkte mit Stäben. Endlich setze man in die Verlängerung von df einen Stab in b , der zugleich auch in der Geraden CB steht; so wie auch einen Stab in die Verlängerung dg in a , der sich auch in der Linie CA befindet; messe hierauf die Gerade ab , und multiplicire ihre Länge mit derjenigen Zahl, welche die aus C bis d , f und g getragene Theile der gemessenen Geraden CD , CF und CG anzeigt: so wird das Product die Länge der unzugängigen Geraden AB zu erkennen geben.

Der Grund dieses Verfahrens wird, wie vorhin zunächst aus der Ähnlichkeit der Dreyecke CDB und Cdb , so wie $CDA \sim Cda$, sodann aus der Ähnlichkeit der Dreyecke CAB und Cab (Gmtr. 81.) bewiesen.

Kann der Stab G so errichtet werden, daß er in beyden Geraden AD und CB in i zugleich steht; so müssen bey richtigem Verfahren die vier Stäbe C , g , i , b , mit dem Gegenstande B in gerader Linie sich befinden.

69. 2. Auflösung. Ist die zu messende unzugängige Gerade so gelegen, daß man in ihrer Verlängerung dießseits des Hindernisses einen Punct C wählen, auf dieselbe eine Senkrechte CD errichten, und in dieser einen solchen Punct finden kann, aus welchem die Endpunkte A und B der zu messenden Geraden sichtbar sind: so errichte man in einem andern Puncte F auf CD eine Senkrechte Fb , welche noch dießseits des Hindernisses liegt, und meßbar ist. Hierauf richte man in dieser Senkrechten Fb zwey Stäbe, a und b , so ein, daß der erste zugleich auch in der Geraden DA , der andere aber in der Richtung DB steht. Endlich messe man DC , DF und ab ; so ist

$$AB = \frac{DC \cdot ab}{DF}.$$

Denn es verhält sich

$$DA : DC = Da : DF; \text{ wegen } DAC \sim DaF,$$

und $DA : AB = Da : ab; \text{ wegen } DAB \sim Dab;$

daher auch $AB : ab = DC : DF$ (Rt. 270. 1).

$$\text{Daraus folgt } AB = \frac{DC \cdot ab}{DF}.$$

Hat man demnach DF einen bestimmten Theil z. B. der Hälfte von DC gleich gemacht, so ist $AB = 2 ab$.

3. Auflösung. Man wähle einen Punct C , und bestimme Fig. den Punct b , und sodann den Punct a mittelst Anwendung der Auf- 70.
gabe §. 128. 3). Hierauf messe man ab , und multiplicire ihre Länge mit der Zahl, welche die aus C bis g , bis h bis d und bis f getragenen Theile der gemessenen Geraden CG , CH , CD und CF anzeigt: so gibt das Product die Länge der unzugängigen AB zu erkennen.

Anwendung des Bisherigen auf die Vermessung kleiner Flächen und Grundstücke mittelst Stäben und der Kette.

§. 130.

Aufgabe. Ein einzelnes Grundstück, z. B. eine Wiese oder Waldblöcke u. dgl., ohne Instrumente, bloß mittelst der Kette und Stäbe zu vermessen, und den Flächeninhalt anzugeben.

1. Auflösung. Wenn man auf der zu vermessenden Fläche selbst operiren kann, so bezeichne man die längste Diagonale mit zwey Stäben a und b , spanne von a in der Richtung nach b die Kette aus, messe die Abscisse $a_1, a_2 \dots$, so wie die dazu gehörigen Ordinaten $1m, 2l \dots$ vermög §. 85., und schreibe die gefundenen Maße im beyläufigen Entwurfe (§. 150) an die gehörigen Linien. Ist die Fläche an einigen Stellen sehr krummlinig begrenzt, wie z. B. zwischen n und o ; so wird ein solcher Theil, besonders auf die erst besagte Art behandelt. Hierauf wird die Fläche jedes einzelnen Dreyeckes und Trapez berechnet (Gmtr. 135. und 137.), welches erforderlichen Falles gleich an Ort und Stelle geschehen kann, ohne erst die Figur nach einem verjüngten Maße verzeichnen zu müssen. Die Summe davon gibt den Inhalt der ganzen Fläche. Soll die vermessende Fläche nach einem verjüngten Maße verzeichnet werden; so geschieht dieses in derselben Ordnung, wie die wirklichen Längen auf dem Felde gemessen wurden. (Man sehe auch Gmtr. 119. und 120.).

71.

Wäre man ohne Gehülfen und auch mit keiner Kette versehen, so errichte man auf der Diagonale zwischen ihren Endpuncten noch einen dritten Stab c vermög §. 72., um sich in jedem Puncte 1, 2, 3, mittelst zwey Richtpuncten a und c oder c und b in die Gerade ab selbst einrichten, und darauf die senkrechte Richtung der Ordinaten nach §. 85 angeben zu können.

2. Auflösung. Bey der obigen Voraussetzung wähle man beyläufig in der Mitte einen Punct M , messe von diesem aus in alle 72.

Fig. Endpuncte a, b, c, \dots , und von einem Endpunct der Fläche zum andern ab, bc, cd, \dots . Hierauf berechne man jedes Dreyeck aMb, bMc, \dots aus den drey gemessenen Seiten vermög Gmtr. 266. 2), oder man verzeichnet sich vorher die Figur (Gmtr. 51. 3), und berechnet die Fläche nach Gmtr. 135. Sehr krumme Begrenzungen, wie z. B. zwischen h und i , werden nach der vorigen Auflösung behandelt. Die berechneten einzelnen Flächen geben sodann den Flächeninhalt der ganzen Figur. Die etwa erforderliche Zeichnung nach einem verjüngten Maße erhellet nun schon aus dem Vorigen.

Soll eine Figur in eine schon vorhandene Karte, in welcher zwey Puncte P und Q bestimmt, und aus M auf dem Felde sichtbar, aber unzugänglich sind, in Verbindung gebracht werden: so geschieht die Verbindung des Punctes M mit P und Q nach der §. 129. 3) gezeigten Art.

3. Auflösung. Ist die zu vermessende Fläche von innen nicht zugänglich, wie z. B. ein Teich, eine kleine Waldparthie u. dgl., so stecke man außerhalb der Figur am Anfange gerade Linien ab, bc, cd, \dots , verlängere ab und ay , messe von a bis n , und von a bis m einige Klaftern (am vortheilhaftesten wird $am = an$ gemacht), sodann auch die Entfernung der Stäbe n und m , und notire diese Längen gehörig im Entwurfe, um daraus nachher den Winkel $nam = yab$ verzeichnen zu können. Hierauf messe man die Geraden ab . Wenn die nöthige Abmessung zur Bestimmung des Nebenwinkels abc , nämlich des Winkels $x bq$ innerhalb nicht zu erhalten sind; so trägt man von b bis p und q gleiches Maß, und mißt auch die Länge pq , um daraus den stumpfen Winkel abc verzeichnen zu können, sodann die Länge von b bis c u. s. w. Um den Winkel bcd nachher bestimmen zu können, messe man für seinen Nebenwinkel dcr die Längen $cr = cs$, und auch rs u. s. w. Die an einer Umfangslinie liegenden Krümmungen, wie z. B. zwischen h und i , werden mittelst Abscissen und Ordinaten angemessen. Die Verzeichnung einer solchen Figur nach einem verjüngten Maße erhellet schon aus dem bisher Gesagten.

Es ist von selbst klar, daß diese Messungsart nur auf kleine, in ziemlich einerley (horizontalen oder schief geneigten) Ebenen liegenden Flächen Anwendung findet, wie auch, daß die erste Auflösungs-methode der zweyten vorzuziehen ist, und daß in beyden Fällen der Flächeninhalt gleich auf dem Felde bestimmt werden kann, ohne erst die Figur nach einem verjüngten Maße verzeichnen zu müssen.

B. Von den nothwendigsten Elementar-Aufgaben, welche auf dem Felde mittelst der gewöhnlichen Meßinstrumente aufgelöst werden können. Fig.

§. 131.

Aufgabe. Die Entfernung zweyer auf dem Felde gegebenen Punkte *A* und *B*, die wegen zwischen liegender Hindernisse nicht unmittelbar gemessen werden kann, mittelst der Meßinstrumente anzugeben. 73.

Auflösung. I. Mittelst des Meßtisches.

1) Man wähle einen beliebigen Punct *C* von solcher Beschaffenheit, daß man von da aus nach den zwey gegebenen Puncten ungehindert sehen und messen kann, und daß die durch die Visuren entstehenden Winkel *A*, *B* und *C*, wo möglich, einander ziemlich gleich werden (§. 109).

2) Hierauf stelle man den Meßtisch in diesem Orte horizontal (§. 87.), visire von einem auf dem Tischblatte beliebig gewählten Puncte *c* nach den beyden gegebenen Puncten *A* und *B*, senke diesen Punct *c* mittelst der Lothgabel auf die Erde hinab, bemerke ihn in *C**, und lasse von diesem Puncte aus bis nach den gegebenen *A* und *B* messen.

3) Die gefundene Länge von *C* bis *A* trage man nach dem verjüngten Maßstabe von *c* auf die gleichnamige Visur bis *a*, jene Länge *CB* aber von *c* bis *b*, verbinde *a* mit *b* durch eine Gerade; so gibt diese nach demselben verjüngten Maße die verlangte Länge der Geraden *AB* im wirklichen, landesüblichen oder Normalmaße zu erkennen.

Denn es sey das Verhältniß des verjüngten Maßes zum wirklichen des landesüblichen, wie $1 : n$ (nach dem Catastralmäße $1 : 2880$, d. h. die verjüngte Klafter ist $= \frac{1}{2880}$ der wirklichen Wiener Klafter): so verhält sich

$$ca : CA = 1 : n, \text{ und wegen } cab \sim CAB \text{ verhält sich}$$

$$ca : CA = ab : AB \text{ (Gmtr. 81.)};$$

also auch $1 : n = ab : AB$;
woraus endlich $AB = ab \cdot n$ folgt.

*) Es sind bey diesen Vorübungsaufgaben durchaus die Puncte auf der Erde mit den großen Buchstaben, ihre gleichnamigen auf dem Tische aber mit den kleinen des lateinischen Alphabets bezeichnet.

Fig.
73.

Es versteht sich von selbst, daß man auf eben diese Weise aus dem Standpuncte C auch mehre um diesen herumliegende sichtbare Puncte bestimmen könne. Es können daher mittelst dieser Aufgabe, wenn sie im Zusammenhange angewendet wird, kleine Flächen und Grundstücke aus Einem innerhalb desselben gewählten Standpuncte aufgenommen werden.

II. Mittelst eines Winkelmessers.

Man messe nach §. 91. den Winkel ACB , wie auch die Seiten CA und CB ; so sind im Dreyecke ACB zwey Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel bekannt; folglich kann man die dritte Seite durch Rechnung bestimmen (Gmtr. 244. oder 264.).

III. Durch die Verzeichnung.

Man verzeichne den gemessenen Winkel nach §. 118. (oder nach Gmtr. 17. Zusatz) auf da^s Papier, und übertrage auf dessen Schenkel nach einem verzüngten Maßstabe die gemessenen Längen CA und CB von c bis a und b ; so wird auf demselben Maßstabe die Gerade ab die wirkliche Länge von AB zu erkennen geben, vermög oben unter I.

Um nicht unnöthig weitläufig zu werden, wird hier erinnert, daß die vorhergehende, und alle nachfolgende Aufgaben vermittelt der Bussole (und der Zollmann'schen Scheibe), mit Zuziehung des §. 92. nöthigen Falls sehr leicht gelöst werden können.

Aus der Behandlung dieser Aufgabe mittelst des Winkelmessers und der Verzeichnung, geht zugleich auch die Lösungsart für die folgenden einfachen Aufgaben hervor, wie nämlich dabey mittelst des Winkelmessers und trigonometrischer Rechnung, und geometrisch durch Verzeichnung nach den in der Theorie aufgestellten Gründen zu verfahren ist. Es wird daher nur bey zusammengesetzten Aufgaben ihre dießfällige Auslösung in der Folge beygesetzt werden.

§. 132.

74. Aufgabe. Es sey umgekehrt die Entfernung der zwey Puncte A und B in verzüngtem Maße auf dem Meßtische in ab bekannt, man soll die Lage und Entfernungen eines beliebigen dritten Punctes C in Bezug auf die zwey gegebenen bestimmen; oder welches daselbe ist: man soll dadurch den Meßtisch orientiren, eine Messoperation beginnen und fortsetzen.

I. Auflösung. Wenn ein Endpunct, der auf dem Tische **Fig.**
gegebenen Linie über den gleichnamigen auf der **74.**
Erde gestellt werden kann.

1) Man stelle den Messtisch mit einem auf seinem Brete gegebenen Punkte, z. B. mit a , über den gleichnamigen vermög §. 87., Aufgabe 1., d. h. man orientire den Tisch nach AB , lasse in einem schicklichen Orte C *) eine Fahne errichten, und visire dieselbe von a aus an, ziehe aber die Visur so lang, als es das Visirlineal zuläßt, oder besser, man ziehe sie nur bis in jene Gegend, wo nach dem Augenmaße der Punct c hintreffen dürfte, markire aber an den Rändern des Tischblattes die Richtung dieser Visur mit kurzen Linien (Randmarken), damit man nachher in dem Puncte C das Visirlineal mit voller Sicherheit zur Orientirung des Tisches wieder anlegen könne **).

2) Nun lasse man in A eine Messfahne zurück, und begeben sich mit dem Tische in die Gegend von C . Hier, da dieser Punct auf dem Messtische noch nicht bestimmt ist, orientire man diesen mittelst des von A hierher gezogenen Rayon ***), nach A , ohne sich an den Punct C zu binden. Dieß geschieht um so leichter, wenn man den Messtisch hinter C in die Verlängerung von CA mit der §. 87. unter 1) gezeigten Behandlung orientirt.

*) Man muß, wo möglich, derley Punkte immer so wählen, daß durch die Visirlinien ziemlich gleichseitige Dreyecke gebildet werden. Nie aber sollen sich bey dem graphischen Trianguliren die Visirlinien unter kleinern Winkeln als 45, für die Detailvermessung aber nicht unter 30 Graden schneiden (§. 109.).

**) Diese Markirung am Rande des Tischblattes ist bey allen jenen Visuren, mittelst welcher der Messtisch orientirt werden muß, mit großem Vortheile anzuwenden, und ist zu einer richtigen Arbeit unerläßlich, welches ein für alle Mal hier erinnert wird.

***) Rayon, Strahl, nennet man jede von einem Puncte auf dem Tische in der Richtung nach dem gleichnamigen auf dem Felde gezogene Visirlinie (Visur); zum Unterschiede aber, nennet man die erste Visur nach einem Objecte Rayon, die zweyte und jede nachfolgende nach demselben Objecte von einem andern Standpuncte aber Schnitt; daher der technische Ausdruck in der praktischen Geometrie: man habe z. B. die Fahne M vom Standpuncte A rayonirt, und von den Puncten B und C geschnitten,

Fig. 3) Nicht zu übersehen ist dabey, daß man sich gewöhne, bey
74. dem Diopterlineale stets dasselbe Diopter, und zwar worauf die Bergdiopter angebracht sind, als Augdiopter zu behalten, wegen den §. 101 unter 3) angegebenen Gründen, und auch weil zum Bergauf- oder Bergabvisiren dieselben dazu schon in Bereitschaft sind.

4) Hierauf legt man das Visirmittel an den Punct *b*, visirt nach dem gleichnamigen *B* auf dem Felde, und durchschneidet den vorigen Rayon rückwärts: so ergibt sich dadurch die Lage des Punctes *c*, und zugleich auch seine Entfernungen *ca* und *cb* im verjüngten Maße; es kann nun der gleichnamige Punct *C* auf der Erde mittelst der Lothgabel bestimmt, und von da aus, wenn es erforderlich ist, die Messoperation weiter fortgesetzt werden, wozu diese Aufgabe sich vorzüglich eignet.

II. Auflösung der vorigen Aufgabe. Wenn der Meßtisch zwar über keinem der zwey auf dem Felde sichtbaren Puncte *A* oder *B*, jedoch zwischen denselben auf ihrer Verbindungslinie *AB* etwa in *D* gestellt werden kann.

1) Man bestimme den Punct *D* in der geraden Linie *AB* nach §. 74, und stelle sodann den Meßtisch mit der gegebenen *ab* in die Verticalfläche über *AB* nach §. 87. 2); mache wo möglich auch *db* mit *DB* verhältnißmäßig, d. i. nach dem verjüngten Maße $db = DB$; oder auch, man wähle *D* und *d* indessen nur beliebig in den Geraden *AB* und *ab*.

2) Hierauf wähle man einen schicklichen Punct *C*, visire von *d* auf die daselbst aufgerichtete Fahne, ziehe und bemerke den Orientirungsrayon nach der obigen Bemerkung unter I., und begeben sich mit dem Meßtische dahin, nachdem man vorher in *D* eine Fahne aufrichten läßt.

3) Hier in *C* wird der Meßtisch mittelst des Rayon *cd* nach *D* zurück einvisirt (orientirt), hierauf an *a* angelegt, und nach dem gleichnamigen Puncte *A*, desgleichen an *b* angelegt und nach dem gleichnamigen *B* auf dem Felde visirt. Die rückwärts gezogenen Visuren werden nun den Standpunct *c* auf dem Tischblatte bestimmen, der nöthigen Falls mit der Lothgabel auf die Erde abgesehen werden muß. Vorausgesetzt, daß der Abstand *db* mit *DB* verhältnißmäßig gewählt, daß nämlich von *D* nach *B* gemessen werden konnte, so

müssen alle drey Visuren durch den Punct c schneiden. Die Geraden ca und cb geben in demselben verjüngten Maße, als ab gegeben ist, die wirklichen Längen von C bis A und B zu erkennen. Fig.

4) Hat man die Puncte D und d indessen nur beliebig gewählt, so dient der Rayon cd bloß um das Tischblatt in C nach D zu orientiren; der Standpunct c wird sonach durch die zwey Visuren von a nach A und b nach B bestimmt. Wäre es erforderlich, den wahren Punct d auf dem Tische zu bestimmen, so kann dieses durch eine Visur von c nach D bewirkt werden, und er befindet sich da, wo die Gerade ab durch selbe geschnitten wird.

III. Wenn der Meßtisch weder über, noch zwischen den auf dem Felde sichtbaren Puncten A, B , jedoch in ihre Verlängerung etwa in D gestellt werden kann. 76.

1) Man bestimme auf derjenigen Seite, wo die Deckung des entferntern von den näher liegenden sichtbaren Puncten der Verlängerung nicht hinderlich ist, nach S. 73. oder 74. den Standpunct D . Hierauf verlängere man die auf dem Tische gegebene ab bis zu einem beliebig gewählten Punct d , stelle nun d in die Verticalebene DB vermögl. S. 87., und visire von d nach der im gewählten Puncte C errichteten Fahne.

2) Nachdem man in D eine Meßfahne zurück gelassen hat, orientirt man nun den in C gestellten Tisch nach D , und verfährt übrigens wie im vorigen Falle unter 3) bis 4), um die verlangte Lage des Punctes C , und seine Entfernungen von A und B zu erhalten.

3) Weil bey diesem Verfahren der gesuchte Punct durch rückwärts, von den gegebenen zwey Puncten, gezogenen Visuren sich ergeben hat; so nennet man dieses in der Praktik: das Rückwärts einzeichnen, wovon weiter unten das Nöthige noch folgen wird.

Der Grund dieses Verfahrens in allen drey Fällen beruht auf der Ähnlichkeit der Dreyecke. Denn im ersten Falle Fig. 74. ist $abc \sim ABC$ wegen den zwey, wechselweise gleichen Winkeln $A = a$ und $C = c$; folglich haben jede zwey gleichliegenden Seiten dasselbe Verhältniß wie das gegebene $AB : ab$. Im zweyten Falle Fig. 76. ist der Winkel $ADC = adc$ construirt, folglich ist, wenn der Meßtisch mittelst der Geraden cd nach D orientirt worden, ab parallel zu AB (Gmtr. 37. 2), daher die Dreyecke $abc \sim ABC$ (Gmtr. 65.); folglich haben alle gleichliegenden Seiten das gleiche Verhältniß wie $AB : ab$. Auf gleiche Weise erhellet dieses aus dem Falle unter III.

Fig. Auch hier können sich die drey Geraden ac , bc und dc nur dann in einem einzigen Punct c schneiden, wenn bd im Verhältnisse BD gewählt werden konnte; außer diesem bestimmen wieder wie vorhin unter 4) nachdem der Tisch mittelst des Rayon cd nach D orientirt worden ist, die Visuren von b nach B und von a nach A rückwärts verlängert, den Standpunct c .

IV. Kürzere Auflösung der obigen Aufgabe, wenn aus einer vorausgegangenen Messoperation die Richtung der Magnetnadel oder der Magnetstrich in Beziehung auf die gegebene Gerade ab auf dem Tischblatte gezogen ist.

77. 1) Man wähle einen beliebigen Punct C , von der schon mehr erwähnten Eigenschaft, stelle den Tisch daselbst horizontal, lege das Dioptralineal an die Randmarken des Magnetstriches, und an dieses die Orientirbussole (§. 89.), lockere die Herzschraube, wende das Tischblatt, bis die Nadel beyläufig einspielt, mache jene wieder fest, und führe mittelst der Wendeschraube die Magnetnadel genau über das Nordzeichen; so ist das Tischblatt orientirt, d. i. es läuft die gegebene ab auf dem Tische mit ihren gleichnamigen AB auf dem Felde parallel (§. 89.).

2) Nun lege man an a , visire nach A , und ziehe den Rayon rückwärts, lege sodann auch an b , visire nach B ; so wird diese Visur rückwärts gezogen, die vorige in c schneiden, und dadurch die Lage des verlangten Punctes auf dem Mestische festimmen, wodurch nun die Lage des gleichnamigen C auf der Erde mittelst des Senkfels, wie vorhin, bestimmt, und seine Entfernung von A und B , mittelst der Entfernung c von a und b , angegeben werden kann.

Dieses Verfahren nennet man das Rückwärts einschneiden mit Hülfe der Orientirbussole, und es können, wie in den vorigen Fällen, von diesem neu bestimmten Standpuncte aus mehre Puncte rayonirt, und durch die zulässige Messung ihrer Länge auf dem Tische im verjüngten Maße bestimmt, oder von einem andern Standpuncte aus geschnitten und die Messoperation fortgesetzt werden.

§. 133.

Aufgabe. Die Länge einer geraden Linie AB , die nur an Einem ihrer Endepuncte A zugänglich ist, zu messen, d. h. die Entfernung eines unzugängigen Punctes B , von einem beliebigen oder

78. gegebenen Puncte zu bestimmen.

Auflösung. 1) Man stelle den Meßtisch über den zugängigen Fig. Punct A horizontal, lasse in einem andern beliebigen schicklichen 78. Puncte C eine Meßfahne errichten, und visire von dem, mittelst der Lothgabel von der Erde auf das Tischblatt reducirten Punct a nach B und C .

2) Hierauf lasse man die Linie von A bis C messen, trage die verjüngte Länge von a bis c , stelle den Tisch in C , richte ihn nach A ein, und visire von c nach dem unzugängigen Punct B ; so wird der vorige, von a dahin gelegte Rayon ab geschnitten, folglich aus der Ähnlichkeit der Dreyecke acb und ACB die gesuchte Länge AB , vermög der gleichnamigen ab durch das verjüngte Maß bestimmt. 88

Diese und ähnliche Aufgaben lassen sich mittelst des Meßtisches auch aus Einem Standpuncte auflösen, d. h. ohne daß man nöthig habe, den Tisch in einen zweyten Standpunct zu übertragen; man darf sich den Meßtisch bey der Fig. 66. nur über A , bey 67. 68. und 70. über C gestellt denken, die S. 128. und 129. vorgeschriebenen Linien messen, auf die gehörigen Visirlinien auf dem Tischblatte tragen: so werden die verlangten Entfernungen daraus sich ergeben. Folgende Lösungsart, die in keinem Buche noch beschrieben seyn dürfte, scheint unter den bisher bekannten die einfachere zu seyn. Doch sind derley Künsteleyen von keinem sonderlichen practischen Werth; figuriren jedoch öfters als Paradesperde bey Prüfungen.

Es sey, um die Entfernung AB zu bestimmen, der Meßtisch 79. über A gehörig gestellt, von dem gleichnamigen Punct a , nach B und C visirt, auch die gemessene Linie AC im verjüngten Maße von a bis c wie vorhin aufgetragen. Nun stellt ein Gehülfe in die Verlängerung BC eine Fahne in D , welche man von a aus raponirt und die Visirlinie ad bemerkt. Hierauf wird CD gemessen, und mit dem verjüngten Maße aus c , diese Visur bey d durchschnitten. Verbindet man endlich die zwey Puncte d und e mittelst einer Geraden, und verlängert sie, bis der Rayon aB in b geschnitten wird; so ist ab die verjüngte Länge von AB .

Denn vermög Construction ist das Dreyeck $acd \sim ACD$ (Gmtr. 81.), daher ist dc parallel mit DC (Gmtr. 65. 2), also auch db parallel mit DB , und daher auch das Dreyeck $adb \sim ADB$ (Gmtr. 65. 1); folglich verhält sich $ab : AB = ac : AC$.

Sind in der Gegend bey B mehre Puncte, z. B. $E, F \dots$ zu bestimmen: so kann der Gehülfe sich mittelst der Meßkette oder einer andern bestimmten Länge im Kreis herum bewegend, jedes Mahl in die Verlängerung von $CE, CF \dots$, stellen. Mit der verjüngten Länge wird dann aus c ein Kreisbogen beschrieben, auf dem sich die gehörigen Durchschnittpuncte der Visuren nach dem Gehülfen wie vorhin ergeben. 88

Fig. Da bey dieser und dergleichen Constructionen der Richtungspunct d immer sehr nahe an den zweyten Endpunct c der verjüngten Standlinie zu liegen kommt, daher der Durchschnittspunct b stets von einer unsthern Richtung abhängt, so leidet dabey die Richtigkeit dieser Bestimmungsarten. Außerdem würde es leicht seyn, ein einfaches Instrument anzugeben, an welchem sich ein Lineal ab um c bewegend befände, mittelst welchem man den Punct b , und so mehre sogleich stechen könnte, ohne daß es nöthig wäre, Visirlinien mit dem Bleystift zu ziehen.

§. 134.

80. **Aufgabe.** Auf einer gegebenen Geraden AB einen Punct zu bestimmen, der mit einem unzugängigen Punct C verbunden, eine Senkrechte CD mit der gegebenen AB bildet.

Auflösung. 1) Man stelle den Meßtisch über einen Endpunct, z. B. über A der gegebenen Geraden horizontal, ragonire den andern Endpunct B und auch den unzugängigen Punct C , um den Winkel $Cab = CAB$ zu erhalten.

2) Nun stelle man den Tisch über den andern Endpunct B^* , und orientire ihn mittelst des Rayon ba , nach der in A errichteten Fahne (§. 87.), und zeichne den Winkel $Cba = CBA$ wie vorhin, so wird die Visur bc den Rayon aC in c schneiden.

3) Aus diesem Puncte c fälle man auf ab die Senkrechte cd (Gmtr. 32. 3), trage das verjüngte Maß von bd , im wirklichen Maße von B gegen A bis D ; so wird dieser Punct mit dem unzugängigen C verbunden, die verlangte senkrechte Stellung auf AB geben.

Denn vermög Gmtr. 166. 4) ist der Winkel $a = A$ und $b = B$, daher das Dreyeck $abc \sim ABC$. Vermög Construction findet $bd : BD = bc : BC$ statt, also ist wegen des Winkels $b = B$ das Dreyeck $dbc \sim DCB$, und daher die Seite cd parallel mit CD (Gmtr. 65. 2); folglich ist wegen der senkrechten Stellung cd auf ab , auch CD senkrecht auf AB .

Bermittelst trigonometrischer Rechnung findet man aus den beobachteten Winkeln A und B , und der bekannten Seite AB die Seite BC (Gmtr. 243.). Hieraus aus dieser Seite und dem Winkel B und dem rechten D das Stück BD .

*) Oder auch vor oder rückwärts über einen beliebigen Punct, in der Geraden AB , da es hier nicht auf eine bestimmte Länge der gegebenen Geraden AB , sondern nur auf die senkrechte Stellung CD auf diese ankommt.

§. 135.

Aufgabe. Aus einer vorhergegangenen Messoperation ist der gleichnamige Punct b eines unzugängigen Punctes B auf dem Meßtischblatte gegeben, man soll von einem andern beliebigen Punct aus die Entfernung bis zu dem unzugängigen Punct B bestimmen. Fig. 45. 6'

Auflösung. 1) Man stelle den Meßtisch über einen beliebigen Punct A , von welchem man nach dem unzugängigen visiren kann, horizontal, lege das Visirlineal an den, auf dem Tischblatt gegebenen Punct b' , visire nach dem gleichnamigen B , und von einem in der gezogenen Visirlinie $b'a$, beliebig gewählten Puncte a , nach einem andern willkürlichen Puncte C .

2) Hierauf senke man den Punct a auf die Erde, lasse die Gerade AC messen, und trage ihre verjüngte Länge von a bis c auf.

3) Nun stelle man den Meßtisch mit dem Puncte c über C , visire von c nach B , und bemerke den Durchschnittspunct b in der vorigen Visirlinie ab' .

4) Endlich trage man die Entfernung ab in die Verlängerung ab , von b bis a' ; so wird $a'b$ die gesuchte Entfernung von AB , und a' der gleichnamige Punct zu A seyn.

Denn man ziehe durch den Punct a' zu ac eine Parallele von unbestimmter Länge, und sodann durch b' eine Parallele zu bc , bis die vorige in e' geschnitten wird: so sind die Dreyecke acb und $a'e'b'$ ähnlich, und gleich (§. 64. und 59.), mithin haben $ac = a'e'$ und $ab = a'b'$ am verjüngten Maße eben so viel, als AC und AB im wirklichen. Verbleibt der gegebene Punct auf dem Tischblatte außerhalb der zweyten Visirlinie, wie z. B. b'' , so muß die Entfernung ab von b'' gegen a getragen, und übrigens so wie vorhin verfahren werden. Wird nun der Punct c' über C gestellt, der Tisch nach A orientirt, so muß auch der gegebene Punct b' nach seinem gleichnamigen unzugängigen B eintreffen; und es kann nun die vorhergegangene Messoperation in Verbindung fortgesetzt werden.

§. 136.

Aufgabe. Die Länge einer Geraden AB zu bestimmen, deren beyde Endpuncte unzugänglich sind.

Auflösung. I. Mittelfst des Meßtisches.

1) Man wähle eine beliebige Gerade CD als Standlinie von einer solchen Lage und Länge, daß sich die Visirlinien vortheilhaft schneiden (§. 109.), stelle den Meßtisch über einen ihrer Endpuncte, z. B. über C , und visire von c nach A , B und D .

Fig. 2) Hierauf begeben sich mit dem Tisch nach dem zweyten Standpuncte D , orientire denselben hier mittelst des Orientirungsrayon cd (§. 87.), trage die verjüngte Länge der während dessen gemessenen Standlinie von c bis d auf *).

3) Endlich visire man von d aus auf die zwey unzugängigen Puncte A und B , so werden die vorigen, von c dahingezogenen Rayon geschnitten. Diese dadurch sich ergebenden Durchschnittpuncte a und b durch eine Gerade verbunden, geben sowohl die Entfernung der zwey unzugängigen Puncte A und B , als auch die Entfernungen der zwey Standpuncte B und D dahin, mittelst des verjüngten Maßes zu erkennen.

4) Sind die unzugängigen zwey Puncte so gelegen, daß einer derselben dießseits, der andere aber jenseits der zu wählenden Standlinie liegt, so ist diese Auflösungsart der so eben beschriebenen gleich, und auch aus der Fig. 82. ersichtlich.

Diese Aufgabe, wenn sie im Zusammenhange angewendet wird, ist zur Vermessung größerer Grundstücke und Flächen geeignet.

Die Richtigkeit dieser Lösungsart erhellet aus Folgendem: Die Dreyecke dac und DAC haben die Winkel $adc = ADC$ und $dca = DCA$ (Gmtr. 166. 4), daher sind sie ähnlich, und da die Seite dc im verjüngten Maße gleich ist DC im Normalmaße, so sind es wechselweise auch die übrigen zwey Seiten dieser ähnlichen Dreyecke. Dasselbe läßt sich vom Dreyecke dbc und DBC beweisen. Da nun die Seite da und db mit DA und DB in Proportion stehen, und die Winkel $adb = ADB$ einschließen, so ist auch das

*) Fände es sich, daß der Meßtisch über den zweyten Standpunct D nicht vortheilhaft gestellt werden könnte, die Standlinie aber schon gemessen wäre, so kann derselbe auch vor- oder rückwärts D in der Richtung CD gestellt werden, welches mittelst der in C und D befindlichen Fahnen, und des §. 87. gezeigten Verfahrens sehr schnell und leicht geschehen kann. Stellet man den Meßtisch auf der Geraden CD zwischen C und D auf, so ist es vortheilhaft, wenn man vorher einige Klaftern entfernt bey v einen Stab in die Gerade CD errichten läßt, der sodann mit dem in C befindlichen zum Einrichten des Meßtisches dient. Nur muß man sonach das Stück, um welches man den Punct d von D weiter vor- oder rückwärts gestellt hat, im erstern Falle zur gemessenen Geraden CD addiren, im zweyten Falle aber davon abziehen, um auf dem verjüngten Maßstabe die wahre Länge für cd , mithin den wahren Punct d auf dem Meßtische zu erhalten, durch welchen nun auch der wahre Punct d auf der Erde mittelst des Senkfels bestimmt werden kann.

Dreieck $abd \sim ABD$ (Gmtr. 81.); folglich gibt das verjüngte Maß von ab das Normalmaß von AB zu erkennen. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke dca und dba mit DCA und DBA folgt auch die Ähnlichkeit der Vielecke, welche aus jenen Dreiecken bestehen (Gmtr. 107); und da endlich eine Seite dc des einen Vieleckes mit der gleichliegenden Seite DC des ähnlichen Vieleckes parallel ist, so sind auch alle andern gleichliegenden Seiten, folglich auch ab mit AB parallel (Gmtr. 117.).

Fig.
81.
u.
82.

5) Weil bey dem obigen Verfahren die zu bestimmenden Punkte durch vorwärts vom Standpuncte gezogene Visuren auf dem Meßtischblatt sich ergeben, so nennt man es das Vorwärtsabscheiden, im Gegensatze des Rückwärts einschneidens in der Aufgabe. §. 132. unter II. und III.

6) Aufmerktsamen Lesern kann es nicht entgangen seyn, daß man durch das Rückwärts einschneiden nur die Standpuncte des Meßtisches, durch das Vorwärtsabscheiden hingegen die verschiedenen Punkte der aufzunehmenden Gegenstände auf demselben bestimmt.

II. Auflösung obiger Aufgabe mittelst des Winkelmessers.

1) Man messe eine Standlinie CD von gehöriger Länge, beobachte an jedem ihrer Endpuncte die Winkel, welche die Standlinie mit den Visuren nach den unzugängigen Puncten bildet, nämlich in C die Winkel ACD und BCD ; ferner in D die Winkel CDA und CDB .

2) Hierauf berechne man im Dreiecke ACD aus den beobachteten Winkeln ACD und ADC , und der gemessenen Standlinie CD die Seite AD , und im Dreiecke CDB die Seite DB (Gmtr. 243.).

3) Endlich bestimme man im Dreiecke ADB aus den nun bekannten Seiten AD und DB mit dem bekannten eingeschlossenen Winkel ADB die Seite AB (Gmtr. 245.).

III. Auflösung mittelst der Verzeichnung.

Aus diesem Verfahren erhellet zugleich, wie aus der bekannten Seite CD und den daran liegenden Winkeln durch Verzeichnung nach §. 131. III. die gesuchte AB bestimmt wird.

§. 137.

Fig. Um sich im Construiren der nöthigen Figuren zu den Auflösungen der Aufgaben eine Übersicht und Fertigkeit zu verschaffen, dürfen Anfänger nur die auf dem Felde gegebenen Punkte der geraden Linien sowohl, als der Dreyecke, auf einen gewöhnlichen Tisch in einer beliebigen Entfernung, etwa von zwey oder drey Fuß mittelst Nadeln abstecken, und die gleichnamigen Punkte auf einem rechteckigen, den Messtisch vorstellenden Stückchen Papier, etwa in der Länge und Breite von zwey oder mehreren Follen, nach dem verjüngten Maße, ungefähr nach $\frac{1}{4}$ der gleichnamigen auf dem Tische ausgesteckten Linien, übertragen, dieses Papierblättchen sodann mit Wachs nach Vorschrift und Erforderniß in den gehörigen Punkten befestigen, und die Visirlinien mittelst eines Lineales ziehen, welches von den Papierpunkten bis an die auf dem Tische ausgesteckten Nadeln reicht; so ist diese Vorbereitung wegen leichterer und besserer Übersicht der Constructionslinien für Anfänger weit überzeugender, als wenn sie dieselben Versuche zuerst auf dem Felde vornehmen.

78. Es seyen z. B. die Punkte *A* und *B* auf einem gewöhnlichen Tische, ungefähr zwey Fuß entfernt, mit Nadeln bezeichnet; das Rechteck vom Papier bey *A* sey mit dem Punkt *a* über *A* mit Wachs auf den Tisch geklebt, und *ab* etwa $\frac{1}{4} AB$ aufgetragen. Man lege ein Lineal an *a* und *B*, und orientire das Papierblättchen. Hierauf lege man an einen beliebigen, auf dem Tische gewählten schieflichen Punkt *C*, ziehe die Linie über das ganze Papierblättchen und über den Tisch unbestimmt lang über *C* hinaus. Nun nehme man das Papierblättchen von *B* hinweg, klebe dasselbe in der Gegend bey *C* so auf den Tisch, daß die über das ganze Papier gezogene *ac*, genau über die auf dem Tische sichtbare *AC* zu liegen kommt. Hierauf lege man das Lineal an den Punkt *b* auf dem Papierblättchen, und an den gleichnamigen *B* auf dem Tische, und ziehe eine Linie rückwärts, so wird der Punkt *c* bestimmt, und es wird $ca = \frac{1}{4} CA$, so wie $cb = \frac{1}{4} CB$ seyn.

Auf diese Weise kann jede Aufgabe in der practischen Geometrie sehr anschaulich construirt und versinnlicht werden.

§. 138.

81. Aufgabe. Zu einer unzugängigen Geraden *AB* durch einen auf dem Felde gegebenen Punkt *D* eine Parallele zu führen.

Auflösung. I. Mittelfst des Meßtisches.

1) Da es hierbey nicht sowohl auf die Bestimmung einer Länge, **Fig.** als vielmehr auf die parallele Lage von ab zur gleichnamigen AB **81.** ankommt: so wähle man die (ungemessene) Standlinie CD von einer solchen Länge, daß die Visuren sich vortheilhaft schneiden (§. 109), und bestimme die erforderliche parallele Lage nach dem (§. 136. unter I) gezeigten Verfahren; mit dem Bemerkten jedoch, daß der Tisch das zweyte Mahl über denjenigen Punct gestellt werde, durch welchen die Parallele zu führen ist.

2) Hierauf führe man durch den auf dem Meßtisch bestimmten Punct d eine Parallele dn zu ab (Gmtr. 38.), lege das Dioptrilineal an dn , und lasse durch einen Gehülfsen in der Verlängerung dn eine Fahne in N errichten, indem man ihn durch die Diopter in diese Richtung leitet; so wird auch DN parallel zu AB seyn.

Da ab mit AB parallel ist, und für die Ausübung im wirklichen Maße unmerklich von d abliegt, so darf man nur das Dioptrilineal an ab legen, und in dieser Richtung ein paar Puncte, P und Q bestimmen: so ist auch diese Richtung mit AB parallel, und in vielen Fällen brauchbar.

Ist der Punct, z. B. M , wodurch die verlangte Parallele zu AB geführt werden soll, auch unzugänglich, so stelle man den Meßtisch über einen andern beliebigen Punct D unweit des gegebenen, bestimme die parallele Lage einer geraden DN nach der vorstehenden Anleitung, und verbinde zugleich damit die Lösung der §. 134. gegebenen Aufgabe. Mittelfst der auf dem Tische sich ergebenden senkrechten Entfernung des unzugängigen Punctes ergibt sich nachher die Entfernung, welche man aus irgend einem Punct N der Parallelen DN im Normalmaße senkrecht auf diese austrägt; so wird der Endpunct g dieser Senkrechten Ng mit dem unzugängigen M die verlangte parallele Lage zur unzugängigen AB haben.

II. Mittelfst eines Winkelmeßers.

1) Man stelle diesen auf der gegebenen auf dem Felde gemessenen Standlinie im zweyten Endpuncte C , das zweyte Mahl aber über dem gegebenen Punct D auf, und verfare übrighens ganz so, wie oben §. 136. unter II., um die Größe des Winkels DAB zu erhalten.

2) Hierauf steckt man im gegebenen Puncte D den Winkel $NDA = DAB$ ab, so wird DN mit der unzugängigen AB parallel seyn (Gmtr. 37. 1).

§. 139.

Fig. Aufgabe. Aus einem auf dem Felde gegebenen Punct D auf 81. eine unzugängige Gerade AB eine Senkrechte abzustecken.

Auflösung. I. Mittelfst des Meßtisches.

1) Man verfare wie bey der vorigen Auflösung unter **I.** wieder mit der Beobachtung, daß auch hier der Meßtisch das zweyte Mahl über den gegebenen Punct D zu stehen kommt, und daß ab parallel zu AB wird.

2) Aus dem auf dem Meßtische nun bestimmten Punct a fälle man die Senkrechte am auf ab (Gmtr. 32. 3), lege das Diopterlineal an, und lasse in der Verlängerung von am auf dem Felde eine Fahne in M errichten; so wird auch die Richtung DM senkrecht auf die unzugängige AB seyn.

Ist der Punct M , aus welchem die senkrechte Richtung einer Geraden auf die unzugängige abgesteckt werden soll, auch unzugänglich, so stelle man den Meßtisch bey der Auflösung der vorstehenden Aufgabe unweit des gegebenen unzugängigen Punctes, verbinde aber zugleich auch die Lösung der Aufgabe, in §. 134; so wird die dadurch erhaltene senkrechte Richtung MD verlängert, zugleich auf die unzugängige Gerade die verlangte senkrechte Stellung geben.

II. Mittelfst des Winkelmessers.

1) Man bestimme nach der Auflösung §. 138. unter **II.** den Winkel DAB .

2) Sodann stecke man auf dem Felde einen Winkel ADM ab, der den vorigen DAB auf 90° ergänzt; so wird DM die senkrechte Richtung auf die unzugängige AB anzeigen (Gmtr. 53. 2).

§. 140.

83. Aufgabe. Eine unzugängige Gerade AB zu verlängern.

Auflösung. I. Mittelfst des Meßtisches.

1) Ganz nach der Auflösung §. 136. unter **I.** bestimme man die parallele Lage ab zu AB .

2) Hierauf verlängere man ab auf dem Tischblatte, ziehe unter einer beliebigen Richtung eine Gerade an , und lasse ihre verjüngte Länge von D in der Richtung DP bis N in wirklichem Maße, durch die angelegten Dioptern dirigirend, austragen; so wird wegen der

Dreyecke $abn \sim DBN$ und $dan \sim DAN$ der Punct N in der Verlängerung AB liegen (Gmtr. 81.). Fig. 83.

3) Wäre man von N aus gehindert, nach B zu sehen, um von diesen zwey Puncten die Verlängerung weiter fortzusehen, so kann auf dieselbe Art noch ein zweyter Punct M bestimmt werden, der wie N in der Verlängerung AB liegt, um mittelst diesen zweyen sodann die Verlängerung zu bewirken. Dieser letzte bestimmte Punct dient in dem Falle, als B sichtbar ist, als Controllpunct, da die drey Puncte M, N und B bey richtigem Verfahren in gerader Linie liegen müssen.

II. Mittelst des Winkelmessers.

1) Man bestimme nach (§. 138. unter II.) die Gerade DB und den Winkel ABD , so ist dadurch auch der Nebenwinkel DBN bekannt (Gmtr. 19.).

2) Hierauf stecke man in D an der Geraden DB einen Winkel BDN von einer beliebigen Anzahl der Grade aus; so ist in dem Dreyecke BDN die Seite BD mit den anliegenden Winkeln bekannt; folglich kann dadurch die Seite DN gefunden, und ihre Länge auf dem Schenkel DN von D bis N getragen werden, um den Punct N zu erhalten. Eben so wird der zweyte Punct M , wenn es erforderlich ist, bestimmt, weil im Dreyecke MBD die Seite BD mit den anliegenden Winkeln bekannt ist, und folglich DM sich daraus bestimmen läßt.

Wie zu verfahren ist, um aus den bekannten Winkeln und Seiten, im ersten Falle die parallele im zweyten die senkrechte Richtung und im dritten die Verlängerung mittelst Verzeichnung auf dem Papier zu erhalten, kann nach dem bisher Gesagten keiner Schwierigkeit unterliegen.

§. 141.

Aufgabe. Es ist bloß die Länge einer unzugängigen Geraden AB aus einer vorhergegangenen Messoperation ohne ihrer Lage 84. auf dem Tisch bekannt, man soll daraus die Lage zweyer Puncte C und D bestimmen, von welchen man nach A und B sehen kann, d. i. man soll die Entfernung CA, CB, DA und DB angeben.

II. Auflösung. Mittelfst des Meßtisches.

Fig. 84. 1) Man verfähre bey einer Standlinie CD von beliebiger Länge *) ganz so, wie §. 138. um die Figur $a'b'd'c' \sim ABDC$ und folglich die Lage $a'b$ parallel zu AB zu erhalten.

2) Nun trage man die bekannte Länge AB nach einem verjüngten Maßstabe auf die Gerade ba' von b bis a , und verzeichne die Figur $bacd \sim ba'c'd'$, indem man durch a die Parallele ad zu $a'd'$, und sodann durch d die Parallele cd zu $c'd'$ zieht; so werden die Längen ca , cb , da und db auf demselben verjüngten Maßstabe die wirklichen Längen der gleichnamigen Geraden CA , CB , DA und DB , und folglich die Lage der Punkte C und D gegen A und B bestimmen. Auch ist nun durch cd die Länge CD , ohne diese wirklich gemessen zu haben, bekannt. Ist es weiter nöthig, den Punkt D auf der Erde zu bezeichnen, so muß er aus d mittelst des Senkels bestimmt werden.

3) Soll nun eine vorausgegangene Meßoperation weiter fortgesetzt werden, so ist es zur Überzeugung allerdings erforderlich die Gerade CD zu messen, und ihr Normalmaß mit dem verjüngten cd zu vergleichen.

II. Mittelfst des Winkelmessers.

1) Man beobachte in C die Winkel ACB und BCD , sodann in D die Winkel CDA und ADB , und nehme indessen für CD eine beliebige Länge, z. B. $CD = 1$ an, berechne nach dieser Voraussetzung die Geraden AC , AD , CB , DB und AB (Gmtr. 243. u. 245.).

2) Hierauf schliesse man wegen der Ähnlichkeit der Dreyecke: Die berechnete Länge AB verhält sich zu der wirklichen Länge AB , gleichwie jede andere berechnete Linie AC , AD , $CD \dots$ sich zu der wirklichen Länge von AC , AD , $CD \dots$ verhält; d. h. man darf nur jede die-

*) Es ist in Hinsicht auf Richtigkeit und Zeitgewinn vortheilhaft, wenn man die beyläufig etwa durchs Abschreiten bestimmte Länge CD im verjüngten Maße, also $c'd'$ etwas größer austrägt, um die ähnliche Figur $a'c'd'b$ zu $ACDB$ zu erhalten, weil man dadurch unnöthige nicht immer richtige Verlängerungen der Linien, in der Figur $a'c'd'b$ auf dem Tische vermeidet.

fer berechneten Geraden mit einem Bruche multipliciren, dessen Zähler die wirkliche, der Nenner aber die berechnete Länge von AB ist. Fig. 84.

Man findet auch die Lage eben dieser zwey Punkte durch die Verzeichnung, wenn man an einer Geraden von beliebiger Länge $c'd'$ die beobachteten Winkel, mithin die Figur $a'c'd'b$ verzeichnet, sodann die Länge BA nach einem verjüngten Maßstabe auf ba' von b bis a aufträgt, und endlich wie oben in 2) die Figur $a'c'd'b \sim a'c'd'b$ verzeichnet.

Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß auch die Aufgabe auf eben diese Weise gelöst werden kann, wenn einer der zu bestimmenden Punkte dießseits, und der andere jenseits der gegebenen Geraden liegt. Z. B. wenn CB die gegebene Gerade, D und A aber die zu bestimmenden Punkte wären. Diese Aufgabe ist bey der Fortsetzung einer Aufnahme vorzüglich brauchbar.

§. 142.

Aufgabe. Es sey im umgekehrten Falle der Aufgabe §. 136. die Lage und Länge der Geraden ab im verjüngten Maße auf dem Meßtische schon gegeben, und die Endpunkte ihrer gleichnamigen auf dem Felde sichtbar, aber unzugänglich, man soll die Lage und Entfernungen zweyer anderer Punkte C und D auf dem Felde in Bezug auf jene zwey unzugängigen A und B bestimmen, d. h. man soll die gegebene ab mit ihrer gleichnamigen AB auf dem Felde parallel stellen, oder den Meßtisch orientiren. 85.

Auflösung. Wie das Orientiren des Meßtisches in den Fällen geschieht, wenn derselbe über die gleichnamige AB selbst oder auf ihre Verlängerung gestellt werden kann, ist schon §. 132. gesagt worden. Hier soll nur gezeigt werden, wie zu verfahren ist, wenn man den Meßtisch seitwärts der gleichnamigen AB stellen muß, ohne die Magnetnadel gebrauchen zu dürfen oder zu können.

1) Man wähle einen beliebigen, jedoch vortheilhaft gelegenen Punkt C (§. 109.), stelle den Tisch daselbst gehörig, so daß ab nur beyläufig mit AB parallel läuft, visire von a nach A und von b nach B , so werden die rückwärts gezogenen Rayon den Punkt c auf dem Tische bestimmen.

2) Hierauf wähle man mit der vorigen Beobachtung einen zweyten Standpunkt D , und ziehe eine Visirlinie cd dahin, stelle den Meßtisch bey D mit dc genau über die gleichnamige DC , visire von a nach A ; so wird rückwärts der Punkt d bestimmt. Von hier, d. i. von d , visire man nach B , ohne auf b zu sehen, so wird der

Fig. vorige, von c nach B gezogene Rayon cb in einem Puncte m geschnitten (der auch außerhalb ab , d. i. zwischen ab und AB , liegen kann). Verbindet man nun den auf diese Art sich ergebenden Durchschnittpunct m mit a , so läuft am mit AB parallel (S. 138.).

3) Da aber ab mit AB gleichlaufend seyn soll, so zeigt der Winkel mab an, um welchen das Tischblatt gedreht werden muß. Zu diesem Ende lege man das Visirlineal zuerst an am , bemerke in dieser Richtung einen schon vorhandenen oder eigens bezeichneten Punct M , der in dieser Richtung auch auf der entgegengesetzten Seite, hier links, liegen kann.

4) Nun lege man die Diopter an die gegebene ab , und drehe das Tischblatt um den Verbesserungswinkel mab , bis man nämlich durch das Visirmittel (Diopter oder Fernrohr) den Punct M genau entdeckt; so wird ab mit ihrer gleichnamigen AB die verlangte parallele Lage, d. i. die beabsichtigte Orientirung erhalten *). Schneidet man sich nun von a und b rückwärts ein, so erhält man dadurch den wahren Standpunct d' .

5) Hat man, ehe noch der Tisch um den Verbesserungswinkel gewendet wurde, an ac das Visirlineal angelegt, und in der Verlängerung einen Punct N bemerkt, hierauf nach der Verbesserung, d. h. nachdem das Tischblatt orientirt war, von a diesen Punct N rayonirt, und den Rayon ac gezogen; so liegt in dieser der vorige oder erste wahre Standpunct. Zieht man nun von dem schon bestimmten zweyten wahren Standpunct d' aus eine Gerade $d'e$ nach dem vorigen Stande C ; so wird, wo diese die Gerade ac' schneidet, der vorige oder erste wahre Standpunct c' auch auf dem Tische bestimmt seyn.

Da hierbey, wo man das erst beschriebene Verfahren zur Orientirung des Meßtisches anwendet, kein dritter Punct vorhanden seyn kann, der zur Probe der Richtigkeit dienen konnte (weil man bey drey gegebenen Puncten die weiter unten folgende sichere Methode anwenden würde); so ist es vortheilhaft, wenn man sich einen dritten

*) Weil das Tischblatt um den Mittelpunct der Herzschraube gedreht wird, da dasselbe doch um den Scheitelpunct a des Verbesserungswinkels gewendet werden soll: so muß man, wenn dieser Winkel beträchtlich wäre, und der Punct a von der Mitte des Tischblattes bedeutend seitwärts läge, mithin der Punct a merklich aus seiner Stelle gerückt würde, diese Operation noch einmahl wiederholen, um die wahre Orientirung zu erhalten.

Punct in der Verlängerung oder zwischen den gegebenen Puncten nach Fig. §. 74. bestimmt, und nach §. 132., oder bey Zulässigkeit mittelst der Orientirbussole nach §. 132. unter IV. verfährt. Von dieser Aufgabe ist also nur im Nothfalle Gebrauch zu machen. Bey der graphischen Triangulirung muß man anstatt ihr jedes Mahl das weiter unten §. 145. folgende Verfahren anwenden.

§. 143.

1) Wenn man zwey ähnliche Dreyecke abc und ABC mit ihren gleichliegenden Seiten, d. i. mit jenen, die den gleichen Winkeln gegenüber liegen, parallel richtet, und ihre Scheitelpuncte durch gerade Linien verbindet, so schneiden sich die Verbindungslinien in einem gemeinschaftlichen Punct d .

Gesetzt, es wäre bey der vorausgesetzten Bedingung und der Lage der Dreyecke dennoch mehr als Ein Schnitt, etwa auch der Schnitt m möglich, so findet doch vermög der Ähnlichkeit der Dreyecke

$$CB : cb = Bd : bd, \text{ und auch}$$

$$CB : cb = Bm : bm \text{ statt, daher ist}$$

$$Bd : bd = Bm : bm, \text{ oder}$$

$$(Bd - bd) : bd = (Bm - bm) : bm, \text{ oder}$$

$$Bb : bd = Bb : bm, \text{ also auch}$$

$$bd = bm \text{ (Rf. 265. 2) und 268. IV.).}$$

$$\text{Nun aber ist } bd = bm + md$$

$$\text{daher } bm + md = bm$$

folglich ist $md = 0$; also muß auch die dritte Verbindungslinie durch den Schnitt d gehen. Daraus folgt:

2) Daß umgekehrt die gleichliegenden Seiten zweyer ähnlicher Dreyecke parallel seyn müssen, wenn sich ihre durch die gleichnamigen Scheitelpuncte geführten Verbindungslinien in einem einzigen Punct schneiden.

Sind demnach A , B und C drey sichtbare Puncte auf dem Felde, und die Puncte a , b und c die gleichnamigen auf dem Meßtische in einer solchen Lage gegeben, daß sie mit jenem zwey ähnliche Dreyecke bilden, so sieht man leicht ein, daß es bey Bestimmung der Lage und Entfernung eines vierten Punctes (beym Rückwärtseinschneiden) aus drey auf dem Meßtisch gegebenen, und auf dem Felde sichtbaren Puncten hauptsächlich darauf ankommt, das Meßtischblatt jedesmahl in eine solche Lage zu bringen, daß die Seiten des auf demselben gegebenen Dreyeckes mit jenen des auf dem Felde ähnlichen genau

Fig. parallel liegen. Auch erhellet hieraus, daß die Orientirung aus bloß
 86. zwey Puncten nicht immer verläßlich ist, weil zwey gegen einander sich neigende gerade Linien zwar ein Mahl sich schneiden, dieser Durchschnittspunct jedoch in Bezug auf andere Puncte nicht immer die richtige Lage hat, wie dieses Fig. 92. bis 96. deutlich zeigen, und daß folglich zur Prüfung der Richtigkeit der Orientirung des Meßtisches jedes Mahl ein dritter Punct erforderlich ist.

88. um 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200.

§. 144.

Ob es gleich der Methoden mehre gibt, den Meßtisch zu orientiren, wenn er nicht wie nach §. 132. auf eine der Dreyeckseiten
 91. oder ihre Verlängerung Fig. 91 gestellt werden kann, so ist doch die hier beschriebene und gebrauchte directe Methode in der Ausübung die vorzüglichste. Hierbey orientirt man nämlich den Meßtisch indessen nur beyläufig, und sucht dann die genaue Orientirung folglich auch den richtigen Standpunct, durch welchen als Probe der Richtigkeit alle drey Wijuren genau gehen müssen.

Um diese in der practischen Meßkunst so wichtige Aufgabe in allen vorstehenden Fällen einfach und rein geometrisch = graphisch aufzulösen, mit Ausschließung aller weitläufigen, in der Praxis nicht anwendbaren Constructionen (wie z. B. durch Kreise, Sehnen dreypfüßige Zirkel u. dgl.), ist ein Hülfspunct u erforderlich, der mit einem Tischpuncte, hier mit b verbunden, diejenige Richtungslinie gibt, mittelst welcher dem Tischblatte eine solche Lage gegeben werden kann, daß jede Dreyeckseite auf dem Meßtische mit ihrer gleichnamigen auf dem Felde die erforderliche parallele Lage und folglich der Meßtisch die durch diese Aufgabe beabsichtigte Orientirung erhalte, um eine Meßoperation zu beginnen, fortzusetzen und zu vollenden.

Obgleich der Meßtisch mit drey gegebenen Puncten in Hinsicht auf die gleichnamigen und ähnlich liegenden drey Feldpuncte acht verschiedene Stellungen erhalten kann, nämlich:

- 1) innerhalb der drey Feldpuncte ABC Fig. 87.;
- 2) außer dem Felddreyecke, einem Winkel gegenüber, Fig. 89.;
- 3) außerhalb des Dreyeckes, einer Seite gegenüber, aber innerhalb des um die gegebenen drey Puncte ABC gedachten Kreises, Fig. 88.;

- 4) außerhalb des Dreyeckes und Kreises, einer Seite gegen- Fig.
über, Fig. 91.; 87.
5) auf einer Seite des Felddreyeckes, Fig. 91., oder bis
6) auf der Verlängerung einer Seite, Fig. 91., oder 91.
7) auf einem dieser Feldpuncte selbst, Fig. 89.; und endlich
8) auf dem Umfange des um die drey Feldpuncte gedachten
Kreises, Fig. 88.; so reduciren sich die Stellungen desselben, wobey
der oben erwähnte Hülfspunct u zu bestimmen erforderlich ist, doch
nur auf die erstern vier Fälle. In den folgenden drey Fällen bedarf
man zur Orientirung des Nestisches keinen Hülfspunct, da derselbe
mittelft des gegebenen Tischdreyeckes selbst genau in's Alignement
gestellt und orientirt werden kann. Der letzte oder achte Fall endlich
ist als practisch unbrauchbar gänzlich auszuschließen.

Bey jeder der oben bezeichneten Stellungen des Nestisches er-
scheint dem Beobachter jedesmahl ein Punct des Felddreyeckes zwis-
schen zweyen desselben. Da der Nestisch vermittelst dieser Puncte
in die Orientirung gerichtet wird, so wollen wir, um uns kurz und
bestimmt auszudrücken, diese die äußern, jenen aber den mitt-
lern Richtpunct nennen. Bey der Stellung außerhalb dem Feld-
dreyecke (auch wenn die gegebenen drey Puncte in gerader Linie lie-
gen, Fig. 95.), hat man jedesmahl alle drey Puncte vor sich; im
Dreyecke stehend aber, den mittlern Richtpunct hinter sich.

§. 145.

Um den erwähnten Hülfspunct u , und vermittelst desselben zu-
gleich auch den Standpunct d des Nestisches zu bestimmen, verfährt
man in allen vier Fällen nach folgender Weise:

- 1) Man wähle auf dem Felde einen dem vorhabenden Zwecke
angemessenen Standort D *) Fig. 91., von solcher Beschaffenheit, 91.
daß die gegebenen drey Feldpuncte A , B und C deutlich sichtbar sind,
und die auf dem Tischblatte nach denselben gezogenen Rayon sich
gut (nicht in zu spitzigen Winkeln) schneiden.
2) Hierauf lege man das Visirlineal an die zwey äußern Richt-
puncte, z. B. an a und c , drehe das Tischblatt um die geöffnete
Herzschaube, bis man einen von den gleichnamigen Puncten, z. B.
 C auf dem Felde durch das Visirmittel (Diopter oder Fernrohr) ent-

*) Der Punct D muß auf der Erde vertical unter dem Tischpuncte d
gedacht werden.

Fig. deckt, und stelle das Tischblatt fest; so wird das Dreyeck abc jetzt die Lage $a'b'c'$ erhalten haben. Nun drehe man das Visirmittel jedesmal um den äußern Punct, hier um a' (von den in gerader Linie liegenden dreyen a' , c' und C) so weit herum, bis der mittlere Richtpunct B auf dem Felde im Diopter sichtbar wird, und ziehe den Rayon $a'h$, so ergibt sich dadurch der Winkel n .

3) Auf gleiche Weise lege man das Visirmittel wieder an die zwey äußern Richtpuncte, nun an a' und c' , drehe das Tischblatt so, daß der zweyte äußere Feldpunct, also A im Diopter sichtbar wird, und stelle das Tischblatt fest, so wird das Dreyeck $a'b'c'$ nun die Lage $a''b''c''$ erhalten haben. Dreht man das Visirmittel wieder um den äußern Punct, hier nämlich um c'' (von den in gerader Linie liegenden dreyen c'' , a'' und A), so weit herum, bis der mittlere Richtpunct B auf dem Felde im Visirmittel gehörig erscheint, und zieht die Visur $c''h''$; so ergibt sich der Winkel m , und die vorige Visur $a''h''$, welche nun die Lage $a''h'$ hat, wird in dem Puncte u geschnitten. Dieser Punct kann sowohl in das Dreyeck als außer demselben zu liegen kommen, jedesmal aber wird der gesuchte Hülfspunct u auf dem Tischblatte, zwischen der gewählten Richtungslinie, hier z. B. ac und ihrer gleichnamigen auf dem Felde AC liegen.

4) Hierauf lege man das Visirlineal an den mittlern Richtpunct b'' und den gefundenen Hülfspunct u , ziehe eine Gerade $b''u$ rückwärts gegen sich von unbestimmter Länge, gebe dem Tischblatte eine solche Wendung, daß man den gleichnamigen mittlern Richtpunct B auf dem Felde in der Visur entdeckt, und also das Dreyeck $a''b''c''$ die Lage abc erhält; endlich stelle man das Tischblatt vermittelst der Herzschaube fest (eine kleine Verrückung hierbey wird durch die Wendeschraube verbessert, daß die Richtung $b''u$ scharf nach B schneidet); so ist der Messtisch, bey richtigem Verfahren, orientirt.

5) Um sich aber von der richtigen Orientirung auch zu überzeugen, visiret man von den zwey äußern Tischpuncten a und c nach ihren gleichnamigen A und C auf dem Felde, so werden, bey vollkommener Orientirung des Tisches, die rückwärts gezogenen Visuren mit der vorigen $b''u$ in einem einzigen Puncte d sich schneiden (§. 143.), der mittelst der Lothgabel den gleichnamigen D auf der Erde gibt; und es kann nun von hier aus eine Messoperation begonnen werden.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist in Folgendem begründet: Fig.

1) Nachdem (§. 145. unter 2) die Gerade ac in die Richtung $a'C$ 91. und das gegebene Tischdreyeck abc in die Lage $a'b'c'$ gebracht, und von dem äußersten Punkte a' der Rayon nach B gezogen worden ist, ist zugleich der Winkel $h'a'C = n$ construirt worden.

2) Und nachdem man das Dreyeck $a'c'b'$ vermög §. 145. unter 3) in die Lage $a''b''c''$ und also die Gerade $a'h'$ in die Lage $a''h''$ gebracht, und den Rayon $c''B$ gezogen hat, ist der Winkel $h''c''A = m$ construirt und zugleich der Rayon $a''h''$ geschnitten, folglich der Hülfspunct u bestimmt worden.

3) Nach §. 145. unter 4) ist das Wisirmittel an dem mittlern Richtpunct b'' und an den Hülfspunct u angelegt, und das Dreyeck $a''b''c''$ in die Lage abc , folglich der Winkel m in die Lage m' , der Winkel $h'a''c'' = h'a'C = n$ aber in die Lage n' und die Punkte b'' und u in die Richtung bu oder in die Gerade Bd gebracht worden; da ferner bey dieser Stellung des Tischblattes nach §. 145. unter 5) die Rayon Aa und Cc rückwärts in Einem Punkte geschnitten wurden; so sind die Winkel $Ca'B = n = CdB = n''$, und auf gleiche Weise die Winkel $Ac''B = m = AdB = m''$ gezeichnet worden.

4) Da in der Praxis das Tischdreyeck abc in Vergleichung des Felddreyeckes ABC nur sehr klein, ihre Entfernung aber immer beträchtlich groß ist, so hat die Excentricität der Scheitelpuncte a' und c'' , die nie genau über den Scheitel d gebracht werden können, gar keinen Einfluß, und ist als Null zu achten; es kann demnach der Winkel $n = n' = n''$, so wie $m = m' = m''$ gesetzt werden.

5) Da ferner in dem Vierecke $adcu$ zwey Winkel wechselweise zweyen entgegenstehenden gleich sind, nämlich $m' = m''$ und $n' = n''$, so läßt sich um dasselbe ein Kreis so umschreiben, daß alle Scheitel desselben im Umfange dieses Kreises liegen (Gmtr. 75); es sind also $n'' = n'$ und $m'' = m'$, als gleiche Umfangswinkel zu betrachten, weil die vorerwähnte Excentricität der Scheitelpuncte a' , c'' und d in der Praxis ganz ohne Einfluß ist.

6) So oft demnach von ähnlichen Dreyecken abc und ABC die drey Verbindungslinien ihrer gleichnamigen Scheitelpuncte in einem einzigen Punkte d sich schneiden, laufen ihre gleichliegenden Seiten parallel (§. 143.), und folglich ist der Meßtisch orientirt.

Auf gleiche Art gilt dieser Beweis für die Richtigkeit des Verfahrens, um den Meßtisch aus drey gegebenen Punkten zu orientiren, bey jeder andern Stellung des Tisches in den §. 144. bezeichneten Fällen 1) bis 4). Nur der einfachen Darstellung wegen ist hier der 4. Fall in Fig. 91. gewählt worden.

§. 146.

Fig. 91. Aus dieser Darstellung ersehen wir, daß der gesuchte vierte Punct d , nämlich der Standpunct des Meßtisches, der Hülfspunct u und die äußern zwey Richtpuncte a und c des Tischdreyeckes in dem Umfange eines Kreises liegen. Verfolgen wir diese Merkmale bey jeder Stellung des Meßtisches in Bezug auf die drey Feldpuncte, so finden wir, daß bey jedem Stande des Meßtisches der Hülfspunct u eine gewisse Lage in Bezug auf den mittlern Richtpunct b annimmt, d. h. bald mehr, bald weniger vortheilhaft zur Orientirung des Meßtisches mitwirken kann.

1) Betrachten wir die Stellung des Tisches auf der Dreyeckseite CB (Fig. 91. in Nr. 2), welche als das Fundament der fraglichen Aufgabe zu betrachten ist, so finden wir den Hülfspunct u , wenn er (was aber in diesem Falle nicht nothwendig ist), nach dem §. 145. gezeigten Verfahren bestimmt werden wollte, in dem mittlern Richtpunct A auf dem Felde selbst; er ist hier unter allen Tischstellungen am weitesten vom mittlern Richtpuncte a entfernt, und wäre in diesem Falle zur Orientirung am vortheilhaftesten, wenn hier der Meßtisch nicht ohnedieß schon durch die Dreyeckseite cb auf ihrer gleichnamigen CB bestens ins Alignement gerichtet oder orientirt werden könnte. Dagegen kann hier der Standpunct d aus dem Puncte $u = A$ unmittelbar bestimmt werden.

2) Kommt der Meßtisch auf die Verlängerung einer Dreyeckseite CB Nr. 3. zu stehen, so kann derselbe mittelst der gleichnamigen Seite cb aufs Genaueste ins Alignement gerichtet, und der Standpunct d mittelst der dritten Puncte a und A bestimmt werden.

3) Kommt der Tisch auf einen gegebenen Dreyeckspunct, z. B. über C selbst zu stehen, Fig. 89. Nr. 1., so kann er daselbst vermittelst der Dreyeckseiten CA und CB auf das Genaueste orientirt werden, wozu gleichfalls kein Hülfspunct erforderlich, aber hier auch keiner bestimmbar ist. Der Hülfspunct u kann hier im Puncte a oder b gedacht werden.

4) Denken wir uns den Meßtisch aus dem Stande Nr. 1. (Fig. 91.) näher an die Seite AC des Felddreyeckes gerückt, so werden die Winkel n und m , folglich auch n' und m' immer größer, je näher wir dieser Seite kommen, dadurch rückt der Hülfspunct u mehr gegen den mittleren Richtpunct b , und die Orientirungslinie wird in eben diesem Verhältnisse kürzer, daher die Anlage des Wärmittels an eine so kurze Linie unsicher. Kommt nun

5) der Meßtisch gar auf den Umfang des um die drey Feld- Fig. 88.
 puncte gedachten Kreises zu stehen, Fig. 88. Nr. 1., so fällt der Hülfspunct u mit dem mittlern Richtpunct e überein, die Orientirungslinie für die Anlage des Visirmittels wird Null, und da alle Umfangswinkel des Kreises einander gleich sind, so können sich die drey Visuren aus A , B und C in dem Standpuncte d schneiden, ohne daß der Meßtisch orientirt ist. Es ist also der Standpunct des Meßtisches auf dem Umfange des um die gegebenen drey Punkte gedachten oder wirklich beschriebenen Kreises unbestimmt.

6) Diese Unbestimmtheit verschwindet aber sogleich, als man von dem Umfange des Kreises weiter gegen die Dreyeckseite AB in den Kreis hinein kommt; der Hülfspunct u rückt nun über das Tischdreyeck hinaus, und die Anlage des Visirmittels an die Orientirungslinie bu (in Nr. 2.) wird wieder desto vortheilhafter, je näher der Meßtisch an die Seite AC zu stehen kommt. Auf der Seite AC selbst fällt der Hülfspunct u mit B überein, und es tritt derselbe vortheilhafte Tischstand ein, wie bey Nr. 2. in Fig. 91.

7) Denken wir den Meßtisch von der Seite AC weiter in das Dreyeck ABC selbst versetzt, Fig. 87., so erscheint der Hülfspunct 87.
 u entgegengesetzt vom mittlern Richtpunct b , dadurch erhält das Visirmittel eine sehr vortheilhafte Anlage; hierbey kann es sich aber auch fügen, daß der Hülfspunct über das Tischbret hinausfällt. In diesem Falle darf man aber nur den Meßtischstand näher gegen den mittlern Richtpunct hier gegen B wählen, um den Hülfspunct u auf das Tischblatt zu bringen.

8) Ist man in die Lage versetzt, den Meßtisch außerhalb des Dreyeckes einem Winkel, z. B. B , gegenüber zu stellen, Fig. 89. 89.
 in Nr. 2., wo sich die Visuren schon sehr schief schneiden, zumahl, wenn auch noch die dem Winkel entgegen liegende Seite kleiner ist, als die anliegenden, so wird die Bestimmung des Standpunctes schon unsicher, und der auf die bekannte Weise bestimmte Hülfspunct u rückt immer näher an die Dreyeckseite ac , je mehr man gezwungen ist, vom Puncte B zurückzugehen; dieser Punct würde in die Seite ac selbst fallen, wenn der Tisch unendlich weit von B entfernt gestellt, daher der Winkel $n = n'$ und $m = m'$ gleich Null würden.

9) Liegen die gegebenen drey Feldpuncte A , B und C in gerader Linie, Fig. 90., so kann hierbey der Meßtisch zwey brauchbare 90.
 Stellungen erhalten: und zwar jedesmahl den gegebenen Feldpunc-

Fig. ten gegenüber, entweder innerhalb oder außerhalb des um 90. die äußern Punkte *A* und *C* gedachten Kreises; auf dieser Kreislinie selbst wäre der Tischstand eben so wie oben unbestimmt. Ganz nach der gezeigten Weise wird der Hülfspunct *u* gefunden und mittelst desselben der Meßtisch orientirt.

§. 147.

Nach dem bereits §. 145. gezeigten Verfahren kann der Meßtisch an jedem beliebigen und vortheilhaft befundenen Standorte auf die einfachste Weise orientirt, eine geometrische Vermessung begonnen, fortgesetzt und vollendet werden. Kann man den Standort so wählen, daß der Hülfspunct *u* von dem mittlern Richtpuncte *b* eine vortheilhafte Lage und Entfernung erhält (§. 145. 4) bis 9), und vorausgesetzt, daß die Dreyecke *abc* und *ABC* vollkommen ähnlich sind, so werden bey diesem Verfahren die drey Visuren jedesmahl in einem einzigen Punkte sich schneiden und die richtige Orientirung des Meßtisches bewähren.

Ist man aber mit der Wahl des Meßtischstandes beschränkt, so daß die Visuren sich zu schief schneiden, oder daß der Hülfspunct *u* zu nahe an dem mittlern Richtpuncte *b* liegt, daher als eine zu kurze Linie dem Visirmittel keine verlässliche Anlage und Richtung gewähren; so werden diese Visuren nicht immer in einem einzigen, sondern in drey verschiedenen Punkten sich schneiden, und ein kleines Dreyeck bilden, welches den Fehler der Orientirung anzeigt, daher das fehlerzeigende Dreyeck, oder kurz das Fehlerdreyeck genannt werden kann.

Wären hingegen die gegebenen Dreyecke *abc* und *ABC* nicht vollkommen ähnlich, so wäre die Grundlage schon unrichtig, und aus einer solchen kann kein richtiger Erfolg erwartet noch gefordert werden. In einem solchen Falle, wenn nämlich die drey Visuren in drey verschiedenen Punkten sich schneiden, ist auch der Standpunct des Meßtisches noch nicht bestimmt, doch kann seine wahre Lage, wie sogleich gezeigt werden wird, leicht beurtheilt und für die Praxis auch zureichend genau bestimmt werden.

Wenn wir nun diejenigen Fälle, wo kein Hülfspunct zur Orientirung erforderlich ist (Fig. 91. Nr. 2. und 3., und Fig. 89. Nr. 1.), und auch jenen ausscheiden, der sich in der Praxis als unbestimmt, und folglich als unbrauchbar gezeigt hat (Fig. 88. Nr. 1.); so bleiben uns zur Stellung und Orientirung des Meßtisches mittelst des

Hilfspunctes u nur die oben §. 144. von 1) bis 4) bezeichneten vier Fig. Fälle übrig, und zwar derselbe kann gestellt werden: 92.

- 1) innerhalb des gegebenen Dreyeckes ABC (Fig. 92.), oder
- 2) außer dem Dreyecke einem Winkel gegenüber (§. 94.), oder
- 3) außerhalb des Dreyeckes einer Seite gegenüber, aber noch innerhalb des um die gegebenen drey Punkte gedachten Kreises (Fig. 93.), oder endlich
- 4) außerhalb des Dreyeckes und Kreises einer Seite gegenüber (Fig. 96. und auch Fig. 95.).

Macht man auf das §. 146. Gesagte einen Rückblick, so erkennt man leicht, daß bey den vorbezeichneten Stellungen des Meßtisches jener innerhalb der drey gegebenen Feldpuncte A , B und C in Fig. 87. und 92. der vortheilhafteste ist, wobey die zur Orientirung dienenden Puncte u und b fast immer in so weitem Abstände zu liegen kommen, daß das Visirmittel eine sichere Anlage erhalten könne, und deshalb, bey vorausgesetzter Ähnlichkeit der Dreyecke ABC und abc und bey richtigem Verfahren nach der §. 145. gegebenen Anleitung, nie ein Fehlerdreyeck, sondern der richtige Standpunct d unmittelbar sich ergibt. Dasselbe gilt auch bey der Stellung außerhalb des Felddreyeckes einem Winkel gegenüber in Fig. 89. und 94.; nur wenn der Tischstand vom Feldpuncte weit entfernt zu nehmen wäre, tritt hier der Umstand hindernd entgegen, daß sich die drey Visuren schon sehr spitzig, daher nicht genug scharf schneiden.

Bey dem Stande des Tisches in Fig. 95. und 96. entsteht selten ein Fehlerdreyeck, wenn derselbe nicht zu nahe an den um die drey Feldpuncte gedachten Kreis zu stehen kommt. Nahe an dem Kreise aber geben die Richtpuncte u und b eine zu kurze, daher keine sichere Anlage des Visirmittels zur Orientirung des Meßtisches.

Ergibt sich aus den oben angeführten und den vorstehenden Ursachen bey der Orientirung des Meßtisches ein Fehlerdreyeck, so liegt im ersten oben angegebenen Falle, da der Meßtisch im gegebenen Dreyecke ABC selbst steht (Fig. 92.), auch der gesuchte Punct d im Fehlerdreyecke, jedoch nicht immer genau in der Mitte desselben, wie die im größern Maße gezeichnete Figur $b' a' c'$ zeigt und weiter unten erhellen wird. Im zweyten und dritten Falle (Fig. 93. bis 95.) liegt der gesuchte wahre Standpunct d jedesmahl auf der entgegengesetzten Seite des Fehlerdreyeckes, d. i. das Fehlerdreyeck liegt auf einer Seite der mittlern Visur, der Standpunct d aber auf der andern Seite dieser Visurlinie. In dem vierten Falle hingegen liegt der gesuchte

Fig. Standpunct d jedesmahl auf derselben Seite der mittlern Bisur, wo das Fehlerdreyeck liegt (Fig. 96.); die Ansicht stets so genommen, daß man, am Nestische stehend, beyde Dreyecke, das Feld- und Tischdreyeck, vor sich habe. Dabey ist noch zu bemerken, daß der Standpunct d in allen Fällen stets auf einerley Seite aller drey Bisuren liegt, d. h. wenn er auf der linken Seite der mittlern Bisur seine Lage hat, so liegt er auch auf der linken Seite der zwey andern Bisuren (Fig. 94. und 95.), und so umgekehrt auf der rechten Seite (Fig. 93.).

Auch erkennt man sogleich, daß in den ersten drey Fällen das Tischblatt nach der Lage des Fehlerdreyeckes eine entgegengesetzte Wendung um die Hertzschraube verlange, d. h. wenn das Fehlerdreyeck auf der rechten Seite der mittleren Bisur liegt, so verlangt das Tischblatt eine Wendung links (Fig. 94.), im umgekehrten Falle aber rechts (Fig. 93.), damit die Dreyeckseite ab zu ihrer gleichliegenden AB auf dem Felde die parallele Lage erhalte *). Dagegen muß in dem Falle oben unter 4) und Fig. 96. dem Tischblatte eine Wendung nach jener Seite gegeben werden, auf welcher das Fehlerdreyeck liegt, um die verlangte parallele Lage der Dreyeckseiten zu erhalten; liegt nämlich das Fehlerdreyeck auf der rechten Seite der mittleren Bisur, so verlangt auch das Tischblatt eine Wendung nach rechts, und so umgekehrt links, wenn das Fehlerdreyeck links liegt. Die Ansicht stets so genommen, wie schon oben erwähnt **).

96. Betrachtet man die Figur 96., so zeigt das Fehlerdreyeck uwy , daß der Nestisch noch nicht orientirt ist, und daß dem eben Gesagten zu Folge das Tischblatt eine Wendung nach links verlange, damit die Dreyeckseite $a'b'$ mit ihrer gleichnamigen AB die erforderliche parallele Lage erhalte. Wird das Tischblatt so weit links gewendet, daß aus der Lage des Tischdreyeckes gegen das Felddreyeck ABC auf dieser Seite ein zweytes Fehlerdreyeck wy entsteht, so muß nach dem Vorigen der wahre Standpunct d zwischen beyden liegen. Verbindet

*) Die Rechts- oder Linkswendung des Tischblattes wird so verstanden, daß dasselbe mit seinem vordern, dem Geometer entfernten Rande rechts oder links gewendet werde.

**) Liegen die gegebenen drey Puncte in gerader Linie (Fig. 95), so gilt in Bezug auf das Fehlerdreyeck und der Lage des Standpunctes d dasselbe, was oben von dem Tischstande unter 1), 2) und 3) gesagt worden ist.

man die gleichnamigen Durchschnittspuncte, die nämlich in beyden Fig. Fehlerdreyecken aus gleichnamigen Wisuren entstanden sind, 96. durch gerade Linien *), so gibt ihr Durchschnitt den Ort an, wo der Punct d liegen soll. Es sind nämlich hier in beyden Fehlerdreyecken die Durchschnitte yy aus den Wisuren nach A und C , die Durchschnitte xx aus den Wisuren nach C und B , endlich die mittleren Durchschnitte aus den Wisuren nach A und B entstanden. Die Verbindungen dieser gleichnamigen Puncte werden in ihrem gemeinschaftlichen Durchschnitte auf dem Tischblatte den Standpunct d zu erkennen geben **).

Zur Bildung eines zweyten gleichstimmigen Fehlerdreyeckes ist aber die beyläufige Lage des Punctes d auf dem Messtische erforderlich, welche auf folgende Weise erhalten wird. Der Standpunct d muß, wie sogleich bewiesen werden wird, von den drey Wisuren in solchen Abständen liegen, die sich verhalten wie die Entfernungen dieses Punctes von den gleichnamigen Dreyeckspitzen; es müssen sich nämlich verhalten:

$$du : dr : ds = (da \text{ oder } dA) : (dc \text{ oder } dC) : (db \text{ oder } dB).$$

Es kommt also bey der vorläufigen Bestimmung (die zu unserm Behufe nicht ängstlich zu geschehen hat) nur darauf an, diese Verhältnisse annähernd zu beurtheilen, was um so leichter ist, da nach dem Augenmaße schon ziemlich gut erkannt wird, wo der Ort dieses Punctes d liegen kann.

Man wähle demnach einen Punct für d , deute ihn mit Bleystift nur leicht an, und nehme den Abstand bis zum nächsten Dreyeckspuncte b' als Einheit zum Maßstabe, und beurtheile damit nur nach dem Augenmaße (oder auch mit einer leichten Zirkelöffnung) die zwey andern Entfernungen bis a' und c' ; es zeige sich z. B. hier, daß a' etwa um $\frac{1}{10}$ weiter als b' ; hingegen c' um etwas mehr als $\frac{1}{3}$ weiter vom gewählten Puncte als b' entfernt sey; so muß auch der senkrechte Abstand du um $\frac{1}{10}$ mehr als ds , dr aber $\frac{1}{3}$ mehr als ds betragen.

Nun lege man das Wisurlineal an den vorläufig gewählten Punct

*) Diese in der Wirklichkeit stets kurzen Verbindungslinien sind Kreisbogen, in welchen die Puncte $CBaxdx$, $CAydy$ u. s. w. liegen, jedoch von so großen Halbmessern, daß man die Kreisbogen $axdx$, ydy u. s. w. als practisch gerade ansehen kann.

***) Selbst dann, wenn diese drey Verbindungslinien nicht genau in Einem Puncte sich schneiden, so zeigen sie doch den Ort des Punctes d zu obigem Zwecke zureichend genau an.

Fig. *a* und an den mittlern Richtpunct *c'* und beurtheile, um wie viel 96. der Visirstrahl neben dem gleichnamigen Punct *C* auf dem Felde rechts vorbeyschneide, wende das Tischblatt so weit zur linken, daß die Visur, nach dem Augenmaße, nun eben so weit links, als vorher rechts neben *C* vorbeyschneide; so wird sich nach dem bekannten Verfahren ein zweytes Fehlerdreyeck ergeben, welches mit dem erstern gleichstimmig ist, und aus beyden wird sich endlich nach den vorhin gezeigten Verfahren, durch die Verbindung der gleichnamigen Spitzen der zwey Fehlerdreyecke der Standpunct *d* so genau ergeben, daß, wenn der Meßtisch nach §. 145. unter 4) auf den mittlern Richtpunct *C* eingerichtet ist, die gehörige Orientirung erhalten und durch die Überzeugung nach 5) sich auch so bewähren wird, daß, bey richtigem Verfahren, selten oder nie eine Verbesserung durch Wiederholung erforderlich werden dürfte.

In der wirklichen Anwendung kann man auch die Überzeugung gewinnen, daß das ganze Verfahren weit schneller auszuführen ist, als es hier beschrieben werden konnte; so wie auch daß hierbey die vorläufige Bestimmung des Punctes *d* nicht sehr ängstlich zu geschehen habe.

Die Richtigkeit der eben beschriebenen Annäherungsmethode *) in allen vier Fällen gründet sich auf folgenden Beweis:

Es stelle in Fig. 96. das Dreyeck *a'b'c'* die Lage des noch nicht orientirten Meßtisches vor, daher die Verbindungslinie *a'A*, *b'B* und *c'C* der Dreyecke verlängert sich in drey verschiedenen Puncten schneiden und das Fehlerdreyeck *xuy* bilden; es sey ferner *abc* die richtige Lage des auf dem Tische gegebenen Dreyeckes, welche dasselbe durch das oben beschriebene Verfahren erhalten hat: so ist der Durchschnittpunct *d* der verlängerten Verbindungslinien *Aa*, *Bb* und *Cc* der gesuchte richtige Standpunct des Meßtisches, und es ist nun zu beweisen, daß die senkrechten Abstände *du*, *dr* und *ds* (als Sinuse der Abweichungswinkel) aus diesem Puncte *d* auf die Seiten des Fehlerdreyeckes sich so verhalten, wie die Entfernungen *dA*, *dC* und *dB* (als Halbmesser zu jenen Sinusen).

Zu diesem Behufe ziehe man aus dem Puncte *d* Kreise durch die Scheitelpuncte *a*, *b*, und *c* des gegebenen Dreyeckes, in welchen auch die gleichnamigen Scheitel *a'*, *b'*, *c'* desselben Dreyeckes in der schiefen Lage *a'b'c'* sich befinden. Nun verbinde man den Punct *d* mit dem entferntesten Scheitelpuncte *c'* des schief liegenden Dreyeckes, so werden dadurch auch die kleinern zwey Kreise in den Puncten *n* und *g* geschnitten, und es ist der Bogen *mn* eben so groß, als der Bogen *b'b'*, so wie der Bogen *pg* mit *aa'* gleiche Größe hat. Denn während der Wendung des Tischblattes um die Herzschaube, damit der

*) Von Lehmann, Königl. sächsl. Artillerie-Major, zuerst angegeben.

Punct c' nach c , der Punct a' nach a , und b' nach b zu liegen kam *), Fig. sind zugleich auch die Bogen $qp = a'a$ und $nm = b'b$ durchlaufen 96. worden.

Es sind also die Winkel dAu , dCr und dBs (wegen der geringen Excentricität) einander gleich, folglich die aus A , B und C mit den Halbmessern Ad , Bd und Cd beschriebenen Bogen ähnlich; fällt man diesernach aus dem Punct d die Senkrechten du , ds und dr , so sind diese die Sinuse jener Bögen **) und verhalten sich wie ihre Halbmesser;

es verhält sich nämlich . . . $du : dr : ds = dA : dC : dB$;

und wegen der Ähnlichkeit der

Dreyecke $dac \sim dAC$ und

$dcb \sim dCB$ verhält sich . . . $da : dc : db = dA : dC : dB$,

folglich auch . . . $du : dr : ds = da : dc : db$;

das heißt: bey einem sich ergebenden Fehlerdreyecke verhalten sich die Senkrechten, welche aus dem wahren Standpuncte d auf die Seiten des Fehlerdreyeckes gefällt werden, wie die Abstände der betreffenden Dreyeckspitzen von jenen Puncten. Dasselbe gilt, wenn auf der zweyten Seite durch die schiefe Lage des Dreyeckes ein Fehlerdreyeck entsteht.

§. 148.

Aus dem bisher Gesagten kann deutlich erhellen, daß aus drey gegebenen sichtbaren Fixpuncten ein vierter als Standpunct des Meßtisches beliebig gewählt, nach §. 145. schnell und richtig bestimmt, oder bey einem entstandenen Fehlerdreyecke nach §. 147. durch Annäherung zureichend genau gefolgert werden kann. Ja es ist das hier gezeigte Verfahren, den Meßtisch aus drey gegebenen sichtbaren Puncten zu orientiren, um so sachdienlicher, als man nach Umständen oft das Detail einer ganzen Meßtisch-Section größtentheils aus den ursprünglichen Daten, aus drey gegebenen Fixpuncten ableitend, ausarbeiten kann, indem man, wo es die Lage des Terrains zuläßt, für den Meßtisch immer nur einen solchen Standort wählt, in welchem das Tischblatt aus den gegebenen drey Puncten orientirt werden kann, wodurch die ganze Vermessung wie aus einer Einheit, gleichsam wie aus Einem Gusse hervorgeht.

*) Liegt der gesuchte Punct d nicht über den Drehungspunct des Meßtisches, so ergibt sich wegen der Excentricität eine kleine Abweichung, die aber vermög §. 145. 4) in der Praxis von keinem merkbarern Einfluß ist.

**) Bey sehr spitzigen Winkeln, die sich bey der großen Entfernung des Meßtisches vom Felddreyecke ABC in der Wirklichkeit jedesmahl ergeben, fallen die Sinuse (Senkrechten) mit ihren Bogen überein.

Fig. Sind im Verfolge einer Vermessung aus einem solchen auf dem Felde beliebig gewählten, Standorte dann mehre Richtpuncte sichtbar, durch welche der Tisch orientirt werden kann, so sind nicht jede drey derselben gleich gut geeignet, den zu suchenden Standpunct auf dem Meßtische richtig zu bestimmen; sondern unter allen können nur drey die geeignetsten seyn, und zwar: je größer der Unterschied der Entfernungen der drey Richtpuncte vom Standorte ist, desto bestimmbarer ist der zu suchende Standpunct; je kleiner aber diese Unterschiede sind, desto weniger bestimmend sind die Durchschnitte ihrer Visuren. Demnach diene zur Wahl des Standortes für den Meßtisch Folgendes:

1) Sind auf dem Felde nur drey Richtpuncte sichtbar, so wähle man den Standort für den Meßtisch dergestalt, daß sich die zwey nächsten oder die zwey entferntesten Richtpuncte so rechtwinkelig als möglich, nie aber spitziger als nahe bey 45° durchschneiden (Fig. 92. bis 96.). Denn bey einer solchen Lage des Standortes *D* ergibt sich der gleichnamige Punct *a* auf dem Tischbrette mittelst des Hülfspunctes *u* nach §. 145. in den meisten Fällen unmittelbar genau; bey einem sich ergebenden Fehlerdreyecke aber lassen sich die Abstände des Punctes *a* von den Visirlinien nach §. 147. am leichtesten beurtheilen, und nachher daraus auch zureichend genau bestimmen.

2) Werden aber im Verlaufe der Vermessung mehre Puncte sichtbar, deren gleichnamige auf dem Tischbrette auch festgelegt sind, so wähle man unter allen entweder den entferntesten und die zwey nächsten (Fig. 93.), oder die zwey entferntesten und den nächsten (Fig. 94.), so zwar, daß sich im ersten Falle die Visuren nach den beyden nächsten, im zweyten aber die Visuren nach den beyden entferntesten Richtpuncten gleichfalls wieder so rechtwinkelig als möglich, nie aber spitziger, als bey 45° schneiden; dieser Durchschnitt ist leicht zu beurtheilen, und gibt den vortheilhaftesten Standort *D*, über welchen sich nachher der gleichnamige Punct *a* auf dem Meßtische nach §. 145. oder §. 147. am schnellsten bestimmen läßt.

3) Da nach der Lage einer langen Linie die Lage einer kürzern viel richtiger, als umgekehrt jene nach dieser bestimmt werden kann, so soll man, um mit desto größerer Verläßlichkeit von einem nach obiger Weise auf dem Meßtische bestimmten Standpunct weiter zu operiren, keine Gegenstände (als neue Dreyeckspuncte des graphischen oder Sectionsnetzes, neue zu wählende Standpuncte, Situations-

gegenstände u. dgl.) anvisiren, oder schon anvisirte durchschneiden, Fig. welche vom Meßfische weiter entfernt liegen, als der entfernteste Richtpunct von ihm abliegt.

4) Wären demnach beträchtlich entfernte Objecte von einem Standpuncte d anzuvisiren, so müßte bey der Wahl des Standortes D nach 2) schon Bedacht dahin genommen werden, daß der entfernteste Richtpunct vom Meßfische weiter abliege, als die Objecte, welche von demselben außs Neue bestimmt werden sollen.

Erschöpfend dürfte diese in der pract. Meßkunst so wichtige Aufgabe gelöst seyn: in der systematischen Abhandlung über die Pothenot'sche Aufgabe in ihrer einfachsten Anwendung u. c.; allen deutschen Geometern gewidmet vom Verfasser der vorliegenden Schrift. Wien 1843, bey J. G. Heubner.

§. 149.

Auflösung der §. 144. gegebenen Aufgabe mittelst des Winkelmessers.

Aus Fig. 98. bis 101. ist deutlich zu ersehen, daß man die 98. mittelst des Meßfisches gesuchte Lage des vierten Punctes D auch bis trigonometrisch durch Rechnung leicht finden kann, wenn nur einmahl 101. der Winkel $x = BAD$ bekannt ist. Dieser Winkel BAD ist aber aus dem gegebenen Dreyecke ABC und den beobachteten Winkeln m und n auf folgende Art zu bestimmen:

Es sey die bekannte Seite $AB = a$, $BC = b$, der eingeschlossene bekannte Winkel $ABC = p$, und der zu suchende Winkel $BAD = x$; so ist Fig. 98. und 99.) $BCD = 360^\circ - p - m - n - x = q - x$, wenn man $360^\circ - p - m - n = q$ setzt; in Fig. 100. ist $BCD = p - m - n - x = q - x$; wenn man $p - m - n = q$ setzt; und in Fig. 101. ist $BCD = 180^\circ - m - n - x = q - x$, weil $m + n + x + (q - x) = 180^\circ$, folglich $180^\circ - m - n = q$ ist.

Nun findet im Dreyecke DBA folgende Proportion statt:

$$\sin m : a = \sin x : BD \quad (\text{Gmtr. 242.});$$

$$\text{es ist nämlich } BD = \frac{a \cdot \sin x}{\sin m},$$

und im Dreyecke DBC findet man aus der Proportion

$$\sin n : b = \sin (q - x) : BD, \text{ daraus ist}$$

$$\text{gleichfalls } BD = \frac{b \cdot \sin (q - x)}{\sin n};$$

Fig. 98. folglich ist auch $\frac{a \cdot \sin x}{\sin m} = \frac{b \cdot \sin (q - x)}{\sin n}$, oder
 bis 101. $\frac{a \cdot \sin x}{\sin m} = \frac{b}{\sin n} \cdot \left(\frac{\sin q \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos q}{r} \right)$
 (Gmtr. 233. 2);

$$\text{ferner } \frac{a \cdot r \cdot \sin n}{b \cdot \sin m} = \frac{\sin q \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos q}{\sin x},$$

$$\text{oder } \frac{a \cdot r \cdot \sin n}{b \cdot \sin m} = \frac{\sin q \cdot \cos x}{\sin x} - \cos q,$$

$$\text{oder } \frac{a \cdot r \cdot \sin n}{b \cdot \sin m} + \cos q = \sin q \cdot \frac{\cos x}{\sin x}, \text{ oder auch}$$

wenn man die vorstehende Gleichung mit r multiplicirt und durch $\sin q$ dividirt, so erhält man

$$\frac{a \cdot r^2 \cdot \sin n}{b \cdot \sin m \cdot \sin q} + \frac{r \cdot \cos q}{\sin q} = \frac{r \cdot \cos x}{\sin x}$$

(Nf. 63. I., und 72. I., dann Gmtr. 230. III.); und wenn man

für $\frac{r \cdot \cos q}{\sin q}$ und $\frac{r \cdot \cos x}{\sin x}$ die *cotang* dieser Winkel setzt, so erhält

$$\text{man endlich } \cot x = \frac{a \cdot r^2 \cdot \sin n}{b \cdot \sin m \cdot \sin q} + \cot q.$$

Bei dieser Gleichung ist wohl zu merken, daß *cot q* negativ wird, wenn $q > 90^\circ$ ist, und daß $x > 90^\circ$ seyn muß, wenn die berechnete Cotangente des gesuchten Winkels negativ ausfällt, vermöge Gmtr. 228.

B e y s p i e l.

99. Es sey (Fig. 99.) $p = 126^\circ 40'$, $m = 25^\circ$, $n = 36^\circ$, die Seite $a = 621$ Klaftern, und $b = 919$ Klaftern; so ist vermög des Vorhergehenden $q = 172^\circ 20'$. Nun kann x durch Hülfe einer trigonometrischen Tafel für den Halbmesser $r = 1$ (Gmtr. 240.) auf folgende Weise berechnet werden:

$$\text{Es ist } \log a = \log 621 = 2,793092$$

$$\log \sin n = \log \sin 36^\circ = 9,769219 - 10 \text{ (für } r=1)$$

$$\log r^2 = 2 \log 1 = 0$$

$$\text{sohin ist } \log (a \cdot r^2 \cdot \sin n) = 12,562311 - 10 = 2,562311;$$

ferner ist:

$$\log b = \log 919 = 2,963316$$

$$\log \sin m = \log \sin 25^\circ = 9,625948 - 10$$

$$\log \sin q = \log \sin 172^\circ 20' = 9,125187 - 10$$

$$\text{also ist } \log (b \cdot \sin m \cdot \sin q) = 21,714451 - 20 = 1,714451;$$

$$\text{folglich ist } \log \frac{a \cdot r^2 \cdot \sin n}{b \cdot \sin m \cdot \sin q} \dots\dots\dots = 0,847860,$$

und die entsprechende Zahl dazu ist = + 7,044665.

Weiter ist:

$$\log \cot q = \log \cot 172^\circ 20' = - \log \cot 7^\circ 40' =$$

$$= - (10,870913 - 10) = - 0,870913,$$

diesem Logarithm. entspricht die Zahl = - 7,428700,

hierzu die obige entsprechende Zahl = + 7,044665,

$$\text{Rest} \dots\dots = - 0,384035 \text{ für } r = 1,$$

$$\text{daher } - \log \cot x = \left. \begin{array}{l} + 10,000000 \\ 9,615965 \end{array} \right\} \text{ für } r = 10;$$

$$\text{diesem } \log \cotang \text{ entspricht der Winkel } \dots\dots\dots = \left\{ \begin{array}{l} 67^\circ 34' - 28,8'' \\ -67^\circ 33' 31,2'' \end{array} \right.$$

$$\text{endlich ist der Winkel } x = \left\{ \begin{array}{l} 179^\circ 59' 60'' \\ 112^\circ 26' 28,8'' \end{array} \right.$$

Da nun der Winkel $BAD = x = 112^\circ 26' 29''$ bekannt ist, so findet man den Winkel $BCD = q - x = 172^\circ 20' - (112^\circ 26' 29'') = 59^\circ 53' 31''$; $ABD = 180^\circ - m - x = 42^\circ 33' 31''$, und den Winkel $DBC = 180^\circ - n - (q - x) = 84^\circ 6' 29''$.

Die Seiten DA , DB und DC können demnach durch folgende Proportionen berechnet werden:

$$\sin m : a = \sin ABD : DA \text{ oder}$$

$$\sin 25^\circ : 621 = \sin 42^\circ 33' 31'' : DA; \text{ daraus folgt}$$

$$DA = 993,8 \text{ Klaftern. Ferner ist:}$$

$$\sin m : a = \sin x : DB \text{ oder}$$

$$\sin 25^\circ : 621 = \sin 67^\circ 33' 31'' : DB, \text{ daraus findet man}$$

$$DB = 1358,8 \text{ Klaftern. Weiter ist}$$

$$\sin n : b = \sin DBC : DC \text{ oder}$$

$$\sin 36^\circ : 919 = \sin 84^\circ 6' 29'' : DC, \text{ hieraus folgt endlich}$$

$$DC = 1555,3.$$

Beym Gebrauche dieser Gleichung

$$\cot x = \frac{a \cdot r^2 \cdot \sin n}{b \cdot \sin m \cdot \sin q} + \cot q, \text{ und zwar bey Fig. 99. Kann es sich}$$

Fig.
99.

ergeben, daß $q > 180^\circ$ wird. In einem solchen Falle muß man 180° von q abziehen, und dann zu dem Überreste in den trigonometrischen Tafeln den zugehörigen Sinus und die Cotangente auffuchen, um $\sin q$ und $\cot q$ zu erhalten. Dabey ist aber wohl zu merken, daß ein solcher Sinus negativ ist und folglich der Ausdruck

$\frac{a \cdot r^2 \cdot \sin n}{b \cdot \sin m \cdot \sin q}$ das Zeichen — hat, vermög Gmtr. 229. Hingegen ist

die Cotangente in einem solchen Falle nur damahls negativ, wenn der Überrest, nachdem man 180 von q abgezogen hat, noch größer als 90° ausfällt. Ist aber dieser Überrest kleiner, als 90° ; so ist die entsprechende Cotangente positiv.

C. Anwendung der einfachen Aufgaben auf Vermessung kleiner Flächen.

§. 150.

102. Aufgabe. Eine Figur aus einem innerhalb derselben willkürlich angenommenen Standpuncte M mittelst des Meßtisches aufzunehmen.

Auflösung. 1) Man umgehe mit einem Handlanger die Figur, lasse in jedem Endpuncte derselben einen nach der Ziffernfolge bezeichneten Pflock einschlagen und nach §. 39. markiren, entwerfe zugleich auch von dem Umfange der Figur mit den beygesetzten numerirten Pflocken eine Zeichnung nur nach dem Augenmaße (Handskizze, Handriß, Feldbrouillon), wenn die Figur nicht mehr als 8 bis 10 Winkel enthält; bey mehr Winkeln aber eine etwas genauere auf folgende Art:

2) Man ziehe auf dem zum Entwurfe bestimmten Papierblatt am obern Rand eine Gerade, und darauf einige beliebige oder nach dem Aufnahmsmaßstabe bestimmte Abtheilungen von 10 zu 10 Klaffern, oder 25 zu 25 Schritten, ungefähr in dieser Form:

5	10	20	30	40	80 Klaffern
12	25	50	75	100	200 Schritte

stelle sich über den mit Nr. 1. bezeichneten Punct, richte das Papierblatt so vor sich, daß man, nach dem Augenmaße zu urtheilen, die ganze Figur darauf entwerfen könne, ziehe auf demselben in der Richtung nach Nr. 2. eine unbestimmte Bleylinie, schreite die Entfernung ab, und trage sie nach dem Entwurfsmaßstabe von Nr. 1. bis 2. auf.

3) In Nr. 2. hält man das Papier so vor sich, daß der Punct Nr. 2. über den gleichnamigen Pflock stehe, die Linie 2 1 aber

die Richtung der gleichnamigen auf dem Boden habe, und ziehe, ohne das Papier zu verrücken, eine Linie von Nr. 2. nach 3. u. f. w. *) Fig. 102.

4) Während des Abschreitens von Nr. 6. bis 8. wird der Durchschnit des Baches bemerkt, und eben so von Nr. 8. bis 9. u. f. f.

5) Hierauf stelle man den Meßtisch ungefähr in die Mitte der Figur an einem solchen beliebigen Ort, aus welchem man in alle Ecke derselben sehen und messen kann. Auf dem Tischblatte nehme man mit Zubülfnahme der Handskizze einen Punct m so an, daß die ganze Figur darauf eine schickliche Lage erhält, an eine daselbst befestigte Anschlagnadel lege man das Visirlineal, visire nach und nach auf alle in den Endpuncten der Figur aufgerichteten Visirstäbe **), nämlich nach $A, B, C \dots$ und ziehe die Visirlinien dahin.

6) Nun bestimme man nach §. 87. den Punct M auf der Erde, schlage allda einen Pflock ein, lasse von diesem Pflocke aus in alle Endpuncte die geraden Linien $m A, m B, m C \dots$ nach §. 76. horizontal messen, trage das für jede Linie gefundene Längenmaß nach dem hierzu bestimmten verjüngten Maßstabe auf die gleichnamigen Visirlinien $ma, mb, mc \dots$ gehörig auf, und verbinde die Puncte $a, b, c, d, e \dots$ durch gerade Linien $ab, bc, cd \dots$; so wird die kleine Figur $abcdef \dots$ auf dem Papier der großen $ABCDEF \dots$ nicht nur ähnlich seyn (Gmtr. 81. und 107.), sondern auch nach dem verjüngten Maßstabe eben so viele Quadratklafter (oder Quadratruthen) zc. enthalten, als das Grundstück in der Natur nach der Meßkette oder dem Normalmaße beträgt.

7) Kann man irgend eines Hindernisses wegen, z. B. von m nach O nicht unmittelbar visiren und messen; so müssen anstatt der Linie $m O$ die Linien NO und PO gemessen werden. Der gleich-

*) Es trägt zur schnellen Orientirung des Blattes, und zur richtigern Zeichnung eines Winkels vieles bey, wenn man sich jedesmahl vom Standpuncte (als dem Scheitel des auf dem Blatte zu zeichnenden Winkels) aus, gegen den nächst vorhergehenden und darauf folgenden Standpunct mit einem Stocke, Stabe, oder auch nur mit dem Fuße auf der Erde einen kurzen Streifen sichtbar macht, sodann das Papier in der Richtung des ersten orientirt, und nach der Richtung des letztern den andern Schenkel des Winkels daran zeichnet.

**) Da man selten so viel Visirstäbe hat, als bey manchem Grundstücke erforderlich wären, um alle Eckpuncte auf einmahl damit zu bezeichnen, so schickt man einen Gehülfsen, mit einem Visirstabe sammt Fahne versehen, nach und nach in alle Ecke der Figur.

Fig. namige Punct o auf dem Papier wird nachher dadurch bestimmt, 102. daß man mit dem verjüngten Maße von no in n den Zirkel einsetzt, in der Gegend bey o einen Bogen beschreibt, und diesen endlich durch das verjüngte Maß von po aus p durchschneidet; und so bey andern derley Puncten. Kann hingegen von dem Puncte m nach O visirt werden, so ist es nur erforderlich, von Einem der nächstgelegenen bestimmten Puncte P oder N bis O zu messen, und nachher mit dem betreffenden verjüngten Maße die Visur mO zu durchschneiden.

8) Die Biegungen des Baches bey $FGH \dots$ und andere derley Gegenstände werden nach §§. 85. und 86. zu Papier gebracht. Ist ein solcher Bach gangbar, so können jene über denselben gelegenen Puncte H und F , wie oben, außer dem aber müßten sie nach der folgenden Aufgabe bestimmt werden.

Wäre der Standpunct m außerhalb der Figur gewählt worden, so verfährt man auf ähnliche Weise wie vorhin. Allein diese Methode, Grundstücke aus einem einzigen Standpuncte aufzunehmen, führt überhaupt die Unbequemlichkeit mit sich, daß man dabey zu viele Linien unmittelbar messen muß; man kann sie daher bey Messungen, die nur einiger Maßen ins Große gehen, nicht anwenden, wohl aber bey einzelnen kleinen Wiesen, Äckern und Blößen in Waldungen mit Nutzen gebrauchen.

Es bedarf kaum einer Erinnerung, daß man auf ähnliche Weise eine Figur aus einem einzigen Standpunct, dieser mag in oder außerhalb der Figur gewählt werden, vermittelst eines Winkelmessers oder der Busssole entwerfen kann, indem man aus dem Standpuncte m die Winkel AmB , BmC , $CmD \dots$ nach §. 91. oder 92. auf dem Felde beobachtet, und sie nachher zu Hause entweder mittelst des Transporteurs oder tausendtheiligen Maßstabes, oder bey der Busssole nach §. 92.; die gemessenen Linien mA , mB , $mC \dots$ aber, nach einem verjüngten Maße, mit Beyhülfe der auf dem Felde entworfenen Handskizze der Visirlinien, auf die gleichnamigen Linien ma , mb , mc , \dots auf das Papier überträgt.

§. 151.

Aufgabe. Ein Grundstück, welches man ganz übersehen kann, aus zwey Standpuncten, d. i. aus einer einzigen gemessenen Standlinie, aufzunehmen.

Auflösung. I. Durch Hülfe des Neptisches.

103. Diese Aufgabe ist mit der §. 136. völlig einerley, und ist im Zusammenhange auf folgende Art auszuführen:

1) Man entwerfe bey der Ausspflöckung des Umfanges zugleich eine Handskizze nach dem vorigen §. 150. gezeigten Verfahren.

2) Nun wähle man eine Standlinie AB in der Lage, daß man aus ihren Endpuncten die meisten Eckpuncte der Figur gut schneiden könne, stelle den Meßtisch über einen ihrer Endpuncte, z. B. über A , wie gewöhnlich horizontal, lasse in dem andern eine Fahne errichten, schicke einen Gehülfen mit einer Fahne nach dem Umfange der Figur, visire aus dem lothrecht über A liegenden Puncte a nach den in jedem Eckpuncte aufgestellten, wie auch nach dem in B errichteten Stab, ziehe die Rayon aD , aE , aF und ab , und schreibe an jeden derselben den Namen, welchen die rayonirten Objecte führen, oder kürzer, bezeichne sie mit Nummern oder Buchstaben *).

3) Hierauf lasse man die Standlinie messen, begeben sich während dessen mit dem Meßtische gegen den andern Standpunct B , trage von der gemessenen Linie AB das verjüngte Maß von a bis b auf, stelle hierauf den Meßtisch mit dem Puncte b dergestalt über B , daß auch zugleich die Linie ba auf dem Tischblatte genau in der Richtung der Standlinie BA liege (§. 87.), und trage sofort die während dessen schon gemessene Linie auf dem Tischblatte in verjüngtem Maße auf.

4) Nun schneide man die vorigen aus a gezogenen Rayon, indem man aus b die in den Eckpuncten zum zweyten Mahle aufgestellte Meßfahne in der vorigen Ordnung von D , E , F ,, oder umgekehrt von S , R , Q , P , wieder anvisirt, und in diesen Richtungen kurze Visirlinien bM , bN , bO , zieht; so werden diese die vorigen aus a gezogenen schneiden, und dadurch die Puncte M , N , O , P , auf dem Meßtische in m , n , o , p , bestimmen. Verbindet man endlich diese Puncte gehörig durch gerade Linien, so wird die verjüngte Figur auf dem Papier jener auf dem Felde vollkommen ähnlich seyn **).

*) In Ermangelung dieser Pföcke muß der Gehülfe die aus a rayonirten Puncte durch Baumästchen, oder irgend andere Kennzeichen bemerkbar machen, damit er dieselben, wenn sie aus b geschnitten werden, genau wieder finden könne.

**) Man pflegt auch, wenn die Puncte vermittelst des Durchschneidens der Visirlinien bestimmt werden, zu sagen: man habe die Puncte durch *Intersection* bestimmt oder aufgenommen. Von einigen empirischen Feldmessern wird diese Art (zwar uneigentlich, Gmtr. 218.) trigonometrisch aufnehmen genannt!

Fig. Die Wichtigkeit hiervon läßt sich vermög §. 136. einsehen.

103. 5) Da, wo die Visirlinien zu schief, oder unter einem zu spitzigen Winkel sich schneiden, wie z. B. bey K , L , M und S , muß man entweder die Entfernung vom Standpuncte bis dahin, d. i. BK , BL , und AS , oder die zwey daran stoßenden Umfangslinien IK und KL , dann RS und SD messen lassen, und endlich, um die gleichnamigen Puncte k und s auf dem Tischblatte zu erhalten, so wie §. 150. unter 7) verfahren.

6) Wäre der Umfang einer Figur nicht durchaus geradlinig sondern zum Theil auch durch Krümmungen, wie zwischen H und N begränzt, so können die Puncte H , I , K . . . eben so wie die Puncte O , P , Q . . . aufgenommen werden, und die zwischen je zwey solchen bestimmten Puncten werden dann die krummen Grenzpunkte nach dem §. 85. gezeigten Verfahren aufgenommen, und nach §. 86. zu Papier auf das Tischblatt gebracht. (Um die Figur nicht unnöthig mit vielen Linien zu überladen, sind die Ordinaten weggelassen worden.)

7) Hätte das aufzunehmende Grundstück eine solche Lage, daß man es aus zwey Standpuncten nicht übersehen, folglich aus Einer Standlinie nicht ganz aufnehmen könnte; so muß man noch eine zweyte Standlinie BC und so fort, wenn es nöthig wäre, eine dritte wählen, und übrigens so wie oben verfahren. Wären z. B. die Puncte T , U und V . . . so gelegen, daß man sie aus dem ersten Standpuncte a nicht anvisiren, mithin aus dem zweyten Standpuncte b entweder gar nicht, oder doch nicht vortheilhaft hätte schneiden können; so wählt man einen dritten schicklichen Standpunct C , und begibt sich, nachdem man aus b alle sichtbaren Puncte T , U und V . . ., wie auch C rayonirt, und BC gemessen hat, mit dem Meßtisch dahin, und verfährt hier in C nun eben so, wie vorher, als man den Tisch von A nach B übertragen hat u. s. w.

8) Sollten wegen örtlichen Hindernissen, die Standlinien innerhalb des Grundstückes nicht gewählt werden können, so kann man auch eine Seite der Figur selbst, z. B. EF für die Standlinie annehmen; oder wenn das Grundstück durch einen Zaun (Gehäge, Einfriedung) umgeben wäre, die Standlinie außerhalb wählen, wobey man übrigens ganz so wie oben gezeigt worden verfährt. Uebrigens muß man bey der Wahl der Standlinien immer das §. 109. Gesagte in Erwägung ziehen, damit die daraus hervor gehenden Vortheile so viel möglich benützt werden können; daher ist es zweck-

dienlicher, die Standlinien wo möglich jedes Mahl innerhalb der **Fig.**
Figur zu wählen. **Fig.**
103.

9) Endlich ist noch zu erinnern nothwendig, daß man während der Operation bey dem Nektische alles entbehrliche Geräthe, als: Futterale des Diopterlineals und der Kuffsole, die Wassermotte u. dgl. unter den aufgestellten Tisch selbst lege, damit bey dem Herumgehen um denselben nichts zertreten und zerbrochen werde, welches auch für alle nachfolgende derley Operationen zu verstehen ist.

a) Bey einzelnen Grundstücken, oder Theilen derselben, wenn ihre Ausdehnung von keinem Belange ist, kann dieses Verfahren recht gut angewendet werden. Ist aber die zu vermessende Figur von einer solchen Ausdehnung, daß ein oder mehrere Nektischblätter hierzu erforderlich sind, und soll nebst der begrenzten Ausdehnung der Figur auch noch die Lage der innern Einzelheiten angegeben werden; so muß man hierbey so verfahren, wie weiter unten bey der Vermessung ganzer Gegenden angeführt werden wird.

b) Nach eben dieser Aufgabe kann auch ein großer Fluß, bey der erforderlichen freyen Aussicht, sehr leicht aufgenommen werden, wenn man den Nektisch z. B. in einen beliebigen Punct *C* (**Fig. 82.**) stellet, und die in den merkwürdigsten Krümmungen aufgestellten Stäbe 1, 2, 3, 4 . . . , nach und nach rayonirt; sodann die auf dem Tischblatte gezogenen Rayon aus einem zweyten schicklichen Standpuncte *D* durchschneidet, neue Puncte wieder rayonirt u. s. f. Läuft nun das jenseitige Ufer des Flusses mit dem bereits aufgenommenen ziemlich parallel, so kann man an einigen Stellen die Breite desselben nach dem vorhergehenden bestimmen, und also das jenseitige Ufer mit dem dießseitigen parallel führen. Im entgegengesetzten Falle aber müßten die Krümmungen des jenseitigen Ufers auf gleiche Art von der andern Seite aufgenommen, oder aber von dieser Seite aus, indem ein zweyter Gehülfe mit einem Distestabe in die Puncte 10, 11, 12, 13 . . . nach und nach sich stellt, zugleich aus dem Standpuncte *C* anvisirt, und von einem zweyten *D* sonach geschnitten werden.

Wäre man wegen Mangel der nöthigen freyen Aussicht nach dieser Art zu verfahren gehindert, so muß man die Wendungen des Flusses nach §. 85. und 86. bestimmen.

c) Eben so kann man durch ähnliches Verfahren bey der nöthigen freyen Aussicht eine Insel *9 q p n m 1* aufnehmen. Wären aber die Ufer des Flusses und auch die Insel selbst mit Holz bewachsen, so bestimme man nach dem bereits bekannten Verfahren, von einem Ufer aus, einen oder zwey Puncte auf der Insel, oder man schneide sich daselbst, von sichtbaren und bereits auf dem Tischblatte bestimmten Puncten, rückwärts ein, und vermesse sie nachher an ihrem Umfange nach dem folgenden §. 153.

82.

II. Auflösung der vorigen Aufgabe mittelst eines Winkelmessers.

§. 152.

Fig. Da die Auflösung dieser Aufgabe von der §. 136. unter II. angeführten, nur in so weit verschieden ist, daß hier mehr als zwey Punkte zu bestimmen, und sonach durch Verzeichnung auf das Papier zu übertragen sind; so wollen wir in Kürze nur Folgendes anführen:

1) Nachdem man die Figur ausgepflöckt und dabey zugleich die Handskizze entworfen hat (§. 150.), stelle man den Winkelmesser nach §. 91. über den Punct A , beobachte die Winkel BaM , MaN , NaO , OaP, entwerfe ihre Lage nur beyläufig auf dem Handriß und bemerke auch ihre Anzahl Grade.

2) Eben so beobachte und notire man auch die Winkel im andern Standpuncte B , und lasse die Standlinie AB messen.

3) Um nun die Figur M , N , O , P zu Hause auf dem Papier zu entwerfen, ziehe man eine gerade Linie, trage auf dieselbe das verjüngte Maß der auf dem Felde gemessenen Standlinie von a bis b auf, verzeichne in dem Puncte a die Winkel nach der Ordnung, wie man sie auf dem Felde beobachtet hat, nach §. 118; ein Gleiches befolge man in dem andern Puncte b , so werden sich die Schenkel der verzeichneten Winkel, wenn sie genugsam verlängert werden, schneiden, und die verjüngte Figur auf dem Papier bilden, welche der großen auf dem Felde ähnlich ist.

4) Wäre der Umfang einer Figur nicht durchaus geradlinig, wie z. B. zwischen H und N , so verfährt man, wie §. 151. unter 6) gesagt wurde.

5) Könnte man die ganze Figur aus zwey Standpuncten nicht ganz übersehen, so messe man nebst einer zweyten Standlinie BC auch den Winkel ABC , und verfare nun weiter, wie §. 151. unter 7) angeführt ist.

6) In Hinsicht der Wahl der Standlinie beobachte man das im vorigen §. 151. unter 8) Gesagte.

§. 153.

Aufgabe. Eine Figur, die man nicht übersehen, und innerhalb welcher man sich auch nicht stellen kann, vermittelst des Meßtisches an ihrem Umfange aufzunehmen.

Auflösung. Dieses kann geschehen:

Fig.

I. Ohne Orientirbussole, ohne Springstände *).

II. Mit Hülfe der Bussole, mit Springständen.

Zu I. Ohne Springstände.

1) Man umgehe vor allem andern den Umfang oder die Grenze der aufzunehmenden Figur, entwerfe sich während dessen zugleich 104. einen Handriß, jedoch nach dem Aufnahmsmaßstabe vermög §. 150., und lasse jeden Eckpunct der Figur durch einen mit Nummern oder Buchstaben bezeichneten Pflock markiren **). Ist der Umfang sehr unregelmäßig mit kurzen Linien begrenzt, so wähle man die Standlinien, über deren Endpuncte nachher das Meßinstrument zu stehen kommt, möglichst nahe an der Grenze zwar, doch so, daß bey der möglichsten Länge derselben, die von den Eckpuncten darauf zu fallenden und zu messenden Ordinaten nicht gar zu lang werden, um sie mittelst des Klasterstabes mit zureichender Richtigkeit nach §. 85. messen zu können.

2) Bey dem Abstecken oder Projectiren der Standlinien (oder dem Figuriren der Grenze) kommt es öfters nur darauf an, den Absteckstab einige Schritte vor-, rück- oder seitwärts zu setzen, um auch die folgende Standlinie möglichst lang, die darauf zu messenden Ordinaten aber möglichst kurz zu erhalten. Wollte man z. B. den Stab bey *E* in *v* stellen, so würden die Ordinaten auf die 105. Standlinie *vo* sehr lang werden; wollte man hingegen, dieses zu vermeiden, die Standlinie bey *n* brechen, so entsteht dadurch ein unnöthiger Umfangswinkel. Daher für das Abstecken oder Projectiren der Standlinien am Umfange die Hauptregel: den zweyten Endpunct einer Standlinie immer so zu wählen, daß diese so wie die nächstfolgende Standlinie möglichst lang werden, dabey aber die daran zu messenden Ordinaten bis an die aufzunehmende Grenze, um sie durch den Klasterstab mit zureichender Genauigkeit

*) Weil man mit Hülfe der Orientirbussole den Meßtisch auf jeden beliebigen Punct orientiren kann (§. 89.), so ist es nicht nöthig, ihn auf jeden Endpunct der Standlinien zu stellen, man kann also damit stets einen Zwischenpunct übergehen; daher nach dem technischen Sprachgebrauch, ohne, oder mit Springstände aufnehmen.

***) Durch die punctirte Figur bey *A*. (Fig. 104.) ist der aufgelegte Umfangsentwurf vorgestellt.

Fig. messen zu können, nicht über 5 bis 6 Klaftern Länge
105. erhalten.

3) Um daher bey einer Figur von großem Umfange die außer- oder innerhalb gewählten Standlinien einer Seits nicht unnötiger Weise zu vermehren, anderer Seits aber auch die zu messenden Ordinaten nicht zu lang werden; so ist es vortheilhaft, nebst den Hauptstandlinien, von deren genauem Schlusse die Richtigkeit der Umfangsmessung abhängt, nach Thunlichkeit jedesmahl seitwärts auch noch Nebenstandlinien DC und CB zu wählen, und an diese, wie sogleich gezeigt werden wird, die nöthigen Umfangspuncte der zu vermessenden Fläche durch Ordinaten fest zu legen.

4) Ist auf diese Art der Umfangsentwurf vollendet, so lege man denselben auf das Tischblatt dergestalt, daß alle Theile der Figur auf dasselbe zu liegen kommen; in dieser Lage bemerke man die Richtung
104. einer Umfangslinie durch zwey Puncte, z. B. a und b , und bemerke ihre Richtung zugleich an den Tischrändern nach §. 132.

5) Nun stelle man den Nesttisch mit dem Endpuncte a über den gleichnamigen A auf der Erde, lege das Visirlineal an die auf dem Tischblatte befindliche Linie ab , oder vielmehr an ihre Randmarken, öffne die Herzschaube, drehe das Tischblatt so herum, daß man durch die Dioptern den Gegenstand B erblicket, mache die Herzschaube wieder fest, und wenn der in dem Objectivdiopter gespannte Faden den in B befindlichen Stab noch nicht genau deckt; so verbessere man das noch Fehlende mittelst der Wendeschraube.

6) Man wende nun, bey unverrücktem Tische, das Visirlineal gegen den in F aufgestellten Stab, visire dahin, ziehe und markire die Visirlinie mit der (§. 132. 1) angeführten Bemerkung, lasse die Linien AF und AB messen, und trage ihr verjüngtes Maß von a bis f und a bis b auf dem Tischblatte auf *).

*) Hier geschieht es öfters (selbst geübtern Geometern), daß man die gemessene Linie in Gedanken (während man etwa einem Gehülfsen einen Auftrag ertheilt, oder auf einen das Messungsgeschäft betreffenden Gegenstand denkt oder davon spricht u. dgl.) von dem verjüngten Maßstabe um eine Hauptabtheilung desselben (§. 113.) zu groß oder zu klein abgreift, und auf das Papier überträgt. Obgleich ein solcher Fehler, wenn er nur Einmahl unterlaufen ist, leicht aufgesucht, und verbessert werden kann, wie weiter unten erhellen wird; so ist es doch räthlich, wenn Anfänger sich zur Gewohnheit machen, das verjüngte Maß, nachdem es schon auf das Papier übertragen ist, noch Ein

7) Kann man innerhalb der Figur einen Punct M , z. B. einen Baum, auszeichnen, der von dem Umfange aus größten Theils sichtbar ist, so visire man denselben aus a indessen an. Fig. 104.

8) Während die Linien AF und AB gemessen werden, lasse man den Meßtisch in einen der nächst liegenden Puncte, z. B. nach B übertragen, schicke den in B gestandenen Gehülfen mit seinem Visirstabe nach dem nächst gelegenen Puncte C , den in F befindlichen Stab aber lasse man in dem Punct, wo der Tisch gestanden, also in A errichten. Nachdem nun der Meßtisch mit dem Puncte b dergestalt über B gestellt ist, daß auch ba genau in der Richtung BA liege (§. 87.), so visire man nach C , markire ihre Richtung an den Tischrändern, und trage auf den gezogenen Rayon die gefundene Länge von BC nach dem verjüngten Maßstabe von b bis c auf, und schneide nun aus b den von a nach M geworfenen Rayon; so wird dadurch der gleichnamige Punct m auf dem Tisch bestimmt, mittelst welchem man sich von der richtigen Messung der folgenden Umfangslinien überzeugen kann *). Ist nämlich der Tisch mittelst der Geraden BC orientirt, so kann durch eine Visur von m nach M der Punct C vorläufig bestimmt werden (§. 133.) und das verjüngte Maß von BC muß bey richtiger Messung sodann genau eintreffen. Es ist bey Umfangsmessungen sehr vorthailhaft, sich diese Versicherung so oft als möglich zu verschaffen.

9) Kommt man während der Operation auf Stellen, wo der Umfang der Figur von der geraden Richtung abweicht, wie zwischen E und F bey k, l, \dots ; so muß diese krumme Grenze nach §. 85. aufgenommen, und vermög §. 86. zu Papier gebracht werden. An solchen Stellen aber, wo man zum bessern Schluß der Figur möglichst lange Standlinien zu benützen, dagegen zur Vermeidung zu

Mahl auf dem verjüngten Maßstabe zu untersuchen, ob man die im Manuale vorgemerkte Anzahl von Klastern ic. richtig aufgetragen habe. Durch diese sehr leichte Controlle kann man bey Figuren, die am Umfange aufzunehmen, und dabey viele Linien unmittelbar zu messen sind, öfters große Unannehmlichkeiten beseitigen.

*) Es ist eben nicht nothwendig, daß man den Meßtisch mit dem Punct b genau über B stelle; eine bessere Aussicht, besonders in Wäldern, erfordert es öfters sogar, ihn einige Schritte vor- oder rückwärts auf der Geraden AB zu stellen, welches nach §. 87. und 136. leicht zu bewirken ist, und der Tisch daher auch schon orientirt werden kann, ehe noch der zweyte Endpunct b bestimmt wird.

Fig. langer Ordinaten, Nebenstandlinien anzuwenden trachtet, wie bey
105. *BCD* (**Fig.** 105.), verfährt man also: Aus dem Standpuncte *B* visire man nach *D* und *C*, lasse *BD* und auch *BC* nebst den daran liegenden Ordinaten messen, trage das verjüngte Maß von *BC* und auch von der ganzen Linie *BD* auf dem Meßtische auf, stelle ihn nach der §. 87. gegebenen Vorschrift über *D*, richte ihn nach *B* ein, und visire sodann nach *C*, lasse *CD* sammt ihren Ordinaten messen, bestimme auf dem Papier die Umfangspuncte *p, q, r...* der zu vermessenden Fläche, nach §. 86., und verfare nun weiter wie oben. Daß durch dieses Verfahren das Dreyeck auf dem Meßtische jenem auf der Erde ähnlich wird, erhellet aus **Gmtr.** 51. 2).

104. Hat man sich endlich durch diese fortgesetzte Messoperation bis in den vorletzten Punct *E* hingearbeitet, und ist der Meßtisch wie vorhin mit *e* über *E* gestellt und nach dem vorhergehenden Punct *D* eingerichtet; so muß, wenn richtig gearbeitet wurde und die Figur nicht gar zu viele Winkel hat, die von *e* gegen *F* hingezogene Visirlinie durch den bereits bestimmten Punct *f* gehen, wie auch das verjüngte Maß *EF*, wenn es von *e* gegen *f* getragen wird, in den Punct *f* selbst eintreffen, und folglich die verjüngte Figur *abcdef* auf dem Papier der auf dem Felde ähnlich seyn, vermög **Gmtr.** 107.

105. Kann man den Meßtisch auf die Umfangspuncte der Figur selbst nicht stellen, oder ist die aufzunehmende Figur von sehr vielen und kurzen Seiten, oder von einem krummen Umfange begrenzt (**Fig.** 105.); so muß man eine solche Figur in eine andere von weniger Seiten einschließen, und die nöthigen Umfangspuncte durch Abscissen und Ordinaten vermög §. 85. bestimmen und nach §. 86. auf das Papier übertragen, welches die Figur deutlich zeigt. Wäre man durch örtliche Umstände gehindert, eine solche vielseitige oder krummlinige Figur von außen her in eine andere Figur von weniger Seiten einzuschließen, oder sollte man es bequemer und vortheilhafter finden; so kann man die Standlinien *AB, BC, CD...*
106. (**Fig.** 106.) auch innerhalb der aufzunehmenden Fläche wählen, und an diese die nöthigen Umfangspuncte durch Abscissen und Ordinaten festlegen.

Zu II. Mit Hilfe der Orientirbuffole.

1) Nachdem man den Umfangsentwurf nach dem obigen Verfahren sich verschafft hat, beobachte man in Bezug auf die Stellung des Meßtisches über den ersten Punct desselben, was schon oben unter **I.** von 1) bis 5) gesagt worden ist.

2) Wenn also die Rayon ah und ab bereits gezogen sind, Fig. 107. und wenigstens einer davon an den Tischrändern nach §. 132. markirt ist, setze man bey unverrücktem Tischblatte die Orientirbusssole darauf, und verfare dann, um den Magnetstrich oder den magnetischen Meridian darauf fest zu legen, weiters ganz so, wie §. 89. gezeigt worden ist.

3) Nun lasse man die Linien AH und AB mit der §. 76., unter 10) und 11) erwähnten Vorsicht messen. Kommen Stellen vor, wo die Umfangspuncte mittelst Ordinaten zu bestimmen sind, so muß dieses, in Ermangelung eines verlässlichen Gehülfsen, durch den Geometer nach der §. 85. gegebenen Weisung selbst geschehen.

4) Während der Geometer in dem Standpuncte A operirt, kann der Tischträger, wenn die Linie AH gemessen ist, die in H gestandene Visirfahne herbey holen, und die Puncte H und A nach §. 40. (Zusatz) bezeichnen; und da man mittelst der Magnetnadel den Meßtisch in jedem beliebigen Punct nach §. 89. orientiren, daher jedesmahl einen Zwischenpunct übergehen kann; so trägt derselbe den Tisch von A sogleich nach C . Der in B gestandene Gehülfe aber läßt seinen Stab daselbst unverrückt stehen, begibt sich zu dem Tischträger, übernimmt von diesem den in H gestandenen und mitgebrachten Visirstab oder Fahne, und geht damit nach D , wo er ihn senkrecht aufrichtet.

5) Sobald der Geometer in dem Punct C ankommt, trägt er sogleich das verjüngte Maß der gemessenen Linien AH und AB von a bis h und a bis b auf, und stellt den Tisch mit derjenigen Gegend, wo nach Beurtheilung der gleichnamige Punct von C beyläufig hinfallen dürfte, über den Punct auf der Erde (oder wenn es eine vortheilhaftere Aussicht zum Visiren erfordert, auch etwas vor-, rück- oder seitwärts) horizontal (§. 136.), orientirt denselben mittelst der Magnetnadel, indem er das Visirlineal an die Randmarken legt, die Busssole sachte daran schiebt, die Hertzschraube lockert, das Tischblatt wendet, bis die Nadel im Nordzeichen einspielt, die Hertzschraube wieder befestiget; und wenn jene noch nicht vollkommen genau einspielen sollte, so führt er dieselbe mittelst der Wendeschraube genau darüber.

6) Nachdem nun der Tisch gehörig gestellt und gerichtet ist, steckt man in den Punct b eine Anschlagnadel senkrecht ein, legt das Visirlineal an, bewegt es nach der §. 88. angeführten Vorsicht an derselben so lange rechts oder links, bis der Diopterfaden den Stab

Fig. in *B* gehörig schneidet, und zieht von dem Puncte *b* aus den Rayon 107. gegen sich herwärts.

7) Man beurtheile nun, wo der Punct *c* nach dem verjüngten Maße in der Visirlinie *bc* beyläufig hinfallen dürfte, und bestimme durch den Senkel den gleichnamigen Punct *C* auf der Erde. *)

8) Während dieser Operation können die Kettenzieher, wenn sie schon gehörig unterrichtet sind und keine Ordinaten zu messen vorkommen, die Linie *BC* gemessen haben; im entgegengesetzten Falle aber sollen jene die Messung eher nicht beginnen, bis der Geometer oder an dessen Statt ein verlässlich unterrichteter Gehülfe dabey gegenwärtig ist.

9) Ist nun die Linie *BC* gemessen, so wird ihr verjüngtes Maß auf den gezogenen Rayon von *b* aus (nachdem vorher die Anschlagnadel ausgezogen wird) aufgetragen und dadurch der Punct *c* auf dem Meßtische bestimmt; wodurch man nun vermittlest der Lothgabel untersuchen und sich überzeugen kann, daß die Bestimmung des vorher nur beyläufig bestimmten Punctes *C* so viel als vollkommen richtig ist.

10) Nun stecke man die Anschlagnadel in den so eben bestimmten Punct *c*, visire nach *D*, ziehe den Rayon von *c* aus vorwärts gegen *D*, und fahre auf die Art weiter fort, wie bereits von 6) bis hierhet gesagt wurde. Hat man im Standpuncte *A* einen ausgezeichneten sichtbaren Punct *M* innerhalb der Figur rayonirt, so kann dieser nun von *c* aus auf dem Tischblatte bestimmt werden, und der Punct *m* dient zur Controлле der gemessenen Umfangslinien auf ähnliche Weise, wie oben unter *I*. gezeigt wurde. Ist nämlich der Tisch in *E* gestellt und orientirt, und die Länge *DE* im verjüngten Maße aufgetragen; so muß das Diopter von *m* nach *M* gerichtet, den Punct *e* auf dem Tische schneiden u. s. w.

11) Alle aus der zu vermessenden Figur auf den Umfang derselben stoßenden Wege, Bäche u. dgl. bemerkenswerthe Gegenstände, sollen während des Messens der Standlinie am Umfange angemerkt, und nachher auf das Papier übertragen werden, weil man dadurch

*) Wenn man sich hiebey nach dem verjüngten Maße auch um 10 bis 20 Klaftern verschäken sollte; so hat dieses auf die Bestimmung des Punctes *C* auf der Erde keinen Einfluß, wovon sich jeder durch Vergleichung des verjüngten Maßes zum Normalmaß S. 112 oder durch den Augenschein selbst leicht überzeugen kann.

sodann bey der Aufnahme des innern Details der Figur bey jedem solchen Gegenstande wenigstens Einen Standpunct erspart, folglich an Zeit und Richtigkeit gewinnt, wenn man diese Arbeit sogleich von einem solchen Anhaltspuncte aus beginnen kann. Fig. 107.

12) Während der Arbeit muß man die Magnetnadel öfters, etwa jeden fünften oder zehnten Standpunct, prüfen, nämlich untersuchen, ob sie nicht etwa durch eine örtliche oder zeitliche äußere Einwirkung oder durch eine mechanische Ursache von ihrer anfänglichen Richtung abgewichen ist. Dieß zu untersuchen, stellt man den Tisch, ohne einen Punct zu übergehen, gleich über den nächsten Standpunct, und orientirt das Tischblatt vermittelst des zu diesem Zwecke an den Tischrändern markirten Orientirungs-Rayon eben so wie bey der Aufnahme ohne Springstände geschah. Wenn nun der Tisch auf diese Weise gestellt und orientirt ist, so setzt man die Bussole gehörig auf, und läßt die Nadel zur Ruhe kommen. Steht sie nun wieder über dem anfänglichen Zeichen, so kann man sich derselben noch fernerhin bedienen, weicht sie hingegen merklich ab, so liegt der Fehler entweder in der Messung selbst, der zwischen diesem und dem vorigen Prüfungspunct zu suchen wäre, oder die Magnetnadel hat in sich selbst einen mechanischen Fehler, oder aber ihre Abweichung rührt von einer äußern atmosphärischen Einwirkung her. In den beyden letztern Fällen müßte man die Bussole beseitigen und ohne derselben arbeiten. Daß man bey dem Gebrauche der Magnetnadel alles von Eisen und Stahl entfernen müsse, darf wohl kaum erinnert werden.

13) Ist man durch dieses fortgesetzte Verfahren bis an den Punct **G** gekommen, und hat man daselbst den Meßtisch gehörig gestellt und orientirt, wie auch den Punct **g** auf dem Papier bestimmt: so muß, da der Punct **h** aus dem ersten Standpuncte **A** schon festgelegt wurde, der Visirstrahl von **g** nach **H** durch den Punct **h** gehen, wie auch die Länge der gemessenen Geraden **GH**, wenn selbe nach dem verjüngten Maßstabe aus **g** aufgetragen wird, in **h** eintreffen. Wäre der Meßtisch das vorletzte Mahl, anstatt in **E** über den Punct **F** gestanden, so kann man denselben das letzte Mahl mit dem Puncte **g** über **G** stellen, und ihn nach **F** einvisiren (S. 87.); und es wird sodann wie vorhin die Visirlinie **gH** durch **h** gehen, und das verjüngte Maß der Linie **GH** von **g** bis **h** eintreffen. Oder man kann auch den Tisch mit dem schon aus dem ersten Standpuncte **A** festgestellten Puncte **h** über **H** stellen, und ihn nach **A** einvisiren, so muß sodann der Visirstrahl

Fig. 107. *hg* in den Punct *g*, und die Länge *HG* nach dem verjüngten Maße von *h* bis *g* reichen; in beyden Fällen aber muß die Magnetnadel, ungeachtet man bey der Stellung des Meßtisches auf dieselbe keine Rücksicht genommen hat, in dem Nordzeichen eintreffen; im Gegentheile würde sie unrichtig zeigen, oder es wäre in der Arbeit selbst gefehlt worden.

14) Was übrigens oben unter I., 10) Zusatz, in Hinsicht derjenigen Fälle, wenn man nämlich den Meßtisch nicht unmittelbar über die Eckpuncte der zu vermessenden Figur, sondern nach Umständen in- oder außerhalb des Umfanges selbst stellen muß (Fig. 105 u. 106), und was daselbst wegen Benützung der Nebenstandlinien gesagt wurde, gilt auch hier bey der Aufnahme einer Figur am Umfange mit Hülfe der Magnetnadel. Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet übrigens aus §. 89. und Gmtr. 107.

Der oben empfohlene Umfangsentwurf, welcher während des unumgänglich erforderlichen Umgehens der Grenze fast ohne Zeitverlust entworfen werden kann, dienet hauptsächlich durch das Auflegen desselben auf das Tischblatt, die erste Linie auf demselben in einer solchen Richtung zu wählen, daß man die ganze Figur darauf bringe, ohne daß ein oder mehrere Theile derselben über das Papier hinaus fallen. Es stelle z. B. die auf dem Tischblatte bey *A* punctirte Figur 104. eine solche Handskizze der aufzunehmenden Fläche vor; so kann man vermittelt derselben die erste Richtungslinie *ab* dergestalt wählen, daß die ganze Figur auf das Papier des Meßtischblattes, und nicht darüber hinaus falle, wie es gewiß geschehen wäre, wenn man die erste Linie *ab* nur nach Gutdünken, etwa in der Richtung *am* gewählt hätte. Wäre eine Figur so groß, daß selbe nach dem angenommenen verjüngten Maßstabe nicht auf ein Tischblatt gebracht werden könnte, so kann sie durch Hülfe eines solchen Entwurfes zweckmäßig in zwey oder mehrere Theile zerlegt und so vermessen werden, wie weiter unten bey der Aufnahme großer Wälder gezeigt werden wird.

Hat man schon einige Übung im Messen erlangt, so kann man die Handskizze des Umfanges auch nach einem kleinern verjüngten Maßstabe, als der zur Aufnahme ist, etwa nach $\frac{1}{4}$ desselben entwerfen, wozu das Detailbretchen (§. 52.) sehr gute Dienste leistet; nur muß man nachher bey der Wahl der ersten Umfangslinie auf dem Tischblatt darauf Rücksicht nehmen, daß jede Länge um das Vierfache ausgedehnt gedacht werde, um beurtheilen und die Lage derselben so wählen zu können, daß kein Punct des Umfanges über das Tischblatt hinaus falle.

§. 154.

Nach der vorhergehenden, unter §. 153. gelöbten Aufgabe wird **Fig.**
 man eine Figur, die nicht sehr viele Umfangswinkel hat, wohl zum
 Schlusse bringen; hingegen wird eine solche von 80 bis 100 und
 mehr Winkeln sich äußerst selten oder nur zufällig (§. 96.) genau
 schließen. Um aber die unvermeidlichen kleinen Messungsabweichungen,
 die sich auf dem ganzen Umfange sammeln, und am Ende öfters
 ziemlich beträchtlich werden, wieder verhältnißmäßig auf die ganze
 Figur vertheilen zu können, ist nöthig, die Winkel und Linien einer
 solchen Figur, von Einem Punkte, z. B. von *A* aus rechts beyläufig
 bis zur Hälfte, etwa bis *E*, und sodann die andere Hälfte der Winkel **107.**
 und Linien von eben diesem Punkte *A* aus links bis zum Schluß-
 puncte *E* hin, aufzunehmen, wobey man übrigens ganz das im
 vorigen §. 153. gezeigte Verfahren beobachtet.

Wie man nachher bey einem nicht erfolgten Schlusse der Figur
 die gesammelten, unvermeidlichen Operationsabweichungen wieder
 gehörig auf die ganze Figur, woher sie entstanden sind, verhältniß-
 mäßig vertheilt, wird weiter unten gezeigt werden.

Ob man gleich nicht angeben kann, wie groß die unvermeid-
 lichen Messungsabweichungen bey jeder an ihrem Umfange ver-
 messenen Figur am Schusse derselben werden können, weil dieses von
 verschiedenen, der Messung mehr oder weniger ungünstigen Umständen
 abhängt, so nimmt man im Allgemeinen als Erfahrungsregel für
 die erlaubte Operationsabweichung an: daß eine an ihrem
 Umfange vermessene Figur, bey günstigen Umständen der Messung
 bis auf $\frac{1}{600}$ bis $\frac{1}{800}$ des ganzen Um-
 fanges; bey vielen und kurzen Standlinien, über Schluchten,
 Gräben, u. dgl. ungünstigen Umständen aber bis auf
 $\frac{1}{200}$ bis $\frac{1}{400}$ desselben schließen könne.

§. 155.

Wenn ungeachtet der oben empfohlenen und gebrauchten Vor-
 sicht, besonders bey einer mit mehren und weit ausspringenden Thei-
 len zu vermessenden Figur, dennoch ein Theil derselben über das
 Tischblatt hinaus fallen sollte; so ist es deswegen nicht nothwendig,
 daß man die Vermessung unterbreche, ein frisches Papier ausspanne,
 und den hinausgefallenen Theil der Figur besonders aufnehme, son-
 dern man kann, ohne die Messoperation zu unterbrechen, gleich auf
 dasselbe Blatt den hinaus fallenden Theil auf folgende Art vermessen:

Fig. 108. 1) Es stelle $afkp$ die verjüngte Figur eines aufgenommenen Grundstückes vor, bey welcher die Punkte $f, g, h, i \dots$ über das Tischblatt hinaus fallen.

2) Man beurtheile, oder besser: man bestimme nur mittelst Schritten von dem letzten Standpuncte aus, die größte Entfernung des hinausfallenden Theiles, hier z. B. ungefähr die Weite von e bis f , das heißt, die wirkliche Entfernung der gleichnamigen Punkte E und F auf der Erde. Auch aus der Handskizze kann man jene Entfernung schon beurtheilen.

3) Wähle man weiter einwärts des Tischblattes auf der Verlängerung der letzten Visirlinie ef , oder wenn es wegen Mangel des Raumes nicht angeht, einen andern beliebigen Punct e' dergestalt, daß man sicher ist, es werde nun kein Punct der Figur mehr über das Tischblatt hinaus fallen, welches ebenfalls der erst erwähnte Handriß zu erkennen geben wird, ziehe durch diesen gewählten Punct e' die Parallele $e'f'$ (Gmtr. 43. 2), trage auf diese das verjüngte Maß der gemessenen Linie EF , das ist: man mache $e'f' = ef$.

4) Nun kann die Messung vermög §. 153. entweder nach der unter I. oder II. beschriebenen Methode wieder ungehindert fortgesetzt werden, bis man nach der Örtlichkeit der Figur und aus dem Handrisse erseht, daß nun sowohl kein Punct mehr über das Tischblatt hinaus falle, und auch der zuletzt bestimmte Punct auf dem Tischblatte eine solche Lage habe, daß derselbe von demjenigen Rande des Tischblattes, über welchen das Stück hinausgefallen ist, behläufig eben so weit abstehe, als der anfänglich gewählte Punct, wie hier e' .

5) Wenn dieses ist, so reducire man den zuletzt bestimmten Punct, wie hier z. B. m' , an seine gehörige Stelle, welches dadurch geschieht, indem man durch den zuerst beliebig gewählten Punct e' und den zuletzt bestimmten m' eine gerade Linie MN , zu dieser durch den gleichnamigen Punct e die Parallele PQ führt (Gmtr. 43. 2), und sodann die Länge $e'm'$ von e bis m überträgt, d. h. $e'm' = em$ macht *); so kann man nun von diesem Puncte aus die Arbeit wie gewöhnlich wieder fortsetzen und vollenden.

*) Daß dieses Verfahren an Ort und Stelle auf dem Felde selbst leicht und schnell ausgeführt werden kann, erhellet daraus, weil man hierzu sonst weiter nichts benöthiget, als Lineal und Zirkel. Da es aber nicht gewöhnlich ist, einen Stangenzirkel bey sich zu führen, so thut man wohl, um die Linie $e'm'$ genau auf em zu übertragen, wenn man ihre Länge an dem Diopterlineale mit der Zirkelspitze oder

6) Nun kommt es darauf an, daß nach vollendeter Aufnahme **Fig.**
 der Figur jeder Punct des hereingezeichneten Stückes $e'f'g' \dots m'$ 108.
 an seine gehörige Stelle gesetzt und die Figur geschlossen werde.
 Diesem Verlangen würde dadurch Genüge geleistet, wenn man die
 Linie MN sammt den daran befindlichen Linien $e'f', f'g' \dots k'm'$
 parallel heraus ziehen könnte, so daß e' auf e , und m' auf m
 zu liegen käme. Um dieses aber in der Wirklichkeit auf ähnliche
 Weise auszuführen, ziehe man auf einem Streifen Papier eine
 gerade Linie, trage darauf die Länge $e'm'$, und sodann von
 einem und demselben Puncte, z. B. von e' , alle übrigen
 Puncte f', g', h', \dots mittelst Abscissen und Ordinaten oder
 durch Bogen und Sehnen auf eben diese Art über, wie unten noch
 mehr erhellen wird (welche Construction aber, um die Figur mit so
 vielen Linien nicht zu überladen, hinweggelassen wurde): so wird
 nachher mittelst gehörigen Anstoßens dieses auf dem Streifen Papier
 verzeichneten Theils, jeder Punct des Umfanges an seine gehörige
 Stelle in der Figur gesetzt, und diese zum Schluß angebracht werden.
 Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet daraus, weil in den Vier-
 ecken $e'eff', ff'gg',$ u. s. w. (wenn man sich die Linie $e'e, f'f,$
 $g'g$ u. s. w. gezogen denkt), immer zwey gegenüber stehende Seiten
 gleich und parallel sind, daher auch die übrigen zwey entgegengesetzten
 Seiten diese Eigenschaft haben müssen (Gmtr. 67.).

§. 156.

Soll der Umfang einer Figur, der erforderlichen größern Ge-
 nauigkeit wegen, nach einem beträchtlich großen Maßstab vermessen
 und davon nachher mehre Copien, nach demselben oder einem klei-
 nern Maße genommen werden, so überzieht man

1) mittelst reinen Luschlinien das Papier des Tischbretes mit 109.
 einem Quadratnetz $ABCD$ von beliebigen Seitenlängen (etwa von
 1 Zoll), wählt einen beliebigen Quadratpunct, gewöhnlich am
 Rande als Anfangspunct, z. B. Nr. 1, stellet den Tisch mit diesem
 Punct dergestalt über einen Umfangspunct der zu messenden Figur,
 daß man nach der Handskizze zu urtheilen, die Messung am Umfange
 möglichst lang fortsetzen könne, ohne über das Netz hinaus zu kommen.
 Das Verfahren dabey ist, mit oder ohne Springstände, dem oben
 gezeigten völlig gleich.

dem Bleystifte durch Merkmahle bezeichnet, und so dieselben auf
 Einmahl auf em überträgt.

Fig. 109. 2) Ist man mit der Messung bis an einen Rand des Quadratnetzes, z. B. CD , gekommen, so verlängert man die Richtung der letzten Standlinie, hier $9 \dots 8$ rückwärts, oder vielmehr, man zieht in dieser Richtung am entgegengesetzten Rand AB nur eine so lange Bleylinie mu , als etwa die letzte Standlinie aufzutragen erfordert, und trage den Abstand $b \dots 9$ von e bis 9 auf.

3) Nun wird der Meßtisch mit dem Punct 9 über den gleichnamigen auf der Erde gestellt, und durch die Umfangslinie $e 9 = b 9$ über der auf der Erde befindlichen Linie $9 \dots 8$ orientirt, und von da weiter wie gewöhnlich die Messung fortgesetzt.

4) Sieht man aus der Lage des Umfangsentwurfes, daß es schicklicher wäre, die neu aufgetragene Umfangslinie $e 9$ mehr am Rande AD fest zu legen, so trage man die Abstände Dn und ab von A bis d und c bis f , ziehe die Gerade df und trage $b 9$ von d bis 9 , zur weitem Fortsetzung der Messung wie oben.

5) Man kann auch die Fortsetzungslinie auf folgende Weise übertragen: Ist man z. B. bis Nr. 23 gekommen, so verlängere man $23 \dots 22$ bis an den entgegengesetzten Rand DC , trage gh in einem schicklichen Quadrate auf die gleichliegende Seite von i bis k , führe durch k zu der verlängerten $23 \dots 22$, oder zu $23p$ die Parallele $k 23$ (S. 43. 2), trage den Abstand $h 23$ von k bis 23 , und setze die Messung wie oben wieder fort.

Es ist hierbey wieder vortheilhaft, von Einem Puncte aus die eine halbe Figur rechts, die andere aber links aufzunehmen, um nachher, wenn es nöthig ist, die weiter unten folgende Reduction der Figur auf den genauen Schluß anwenden zu können. Bey dieser Messungsart muß man, um die im Quadratnetz zerstreut liegenden Umfangslinien nachher schnell und richtig zusammen zu setzen, als Grundregel beobachten: daß man in jedem neuen Quadrate dem Anfangspunct zur Fortsetzung der Messung die ganz gleiche Lage gibt, als er im alten oder Endquadrat hat, welches nach einer der eben gezeigten drey Methoden leicht geschehen kann. Übrigens ist es eben nicht so schwierig, die Umfangslinien mögen sich in dem Netz wie immer kreuzen und durchschneiden, sie nachher in die gehörige Figur zusammen zu setzen, wie sogleich erhellen wird, nur muß dabey die Ordnungsfolge der Buchstaben oder Nummern der Standlinien auf das Genaueste beachtet werden.

§. 157.

Um aus den im Quadratnetz zerstreut liegenden Umfangslinien den Umfang der Figur in derselben Größe oder eines andern beliebigen Maßes zusammen zu setzen, wird auf einem Reißbret ein ähnliches Quadratnetz in Bleylinien von der nöthigen aus dem Umfangsentwurf ersichtlichen Anzahl von Quadraten entworfen, dessen Seitenlängen sich zu jenen des obigen Quadratnetzes verhalten, wie der kleinere Maßstab zum größern. Die gehörige Lage der Umfangslinien wird in der Zusammensetzung des Umfanges erhalten, wenn man im Aufnahmsblatte aus den Endpunkten dieser Linien auf eine Quadratseite die Ordinaten fällt, sodann stets die größern Abstände (weil diese richtiger als sehr kleine zu messen sind) der Abscissen und Ordinaten nach dem kleinern Maßstabe in das kleinere Netz in entsprechender Anzahl von Klustern überträgt, wie dieß aus der Fig. 110. deutlich zu ersehen ist, wornach sich Anfänger überzeugende Übung verschaffen können, da selbe der Umfang einer nach dieser Methode wirklich aufgenommenen Figur ist. Fig. 109.

Diese Aufnahmsmethode führt den besondern Vortheil mit sich, daß man den Umfang einer großen Figur auf einem einzigen Meßtischblatt nach einem ziemlich großen Maßstabe entwerfen, und sodann die Figur des Umfanges selbst, nach einem beliebig kleinern Maßstab mittelst Abscissen und Ordinaten zusammen setzen kann.

Mehre Vortheile, die sich dem aufmerksamen Anfänger, wie z. B. die Bezeichnung der Quadrate, beym Zusammensetzen der Figur, von selbst darbiethen, werden der Kürze wegen hier mit Stillschweigen übergangen; nur so viel zur Erinnerung: daß ein sogenannter Reductionszirkel mit einem verschiebbaren Kopf dabey sehr vortheilhafte Anwendung findet. Hat man richtig gemessen, so muß der letzte Umfangspunct sich an einen Quadratpunct anschließen, wenn der Anfangspunct an einem solchen festgelegt wurde, wie hier Nr. 1., und der Schlußpunct Nr. 34. Bey vielen Umfangslinien wird eine verhältnißmäßige Abweichung sich ergeben (§. 93. bis 91.), die man aber nach dem weiter unten beschriebenen Verfahren reduciren und dadurch die Umfangsfigur zum richtigen Schluß bringen kann, vorausgesetzt jedoch, daß kein vermeidlicher Messungsfehler sich eingeschlichen hat, der wie bey jeder andern Messungsart aufgesucht und verbessert werden müßte. 110.

Unbedingt aber kann diese Methode zur Aufnahme von Schluchten, Waldungen 2c., die keine äußern Grenzen sind, mit Vortheil angewendet werden, wozu das oben (§. 52.) beschriebene Detailirbretchen, nach dem §. 162. unter c) gezeigten Verfahren, sehr sachdienlich ist.

Fig.
109.
u.
110.

übrigens darf nur erinnert werden, daß auch alle Situationsgegenstände, welche rechts oder links der auf solche Weise aufzunehmenden Standlinien liegen, und an diese mittelst Abscissen und Ordinatey nach §. 85. angemessen wurden; sodann auf dem Papier nach §. 86. leicht dargestellt werden können.

§. 158.

Aufgabe. Eine Figur an ihrem Umfange mit der Bußsole aufzunehmen.

Auflösung. Bey der Operation mit der Gradbußsole kann man wie bey dem Meßtische, verbunden mit der Orientirbußsole, immer mit Springständen arbeiten. Diese Messoperation ist sehr einfach und geht schnell von Statten; nur ist nothwendig, daß man über den jedesmahligen Stand der Magnetnadel, und die gemessenen Linien ein Manuale, wie z. B. das nachfolgende ist, führt. Das Verfahren ist folgendes:

1) Man stelle dieses Instrument, ohne Rücksicht auf die Orientirung einer Weltgegend, über einen beliebigen Eckpunct der zu vermessenden Figur nach der §. 92 gegebenen Anleitung, z. B. über *A*, mache die Stellschraube auf, visire nach einem in *H* aufgestellten Stab, lasse die Magnetnadel zur Ruhe kommen, und bemerke die Anzahl Grade, die sie weist, in dem Manuale. Hierauf visire man bey unverrücktem Stativ auch nach *B*, und schreibe ebenfalls die Anzahl Grade in das Manuale, welche die Nadel bey ihrem ruhigen Stande zeigt. Man mache es sich zur festen Regel: jedesmahl die Grade, welche die blaue Seite der Nadel zeigt, abzulesen.

2) Ist die Kippregel mit einem Gradbogen versehen, so beobachte man den Höhen- oder Tiefenwinkel, und bemerke seine Anzahl Grade im Manuale, und es dürfen sodann die Linien nicht nach ihrer horizontalen, sondern nur nach ihrer schiefen Länge gemessen werden, welche schiefe Linien man nachher vermittlest einer, für verschiedene schiefe Entfernungen unter verschiedenen Höhen- oder Tiefenwinkeln (nach Gmtr. 242. 2) berechneten Tabelle, auf die horizontale Länge reducirt. Könnte man aber die Höhen- oder Tiefenwinkel, oder wollte man sie nicht beobachten, so müssen die Linien nach §. 76. horizontal gemessen werden, in jedem Falle aber trage man ihre Länge in ein Manuale ein, welches eine ähnliche Einrichtung, wie z. B. das nachfolgende, haben kann. Diese Messung kann jedoch sowohl

vor, als nach dem Visiren und Beobachten der Winkel geschehen. **Fig. 107.** Man kann noch beyfügen, da die Aufnahme mit der Busssole ohnehin nur da angewendet wird, wo keine sehr große Genauigkeit erforderlich ist, als z. B. bey den innern Abtheilungen der Separationen eines Waldbestandes, Waldweges u. dgl.; so wird die ohnehin sehr schnelle Mesoperation auch dadurch noch ungemein befördert, wenn man sich einen Visirstab nach §. 56. eingerichtet und eingetheilt hat.

3) Bey einem so eingerichteten Stabe visirt man vom Standpuncte des Instrumentes, z. B. von *A* bis *H*, die feste Platte mit dem obern Fadenkreuz an, läßt bey unverrücktem Stabe die bewegliche Platte durch den Gehülfsen so weit sachte herab schieben, bis die Visirmarke im untern Fadenkreuze erscheint; so wird auf dem Stabe am untern Rande der beweglichen, nun aber festgehaltenen Platte, die Entfernung von *A* bis *H* abzulesen seyn. Der Gehülfe geht nun mit seinem Stabe nach *B*, das Visirrohr des Instrumentes wird dahin gerichtet, und die Entfernung *AB* auf gleiche Art bestimmt u. s. w. Daß man dabey ebenfalls mit Springständen operiren kann, versteht sich von selbst.

4) Kommen Stellen vor, wo die Grenze von der geraden Richtung abweicht, so müssen diese Stellen vermittelst Ordinaten aufgenommen werden, in welchem Falle auch ein Manuale, wie das §. 85., zu führen wäre.

5) Nun lasse man den in *H* gestandenen Stab über *D* errichten, den in *B* befindlichen aber unverrückt stehen, und begeben sich mit dem Instrumente in den Punct *C*, stelle dasselbe wieder wie vorhin, visire nach *B* und *D*, beobachte jedesmahl den Stand der Magnetnadel, notire denselben gehörig, und fahre auf diese Art um die ganze Figur herum fort.

In der nebenstehenden Tabelle wolle der Leser die Buchstaben *H* mit *A*, *A* mit *B* u. s. w. nach der Figur 107. zur Versinnlichung mit Bleylinien, und eben so *d* mit *m*, *m* mit *n*, *n* mit *o* u. s. f. verbinden.

Fig.

Manuale für die Busssole.

Name des Berges oder Districtes	In dem Punkte		Zeigte die Magnetnadel	Höhen- oder Tiefenwinkel	Schiefe (oder horizontale) Länge dieser Linie	Beyläufige Lage der Winkel und Linien in der Figur
	nach	Grad				
Das lange Kreit.	A	H	354 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{3}{4}$	18,4	
	A	B	56 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{1}{4}$	29,2	
	C	B	207	—	32,0	
	C	D	129 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	23,1	
	u.	f.	w.			
Der Buchberg.	m	d	60 $\frac{3}{4}$	—	15,3	
	m	n	318 $\frac{1}{2}$	—	25,1	
	o	n	10	—	19,0	
	o	p	36 $\frac{1}{4}$	—	29,5	
	u.	f.	w.			

Wenn die Höhen- und Tiefenwinkel nicht beobachtet werden, so bleibt die für selbe bestimmte Rubrik hinweg, und es werden die Linien sodann horizontal gemessen, und ihre Länge in die gehörige Rubrik eingetragen. Hingegen muß man da, wo auch Ordinaten zu messen nöthig sind, dieselben wie bey dem Meßtisch nach §. 85 notiren.

§. 159.

Die durch die Bussole beobachteten Winkel und die gemessenen Linien werden zu Hause nach dem zur Aufnahme bestimmten verjüngten Maßstabe auf folgende Weise auf das Papier übertragen:

1) Man nehme auf einem Bogen Papier eine beliebige Linie ah (Fig. 107. Lit. R.), und in derselben einen Punct a dergestalt 107. an, daß man mit der Figur nicht über das Papier hinaus komme*), lege eine von den zwey Seiten des Gehäuses, die mit dem Nord- und Südstrich der Bussole parallel laufen, d. i. entweder die mit O (Ost) oder mit W (West) bezeichnete Seite des Gehäuses an diese Linie ah an, drehe das Papier sammt der Bussole so herum, bis die Magnetonadel mit der blauen Seite bey ihrer Ruhe auf den nämlichen Grad weist, den dieselbe auf dem Felde in dem Puncte A in der Richtung AH gezeigt hat und im Manuale ange- merkt worden ist.

2) In dieser Lage befestige man nun das Papier (mit Hefnägeln, Oblaten oder dgl.), damit dasselbe während der ganzen Arbeit unverrückt verbleibe, und bezeichne, der mehrern Sicherheit wegen, diejenige Seite der Bussole, die an den Punct a angelegt ward, weil diese Seite (oder die mit ihr gleichlaufende) durch die ganze Operation hindurch unverwechselt an jedem bestimmten Eckpunct der Figur angelegt werden muß.

3) Ist die Linie AH horizontal gemessen worden, so trage man ihre im Manuale vorgemerkte Länge nach dem gewählten verjüngten Maßstabe von a bis h auf. Wäre aber ihre schiefe Länge gemessen und in das Manual eingetragen worden, so muß man anstatt dieser Länge, vermöge des im Manuale vorgemerkten Höhen- oder Tiefenwinkels, ihre entsprechende horizontale Länge aus der folgenden (nach Gmtr. 242. 2 berechneten) Tabelle nach dem verjüngten Maßstabe auftragen.

*) Man berücksichtige auch hier das §. 153. unter II. im Zusatz Gesagte.

Fig.

Schiefe Entfernung.	Grade der Höhen- und Tiefenwinkel.											
	4	5	6	6½	7	7½	8	8½	9	9½	10	10½
	Horizontale Entfernung.											
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	3,9	3,9	3,9	3,9
5	5	5	5	5	5	5	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9
6	6	6	6	6	6	5,9	5,9	5,9	5,9	5,9	5,9	5,9
7	7	7	7	7	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9
8	8	8	8	7,9	7,9	7,9	7,9	7,9	7,9	7,9	7,9	7,9
9	9	9	8,9	8,9	8,9	8,9	8,9	8,9	8,9	8,9	8,9	8,8
10	10	10	9,9	9,9	9,9	9,9	9,9	9,9	9,9	9,9	9,8	9,8
20	19,9	19,9	19,9	19,9	19,8	19,8	19,8	19,8	19,8	19,7	19,7	19,7
30	29,9	29,9	29,8	29,8	29,8	29,7	29,7	29,7	29,6	29,6	29,5	29,5
40	39,9	39,9	39,8	39,7	39,7	39,7	39,6	39,6	39,5	39,4	39,4	39,3
50	49,9	49,8	49,7	49,7	49,6	49,6	49,5	49,5	49,4	49,3	49,2	49,2
60	59,8	59,8	59,7	59,6	59,6	59,5	59,4	59,3	59,3	59,2	59,1	59,0
70	69,8	69,7	69,6	69,5	69,5	69,4	69,3	69,2	69,1	69,0	68,9	68,8
80	79,8	79,7	79,6	79,5	79,4	79,3	79,2	79,1	79,0	78,9	78,8	78,7
90	89,8	89,7	89,5	89,4	89,3	89,2	89,1	89,0	88,9	88,8	88,6	88,5
100	99,8	99,6	99,5	99,4	99,3	99,1	99,0	98,9	98,8	98,6	98,5	98,3

Hieraus ist ersichtlich, daß bey einem bestimmten Winkel auch für größere Entfernungen als 100 die horizontale Linie leicht durch eine Addition gefunden wird; es ist z. B. für eine schiefe Entfernung von 259 (beliebige Einheiten) und einem Winkel von 9 Grade die dazu gehörige horizontale Entfernung = $98,8 \cdot 2 + 49,4 + 8,9 = 255,9$, und so in andern Fällen. Nur muß für die in der zu messenden Gegend vorkommenden Höhenwinkel die Tabelle bis etwa 30 bis 40 Grade von halbe zu halbe Grade erweiternd fortgesetzt werden.

107. 4) Hierauf drehe man die Bussole an dem Punkte *a* so lang herum, bis die Magnetnadel auf den Grad weist, den dieselbe auf dem Felde in dem Punct *A* nach der Richtung *AB* gezeigt hat, ziehe am Rande der Bussole von *a* gegen *b* eine feine Bleylinie von unbestimmter Länge, und trage das verjüngte Maß der gemessenen *AB* gehörig auf.

5) Nun lege man die nämliche Seite der Bussole, die an dem Punkte *a* anlag, an den Punct *b* (oder an die allda zur schnellern

Förderung der Arbeit eingesteckte feine Anschlagnadel), wende an diesem Punct die Busssole so lange herum, bis die Magnetnadel wieder den Grad weiset, den sie in dem Standpuncte C in der Richtung CB gezeigt hat, ziehe sodann von b gegen c eine Linie von unbestimmter Länge, und trage die Länge BC nach dem verjüngten Maße von b bis c auf.

6) Hat man an dem Umfange der Figur bey einigen Stellen die Grenze vermittlest Ordinaten nach §. 85. bestimmt, so muß man diese vermög §. 86 auf das Papier übertragen.

7) Wäre man bey einem Winkel ungewiß, ob derselbe stumpf oder spitzig, aus- oder eingehend sey, so wird hier die im Manuale von freyer Hand entworfene Figur den Zweifel heben. Z. B. man wüßte bey dem Winkel e nicht, ob man die an der Seite des Gehäuses zu ziehende Linie von e gegen f oder gegen s ziehen, und darauf das verjüngte Maß der auf dem Felde gemessenen Linie EF auftragen solle; so nehme man die im Manuale entworfene Figur zur Hand, lege zwey gleichnamige Linien, z. B. AB mit $a b$ nur nach dem Augenmaße parallel, so wird sich sogleich zeigen, daß man die Linie von e gegen f ziehen, und folglich der Winkel bey e ein ausgehender werden muß. Und so in andern ähnlichen Fällen.

8) Ist man nun durch dieses fortgesetzte Verfahren bis an den Punct g gekommen, und hat die Magnetnadel auf dem Grad, den dieselbe auf dem Felde in G nach der Richtung GH gezeigt hat, eingespielt; so muß die an dem Rande derselben gezogene Linie durch den schon bestimmten Punct h gehen, wie auch das verjüngte Maß der Linie GH von g bis h eintreffen, oder doch nicht viel davon abweichen, wenn anders richtig gearbeitet worden ist.

9) Wenn man das Instrument außer- oder innerhalb der Figur stellen mußte, so verfare man auf eben die Art, wie §. 153 unter II. im Punct 14) gesagt wurde.

10) Um endlich bey einer solchen Aufnahme die Richtung der Magnetnadel oder die Orientirung auf dem Papier anzugeben, wähle man, bey noch immer unverrückter Lage des Papiers, seitwärts einen beliebigen schicklichen Punct r , lege an diesen die Busssole mit der nämlichen Seite, die während des ganzen Auftragens der Figur an den Umfangspuncten angelegt ward, drehe die Busssole um diesen Punct r so lang, bis die Magnetnadel auf dem Nordzeichen oder auf 360 Grad einspielt, und ziehe an der vorbe- sagten Seite der Busssole durch den Punct r eine gerade Linie; so

Fig. wird diese die Richtung der Magnetnadel oder die Orientirung für 107. diese Aufnahme seyn (§. 32.).

§. 160.

Aufgabe. Eine Figur am Umfange durch Hülfe eines Winkelmessers aufzunehmen.

Auflösung. Wenn die Figur keinen beträchtlichen Umfang hat, so verfähre man dabey nach folgender Weise:

1) Man stelle den Winkelmesser nach §. 91. über einen beliebigen Punct *A* des Umfanges, beobachte den Winkel *HAB*, und trage seine Anzahl Grade und Minuten in eine Manuale, welches eine ähnliche Einrichtung, wie die Vorgehenden, haben kann. Auf eben diese Art verfähre man in jedem Punct des Umfanges.

2) Man messe die Linien am Umfange entweder vor oder nach der Beobachtung der Winkel nach §. 76. auf das Genaueste, und bemerke ihre Länge gleichfalls im Manuale.

3) Weicht die Grenze des Umfanges von der geraden Richtung ab, so verfähre man nach §. 85 und 86.

4) Um sich zu überzeugen, ob im Beobachten der Winkel kein Fehler vorgefallen sey, multiplicire man die Anzahl der beobachteten Winkel mit 180, und ziehe von diesem Producte 360 ab. Ist nun dieses Resultat der Summe aller beobachteten und im Manuale vorgemerkten Winkel gleich, oder es weicht nicht beträchtlich davon ab; so ist im Beobachten der Winkel kein wesentlicher Fehler vorgefallen (Gmtr. 71.), und es rührt eine solche kleine Differenz nur von den unvermeidlichen Beobachtungsabweichungen (§. 100.) her, die man auf alle Winkel der Figur gleich vertheilen kann. Im Gegentheile müßte der Fehler aufgesucht und verbessert, oder gar die Winkel aufs Neue wieder beobachtet werden. Es seyen z. B. bey einer Figur am Umfange 8 Winkel beobachtet worden, die zusammen $1080^{\circ} 26'$ betragen; vermög Gmtr. 71 aber ist $8 \cdot 180 - 360 = 1080^{\circ}$; folglich sind die beobachteten Winkel um $1080^{\circ} 26' = 1080^{\circ} = 26'$ zu groß. Nun kann man diesen Überschuß auf alle beobachteten Winkel gleich vertheilen, wovon in diesem Falle auf jeden $\frac{26'}{8} = 3\frac{1}{4}$ Minuten kämen, um welche nämlich jeder beobachtete Winkel im Manuale zu verbessern wäre.

5) Sind nun auf diese Art die Winkel verbessert, so kann man sie entweder mittelst des Transporteurs (Gmtr. 17.), oder besser, durch Hülfe eines tausendtheiligen Maßstabes nach §. 118. auf das Papier

verzeichnen, und mit Auftragung des verjüngten Maßes der gemessenen **Fig.** und im Manuale vorgemerkten Linien die ganze Figur auf das **107.** Papier übertragen, die am Ende, bey nicht sehr vielen Winkeln, ziemlich schließen wird.

Diese Messoperation ist jedoch nur da anwendbar, wo die aufzunehmende Figur am Umfange nicht viele Winkel hat. Wäre aber eine Figur von beträchtlicher Größe und hätte am Umfange viele Winkel, wie z. B. große Waldungen, und man wollte sie aus dem Umfange vermittelst eines Winkelmessers in den Grund legen; so müßte man nach der folgenden Methode verfahren.

§. 161.

Aufgabe. Den Umfang einer großen Figur, z. B. eines Forstes, mittelst des Winkelmessers aufzunehmen, polygonometrisch zu berechnen, auf dem Papier zu verzeichnen, und daraus den Flächeninhalt anzugeben.

Auflösung. 1) Man entwerfe bey dem Umgehen der Grenze zugleich den Umfang der Figur nach §. 153.

2) Hierauf messe man die Winkel am Umfange nach §. 91. Werden die Höhen- und Tiefenwinkel beobachtet, so messe man der Standlinien schiefe Entfernung, und reducire sie auf den Horizont (§. 158. 2); außerdem aber müssen die Umfangslinien mit der größten Aufmerksamkeit horizontal gemessen, und in jedem Falle die krummen Grenzen mittelst Ordinaten nach §. 85. bestimmt und vorgemerkt werden. Übrigens ist es hier einerley, ob man die Winkel oder die Umfangslinien zuerst mißt; nur müssen die Standpunkte mit Pflocken und Gräbchen nach §. 40. Zusatz, gut bezeichnet werden, damit man bey Messung der Linien und Winkel stets dieselben Punkte sicher wieder finden könne.

3) Die gemessenen Linien und Winkel werden in eine Tabelle, wie z. B. die folgende ist, eingetragen; erstere der leichtern Rechnung wegen im Decimalmaß ausgedrückt.

Tabelle

über die gemessenen Winkel und Linien am Umfange des N. N.
Forstreviers. (N. s. die Figur 137. in der theor. Gmtr.)

Gemessene		Gemessene			Auf die theoretische Summe verbesserte und zur Berechnung bezeichnete			Abtheilung der Figur.
Umfangslinien.		Umfangswinkel.						
Lit.	Rißr.	Lit.	Grad.	Min.	Grad.	Min.	Lit.	
$AB = a$	36,50	A	198	42	198	40	..	Erste
$BC = b$	30,33	B	141	12	141	10	B	
$CD = c$	28,67	C	199	58	199	56	C	
$DE = d$	28,00	D	109	4	109	3	D	
$EF = e$	34,83	E	92	12	92	11	E	
$FG = f$	51,67	F	284	18	284	17	F	
$GH = g$	35,33	G	146	6	146	5	G	Zweyte
$HI' = i'$	31,50	H	96	56	96	55	..	
$I'H' = h'$	38,50	I'	60	13	60	12	I'	
$H'G' = g'$	15,33	H'	247	12	247	11	H'	
$G'F' = f'$	59,83	G'	245	..	244	59	G'	
$F'E' = e'$	19,17	F'	96	30	96	29	F'	
$E'D' = d'$	24,00	E'	153	36	153	35	E'	
$D'C' = c'$	38,83	D'	226	5	226	4	D'	
$C'B' = b'$	27,83	C'	120	9	120	8	C'	
$B'A = a'$	16,17	B'	103	6	103	5	B'	
Summe			2520	19	2520	..		

Fig. 137. theoret. Geometrie.

4) Wenn der gebrauchte Winkelmesser nur eine halbe Scheibe hat, und daher die Messung solcher Winkel, die in den zu vermessenden Wald einwärts gehen und $> 180^\circ$ sind, wie z. B. der Winkel $C = q + 90 + p$, nicht zulassen, mithin der Ergänzungswinkel auf 360° , nämlich BCD gemessen werden muß; so muß man diesen von 360° abziehen, um den eigentlichen Polygonswinkel $p + 90 + q$ zu erhalten, und in die dritte Hauptspalte eintragen zu können.

5) Alle gemessene und innerhalb des Umfanges selbst liegende Winkel werden addirt, und die practische Summe mit der theoretischen derselben vermög (Gmt. 252.) verglichen; d. h. von dieser abgezogen, wenn jene kleiner ist, oder umgekehrt die theoretische Summe von der practischen abgezogen, wenn diese größer als jene ist. Der Rest, wenn er nicht zu groß ist und daher keine merklichen Fehler im Messen der Winkel zu besorgen sind, wird durch die Anzahl der Winkel dividirt, und nun jeder gemessene Winkel um den erhaltenen Quotienten verbessert *); wäre aber dieser Rest zu beträchtlich, und man könnte vermög §. 104. einen kleineren Unterschied mit Grund erwarten: so rührt derselbe nicht von den unvermeidlichen Beobachtungsabweichungen her, sondern es sind im Beobachten der Winkel selbst Fehler unterlaufen, die aufgesucht und verbessert werden müssen. Diese auf die theoretische Summe verbesserten Winkel werden sodann in vorstehende Tabelle in die gehörige Spalte eingetragen.

6) Hierauf theile man die Figur des von dem Umfange erhaltenen Handrisses durch eine beliebige, aber so viel möglich längste Diagonale in zwey Theile (in die erste und zweyte Abtheilung), wähle der kürzern Rechnung wegen, für die erste Abtheilung die kleinste Anzahl von Winkeln, und bezeichne sie mit dem zum Rechnen erforderlichen Buchstaben, wie es die Figur und Tabelle weist.

7) Um nun den unbekanntnen Winkel $A = BAH$ zu berechnen, mache man die polygonometrischen Summen der Winkel nach und nach, wie es die Gleichung (Gmtr. 260.) erfordert, und aus der zweyten Hauptspalte der nachfolgenden Tabelle zu ersehen ist.

*) Ich habe bey einem Umfange von 81 Winkeln, mit einem Winkelmesser, der die Winkel von 2 zu 2 Minuten angab, den Unterschied von $12'$ zu groß gefunden; mithin jeden gemessenen Winkel um $8\frac{2}{81}$ Secunden verkleinert; um aber die Bruchtheile der Secunden zu vermeiden, habe ich $81 - 72 = 9$ Winkel, jeden um 8, und 72 Winkel, jeden um 9 Secunden vermindert.

Gleichung vermögg Gmtr. §. 260.

$$\text{tang } A = \frac{b \sin B - c \sin (B + C) + d \sin (B + C + D) - + \dots - g \sin (B + C + \dots + G)}{a - b \cos B + c \cos (B + C) - d \cos (B + C + D) + - \dots + g \cos (B + C \dots + G)}$$

Fig. 137. theoret. Geometrie.

Opera- tion- zeichen der Glieder der Gleichung	Polygonometrische Summen der Winkel.	Grad.		Min.		Reducirte Win- kel auf den ersten Quadranten nebst der positiv. und negat. Lage der sin. u. cos. dieser Winkel.		Logarithmische Bearbeitung.
		Grad.	Min.	Grad.	Min.	Lage der		
						sin.	cos.	
+	B	141	10	180	.	+	-	+ 1,279179 = log 19,02
				141	10			38
-	B+C	199	56	360	.	-	+	<i>l</i> b 1,481872
				341	6			18
+	B+C+D	450	9	540	.	+	-	+ 1,373395 = log 23,62
				109	3			450
-	B+C+...+E	542	20	542	20	-	-	9,510434 - 10
				92	11			540
+	u. f. w.			2	20			9,975930 - 10
								+ 1,447157 = log 28,00
								9,999999 - 10
								<i>l</i> d 1,447158
								7,417968 - 10
								+ 0,865126 - 2 = <i>l</i> 0,07
								+ 0,151687 = log 1,42
								8,609734 - 10
								<i>l</i> e 1,541953
								9,999640 - 10
								- 1,541593 = log 34,80

8) Weil die Logarithmen der trigonometrischen Linien nur für den ersten Quadranten berechnet sind, so muß jede einzelne Summe auf denselben reducirt, und das Resultat in die dritte Spalte eingetragen werden. Dieses zu erleichtern und weniger zu irren, mache man sich die Vielfachen von 180 aus den ungeraden, und von 360 aus den geraden Zahlen, wie das folgende Beyspiel zeigt, und zwar so weit man es nöthig hat.

$$1 \cdot 180 = 180$$

$$1 \cdot 360 = 360$$

$$3 \cdot 180 = 540$$

$$2 \cdot 360 = 720$$

$$5 \cdot 180 = 900$$

$$4 \cdot 360 = 1440$$

u. s. w.

9) Nun werden alle, in der zweyten Spalte der vorstehenden Tabelle enthaltenen einzelnen Summen nach der Ordnung, entweder von den obigen Vielfachen, oder umgekehrt, diese Vielfachen von jenen Summen abgezogen; so zwar, daß die Differenz nie 90 übersteigt, vermög 8), wie es aus der vorstehenden Tabelle deutlich zu ersehen ist.

10) Um aber auch die positive und negative Lage der diesen Winkeln entsprechenden Sinuse und Cosinuse in der dritten Spalte angeben zu können, nehme man die Fig. 136. zu Hülfe; so oft nämlich eine Summe aus der zweyten Spalte von einem Vielfachen aus 180 abzuziehen ist, wird der Sinus +, der Cosinus aber —; und um der Aufmerksamkeit zu Hülfe zu kommen, wird das in der Fig. 136 oder unterhalb 180 und 360 stehende Wort (von) beygesetzt, und heißt, eine polygonometrische Summe von 180° (von dem Vielfachen aus 180) abziehen, oder umgekehrt 180° von einer solchen Summe abziehen, in welchem Falle Sinus und Cosinus — (negativ) werden u. s. w., wie es die Figur und vorstehende Tabelle deutlich weisen.

11) Damit man auch in der letzten Spalte bey der logarithmischen Bearbeitung die gehörigen Zeichen + und — für die entwickelten Glieder des Zählers und Nenners um so leichter bestimmen kann, so setze man aus der Gleichung das einem jeden Glied sowohl des Zählers als des Nenners, entsprechende Operationszeichen in die erste Spalte gehörig herab, wie es aus der Tabelle erhellet, woselbst das obere Zeichen für den Zähler, nämlich für die Sinuse, das

untere aber für den Nenner, d. i. für die Cosinuse desselben Gliedes gehört. Aus diesen Zeichen nun, und aus jenen in der dritten Spalte, lassen sich die gehörigen Zeichen in der vierten Spalte leicht bestimmen.

12) Um die Glieder der Gleichung zu entwickeln, und daraus den Winkel $A = BAH$ selbst zu bestimmen, schreibe man die Logarithmen der gemessenen, hierzu gehörigen, und in der unter 3) angeführten Tabelle bemerkten Umfangslinien nach einander in gehöriger Entfernung in die letzte Spalte; ferner kann über jeden solchen Logarithmus der *Log. sinus*, und unter denselben der *Log. cosinus* des dazugehörigen Winkels der dritten Spalte gleich unter Einem hingeschrieben werden, weil in den logarithmisch-trigonometrischen Tafeln diese Logarithmen auf einem Blatte und in einer Zeile gleich neben einander stehen, welches auch aus der logarithmischen Bearbeitung schon genugsam erhellet.

Da für diese Berechnungen durchaus der Halbmesser oder *sintot* = 1 zum Grunde liegt, so muß bey der logarithmischen Bearbeitung vermög Gmtr. 239. u. 240. hierauf gehörige Rücksicht genommen werden. Nach geschעהener Addition der *log. sin.*, und *log. Seite*, sodann *log. cos.*, und *log. Seite* werden zu den erhaltenen Summen, als zu Logarithmen, die entsprechenden Zahlen gesucht, und diese, als entwickelte Glieder des Zählers und Nenners, in die letzte Spalte der vorigen Tabelle nach der Ordnung gehörig eingetragen. Übrigens versteht es sich von selbst, daß es auch hier, wie überall, für die Förderung der Arbeit äußerst vortheilhaft ist, wenn man eine und dieselbe Verrichtung ununterbrochen vom Anfange bis zu Ende fortsetzet, als z. B. zuerst das Auffuchen der Logarithmen der Seiten ununterbrochen, nachher der Logarithmen der *sin.* und *cos.*, sodann das Addiren, nach diesem das Auffuchen der entsprechenden Zahlen u. s. f.

13) Nun endlich werden zur Bestimmung des Winkels A die entwickelten Glieder des Zählers und Nenners *) gehörig reducirt, und ersteres Resultat durch letzteres dividirt, hier z. B. $140,97 : 56,77 = 2,483177 \dots = \text{tang } A$. Hat man eine Tafel bey Händen, in welcher die Tangenten für den Halbmesser = *sintot* = 1 berechnet sind, so darf man den entsprechenden Winkel $68^\circ 4' = A$ nur heraus schreiben: außerdem aber muß man nach

*) Da die Umfangslinie a mit keinem andern Factor verbunden ist, so wird sie gleich zum Resultate des Nenners addirt.

Gmtr. 240. verfahren; es ist nämlich $\log \frac{14097}{5677} =$

$\log 14097 - \log 5677 = 0,395008 = \log \tan A$, für den $\sin \theta = 1$;

nun aber ist $\log \tan A = 0,395008 + 10$ für den Halbm. = r
nämlich $\log \tan A = 10,395008$;

folglich ist $A = 68^\circ 4'$ wie oben.

Aus dem bekannten Winkel A findet man nun nach Gmtr. 71. auch den Winkel GHA ; und sonach durch eine bloße Subtraction auch die Winkel AHI und HAB .

14) Da in den zwey Hauptgleichungen Gmtr. 258. und 259. ganz einerley Gesetz herrscht, nur daß in der einen Sinuse, in der andern hingegen Cosinuse vorkommen; die Logarithmen dieser trigonometrischen Linien aber in den Tafeln neben einander anzutreffen sind, und daher die Ordinaten und Abscissen einer jeden Figur, die jene zwey Gleichungen ausdrücken, mit einem Mahle entwickelt werden können; so ist es einerley, welche Gleichung man hierzu wählet; wir wollen gleich die erstere beybehalten. Nachdem nun der Winkel A bekannt ist, so darf man ihn nur zu jeder in der vorigen, unter 7) angeführten Tabelle enthaltenen Summe der zweyten Spalte addiren, um die polygonometrischen Summen für die erste Abtheilung der Figur zu erhalten, welche man gleich in eine Tabelle, wie die nachfolgende ist, einträgt, und übrigens die Entwicklung der Glieder ganz so, wie in dem Vorhergehenden, vornimmt.

Fig. 137. theoret. Geometrie.

Gleichung vermög Omtr. 258. zur ersten Abtheilung.

$$a \sin A - b \sin (A+B) + c \sin (A+B+C) - d \sin (A+B+\dots+D) + \dots$$

Fig. 137. Theor. Geometrie.

Operationen der Glieder der Gleichung.	Polygonometrische Summen der Winkel.		Reducirte Winkel auf den ersten Quadranten, nebst der positiv. u. negativ. Lage der <i>sin</i> und <i>cos</i> dieser Winkel.				Logarithmische Bearbeitung.	
	Grad.	Min.	Grad.	Min.	Loge der			
					<i>sin.</i>	<i>cos.</i>		
+ A	68	4	68	4	+	+	+ 1,529663 = log 33,86	
							<i>l sin</i> 9,967370 - 10	
							<i>l a</i> 1,562293	
							<i>l cos</i> 9,572323 - 10	
							+ 1,134616 = log 13,63	
- A+B	141	10	209	14			+ 1,170619 = log 14,81	
	209	14	180	..			9,688747 - 10	
			29	14	-	-	<i>l b</i> 1,481872	
							9,940834 - 10	
							+ 1,422706 = log 26,47	
+ A+B+C	68	4	409	10			+ 1,336303 = log 21,69	
	341	6	360	..			9,878875 - 10	
	409	10	49	10	+	+	<i>l c</i> 1,457428	
							9,815485 - 10	
							+ 1,272913 = log 18,75	
- A+B+...+D	68	4	540	..			- 1,016646 = log 10,39	
	450	9	518	13			9,569488 - 10	
	518	13	21	47	+	-	<i>l d</i> 1,447158	
							9,967826 - 10	
							+ 1,414984 = log 26,00	
	u. f. w.							

15) Diese auf solche Art erhaltenen Zahlen werden als entwickelte Theile der Ordinaten und Abscissen (Smtr. 256. und 259.) in eine Tabelle mit ihren gehörigen Zeichen nach der Ordnung eingetragen, und zur Vermeidung aller Irrung, einer jeden betreffenden Zahl die letzten Buchstaben des zweyten Factors eines jeden Gliedes der Gleichung in die erste Spalte vorgefetzt, nämlich:

Fig. 137.

	1	2	3	4	5	6	7
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A	+ 33,80	+ 13,82	+ 33,80	+ 13,82	+ 33,80	+ 13,82	+ 33,80
B	+ 14,31	+ 53,77	+ 14,31	+ 53,77	+ 14,31	+ 53,77	+ 14,31
C	+ 91,53	+ 13,76	+ 91,53	+ 13,76	+ 91,53	+ 13,76	+ 91,53
D	+ 10,73	+ 36,00	+ 10,73	+ 36,00	+ 10,73	+ 36,00	+ 10,73
E	+ 32,81	+ 14,03	+ 32,81	+ 14,03	+ 32,81	+ 14,03	+ 32,81
F	+ 47,0	+ 37,43	+ 47,0	+ 37,43	+ 47,0	+ 37,43	+ 47,0
G	+ 22,32	+ 27,36	+ 22,32	+ 27,36	+ 22,32	+ 27,36	+ 22,32

Fig. 137. theoret. Geometrie.

Erste Abtheilung.	Theile der		Ganze		Verbess.	
					Theile der	
	Ordinaten.	Abscissen.	Ordinaten.	Abscissen.	Ordinaten.	Abscissen.
<i>A</i>	0,00	0,00				
<i>B</i>	+ 33,86	+ 13,63	33,86	13,63	+ 33,85	+ 13,64
<i>C</i>	+ 14,81	+ 26,47	48,67	40,10	+ 14,81	+ 26,48
<i>D</i>	+ 21,69	+ 18,75	70,36	58,85	+ 21,69	+ 18,76
<i>E</i>	— 10,39	+ 26,00	59,97	84,85	— 10,39	+ 26,01
<i>F</i>	— 32,81	— 11,68	27,16	73,17	— 32,81	— 11,67
<i>G</i>	— 4,79	+ 51,45	22,37	124,62	— 4,79	+ 51,47
<i>H</i>	— 22,35	+ 27,36	0,02	151,98	— 22,36	+ 27,37

16) Aus diesen Ordinaten- und Abscissentheilen werden durch gehörige Anwendung der Addition und Subtraction die ganzen Ordinaten und Abscissen formirt. Da man vermög S. 96. und 154. bey keiner Figur einen mathematisch genauen Schluß erwarten kann, so müssen, um eine Figur zum genauen Schluß zu bringen, die berechneten Theile der Ordinaten sowohl, als die der Abscissen verbessert werden; da nämlich, wie aus Gmtr. 258. erhellet, die letzte Ordinate, d. h. die in dem Punkte *H* = Null ist, so muß man den Überschuß, wenn es sich der Mühe lohnt, auf alle Ordinaten theile entweder gleich, oder verhältnißmäßig vertheilen. Hier ist dieser Unterschied $22,37 - 22,35 = 0,02$ zu groß, und ist auf den ersten und letzten Ordinaten theil gleich vertheilt, d. i. an dem positiven Gliede verkleinert, an dem negativen aber vermehrt worden; nicht, weil es sich der Mühe lohnt, da man zu keiner Ausnahme dieser Art einen so großen Maßstab wählet, um diesen Unterschied mit dem Zirkel

Fig. 137. theoret. Geometrie.

ferte		Factoren		Flächeninhalt		
Ganze		aus den				
Ordnaten.	Abscissen.	Abscissen=	ganzen	doppelter	wirklicher	
		theilen.	Ordi- naten.		□°	Joeh
		Klaftern				
33,85	13,64	13,64	33,85	461,71		
48,66	40,12	26,48	82,51	2184,86		
70,35	58,88	18,76	119,01	2232,62		
59,96	84,89	26,01	130,31	3389,36		
27,15	73,22	-11,67	87,11	-1016,57		
22,36	124,69	51,47	49,51	2548,27		
0,00	152,06	27,37	22,36	611,99	3	1420

fassen zu können, sondern dem Anfänger die Form der Vertheilung zu zeigen. Eben so bedürfen auch die Absciffentheile einer Verbesserung. Da nämlich vermög Gmtr. 259. alle Absciffentheile aus der Berechnung der ersten Abtheilung sowohl, als auch die aus der zweyten zusammengenommen, der ganzen Absciffenlinie *AH* gleich seyn müssen, so kann diese Verbesserung erst nach der Berechnung der zweyten Abtheilung vorgenommen werden, wo sodann aus beyden Längen das arithmetische Mittel für die wahre Länge *AH* genommen wird; hier in unserm Beispiele ist:

aus der ersten Abtheilung $AH = 151,98$

„ „ zweyten „ $AH = 152,14$

folglich die wahre Länge $AH = 304,12 : 2 = 152,06$.

Aus dieser Normallänge ergibt sich, daß die Absciffentheile der ersten Abtheilung um $152,06 - 151,98 = 0,08$ zu klein, und der zweyten „ „ $152,14 - 152,06 = 0,08$ zu groß sind, die

auf die vorige Art, und wie es die Tabelle zeigt, unter die positiven und negativen Glieder vertheilt wurden.

Man sieht sogleich aus der Figur, daß ihr Flächeninhalt aus den Trapezen und Dreiecken besteht, deren Abmessungen die vorhin berechneten Abscissentheile und ganzen Ordinaten sind. Diese, nämlich zwey und zwey Coordinaten und ihren Abstand oder den zwischenliegenden Abscissentheil, überträgt man als Factoren des Flächeninhalts in die vorlezte Spalte mit ihren gehörigen Zeichen. Aus diesen Factoren ergibt sich der Flächeninhalt, Gmtr. 136. und 137., welcher aber doppelt erhalten wird, und daher durch 2 dividirt werden muß. Um jedoch diese Division nicht so oft wiederholen, und gewöhnlich eben so viele Reste hinweg lassen zu müssen, theile man

Zweyte Abtheilung.	Theile der		Ganze		Verbes	
					Theile der	
	Ordinaten.	Abcissen.	Ordinaten.	Abcissen.	Ordinaten.	Abcissen.
A'	+ 12,27	— 10,52	+ 12,27	— 10,52	+ 12,25	— 10,52
B'	+ 22,42	+ 16,48	+ 34,69	+ 5,96	+ 22,40	+ 16,47
C'	— 4,18	+ 38,60	+ 30,51	+ 44,56	— 4,20	+ 38,59
D'	+ 15,39	+ 18,42	+ 45,90	+ 62,98	+ 15,37	+ 18,41
E'	+ 4,46	+ 18,64	+ 50,36	+ 81,62	+ 4,44	+ 18,63
F'	— 56,24	+ 20,41	— 5,88	+ 102,05	— 56,26	+ 80,40
G'	— 1,35	+ 15,27	— 7,23	+ 117,30	— 1,37	+ 15,26
H'	+ 34,03	+ 18,00	+ 26,80	+ 135,30	+ 34,01	+ 17,99
I	— 26,62	+ 16,84	+ 0,18	+ 152,14	— 26,64	+ 16,83

erst zuletzt die Summe durch 2, um den wirklichen Flächeninhalt zu erhalten, den man am Ende nach Erforderniß durch die Division mit 1600 auf Joche bringt.

Weil sich aber öfters der Fall ereignet, daß ein oder mehre kleinere Trapezen in einem größern liegen, wie z. B. das Trapez 5 e E 4 in dem Trapez 3 D E 4, und dadurch theils nicht zur Figur gehörige Flächen, theils aber Flächen doppelt mit eingerechnet werden, so sind immer jene von diesen abzuziehen, welches auch jedes Mal die negativen Zeichen schon zu erkennen geben.

18) Nach eben der, unter 14) und 15) angeführten Weise werden auch die Ordinaten und Abscissen der zweyten Abtheilung berechnet, und daraus der Flächeninhalt bestimmt. Die für diese Abtheilung erhaltenen Resultate sind aus folgender Tabelle ersichtlich.

ferte		Factoren		Flächeninhalt		
G a n z e		aus den				
Ordinaten.	Abscissen.	Abscissen-	Coordi-	doppelt	wirklich	
		theilen	naten		Joche	□°
		Klaftern		□°		
+ 12,25	— 10,52	— 10,52	12,25	— 128,87		
+ 34,65	+ 5,95	16,47	46,90	772,44		
+ 30,45	+ 44,54	38,59	65,10	2512,20		
+ 45,82	+ 62,95	18,41	76,27	1404,13		
+ 50,26	+ 81,58	18,63	96,08	1789,97		
— 6,00	+ 101,98	80,40	44,26	3558,50		
— 7,37	+ 117,24	15,26	— 13 37	— 204,02		
+ 26,64	+ 135,23	18,00	19,27	346,86		
0,00	+ 152,06	16,83	26,64	448,35	3	780
				Iste Abthl.	3	1420
Summe der Hauptfigur					7	600

Es erhellet auch aus dieser Tabelle und aus der Figur deutlich, wie man in solchen Fällen, wenn ein Dreyeck außerhalb der Figur liegt, oder der Umfang die Abscissenlinie schneidet, zu verfahren habe, worüber auch weiter unten bey der Berechnung des Flächeninhalts großer Figuren, das nöthige nachzulesen ist.

19) Wie nun diese berechnete Figur auf dem Papier nach einem beliebig gewählten Maßstabe verzeichnet wird, erhellet schon zum Theil aus Gmtr. 119. 3) und auch aus der Figur selbst, indem man nur eine beliebige gerade Linie für die Abscissenlinie, und in derselben einen Punct als Anfangspunct derselben gewählt, von da aus die Abscissen, vermög ihren Zeichen, vor- und rückwärts aufträgt, in diesen Puncten senkrechte Linien auf- und abwärts errichtet, die Ordinaten, vermög ihren Zeichen, gehörig überträgt, und endlich die correspondirenden Puncte verbindet, um den Umfang der Figur zu erhalten. Diese Vermessungsart führt auch, nebst der großen Genauigkeit, noch den Vortheil mit sich, daß man die Zeichnung aus den in obigen Tabellen gesammelten und aufbewahrten Daten, so oft es nöthig wird, mit eben der Verlässlichkeit, wie das erste Mahl, ohne eine neue Vermessung vorzunehmen, wiederholen kann. Ob schon es einerley ist, welche von den §. 112. angeführten dreyerley Forstkarten man hier auf diese Weise verzeichnet, und daraus die übrigen construirt, so wird die Arbeit zwar beschleunigt, wenn man die General- oder Übersichtskarte auf solche Art zeichnet, da von den Aufnahmsrissen der Tischblätter sowohl die Blangetkarten, als auch die Holzbestandskarten, nach §. 111. copirt werden können, und der Flächeninhalt des Ganzen ohnehin aus der Berechnung vermög 17) sich ergibt. Eine größere Richtigkeit erhält aber die Zeichnung aller Karten, wenn man den Hauptumfang nach dem Maßstabe der größeren Karte auf jene Art erst verzeichnet, in diesen sonach aus den Meßtischüberzügen die innern Abtheilungen hinein copirt, und endlich daraus die übrigen zweyerley Karten nach den §. 112. 2) und 3) angegebenen Verhältnissen reducirt.

20) Sind bey der Messung der Standlinien am Umfange Krümmelige Grenzen vermittlest Ordinaten an jene Linien vermög §. 85. angemessen worden, so muß man nun, nachdem die Hauptfigur in Grund gelegt ist, diese Krümmungen nach §. 86. an die betreffenden Umfangslinien gehörig anzeichnen, wie es aus dem frühern Verfahren schon genügend bekannt ist. Sodann muß man den dadurch sich ergebenden Flächeninhalt zu jenem der Hauptfigur

hinzu rechnen, worüber weiter unten bey der Berechnung der Flächen nachzuschlagen ist.

21) Wären Grenzsteine auf diese Art an die Standlinien angemessen worden, so müssen jene ebenfalls an diese gehörig angezeichnet werden. Und damit die Grenzwinkel, welche diese Grenzsteine bilden und ihre Entfernung in die Grenzvermessungstabelle eingetragen werden können, so muß man selbe aus den gemessenen Abscissen und Ordinaten trigonometrisch berechnen. Es seyen z. B. die Grenzsteine B , C und D (Gmtr. Fig. 140.) vermittelt senkrechten Ordinaten $1B$, $2C$ und $3D$ an die Standlinie AE angemessen worden, so findet man in dem rechtwinkligen Dreyecke $A1B$ aus den gemessenen Stücken $A1$ und $1B$ nach §. 242. und 248. den Winkel $AB1$ und die Seite AB ; sodann in dem rechtwinkligen Dreyecke mCB aus den bekannten Stücken $1. .2 = A2 - A1 = mC$, und $Bm = B1 - C2$, die Seite BC und den Winkel mBC , woraus sich der Umfangswinkel ABC vermög des Vorigen ergibt, u. s. w.

22) Die Aufnahme der Districte eines Forstreviers, sammt deren innern Abtheilungen, kann nun mit dem Meßtische, oder auch vermittelt der Bussole, ganz nach der, §. 153. und 158. angeführten Weise, entweder gleich nach der Messung der Linien und Winkel am Umfange, d. i. vor der oben angeführten Berechnung geschehen, oder wenn bey übler Witterung draußen nicht gearbeitet, und indeß mit dieser Berechnung zu Hause fortgefahren wird, auch erst nach Vollendung dieser Berechnung vorgenommen werden; wobey es sich von selbst versteht, daß man den schon gemessenen Theil des Hauptumfanges, worauf jeder einzelne District anstößt, nicht mehr zu messen braucht. Die Einzeichnung der Districte mit ihren inneren Abtheilungen in das Ganze des Hauptumfanges geschieht nachher ganz so, wie §. 158. gezeigt worden, und in Fig. 137. durch die punctirten Linien von $C'kF'$ einer derselben eingezeichnet vorgestellt ist.

23) Wie übrigens der Flächeninhalt der kleineren Abtheilungen (Separationen) durch den Flächeninhalt eines Districtes, und diese wieder durch den Flächeninhalt des ganzen berichtet und zusammengehalten wird, erhellet weiter unten, bey der Vermessung der Wälder und der Berechnung ihrer Fläche.

24) Die Grenzvermessungstabelle für eine solche Aufnahme kann auf ähnliche Art, wie die weiter unten folgende eingerichtet werden; nur müssen auch noch die innerhalb der Figur des Waldes liegenden

(die eingehenden) Umfangswinkel (4), sie mögen nach 2) unmittelbar gemessen, oder nach 21) berechnet worden seyn, in einer Rubrik mit angeführt werden.

Wenn man den Punct *A* mit *D*, *D* mit *H*, *H* mit *F'* und *F'* mit *A* durch gerade Linien verbunden, und auf diese Linien aus den Umfangspuncten senkrechte Ordinaten gefällt denkt: so wird die ganze Figur in eine andere, nur von vier Seiten eingeschlossene, und in vier kleinere Abtheilungen zertheilt, deren Abscissen und Ordinaten, wie auch der Flächeninhalt, eben so, wie vorhin, bestimmt werden können. Obschon auf diese Weise etwas mehr zu rechnen ist, so kann man sich derselben bey großen Figuren mit sehr vielen Winkeln mit Vortheil bedienen, weil man hierdurch bey jeder kleinern Abtheilung gleichsam einen Ruhepunct erhält. Der das Vorhergehende gut begriffen hat, wird auch hierbey nicht die mindeste Schwierigkeit finden.

§. 162.

Aufgabe. Einen krummen Waldweg aufzunehmen.

Auflösung. a) **Mitteltst des Meßtisches und der Springstände.**

1) Ist der Umfang des Waldes schon aufgenommen, und dabey 107. der Punct *N*, wo der Weg den Umfang schneidet, nach §. 153. II. unter 11) auf dem Meßtisch bemerkt, und auf demselben auch die Richtung des Magnetstriches bekannt; so wähle man für den Stand des Meßtisches einen solchen Punct z. B. bey *O*, daß man von da nach *P*, und auch so weit als möglich vorwärts nach *M* sehen und messen könne; übrigens verfare man dabey und weiters ganz so wie, §. 153. unter II.

2) Wäre aber der Punct *N*, und auch die Richtung des Magnetstriches auf dem Meßtische noch nicht bekannt, so muß dieser vermög §. 87. 2) über *N* gestellt, nach *D* oder *E* eingerichtet, die Busssole nach §. 89. aufgesetzt, gerichtet und markirt, überhaupt so verfahren werden, wie §. 153. unter II. gezeigt worden ist.

3) Die Abweichungen des Weges von der geraden Richtung, wie zwischen *O* und *P*, müssen durch Ordinaten bestimmt, und auch die Breite desselben angemerkt werden, für welche man bey uns für gewöhnliche Wald- und Feldfahrwege 8 Fuß rechnet.

4) Bey schon aufgenommenem Umfange des Waldes, muß bey richtigem Verfahren der Abstand des zweyten Durchschnittes bey *Z*, nämlich $z h$ auf dem Tische jenem *ZH* auf der Erde gleich seyn, oder nur um die erlaubte Differenz davon abweichen (§. 154.).

Nun erhellet aus diesem, und dem §. 153. gezeigten Verfahren wohl zu Genügen, wie ein Waldweg mittelst des Meßtisches ohne Springstände aufzunehmen wäre.

b) Aufnahme eines Waldweges mittelst der Bussole.

Fig.
107.

1) Man stelle dieses Instrument über den Punct N , visire nach D oder E , bemerke den Grad, welchen die Magnetnadel bey ihrer Ruhe zeigt, im Manuale; visire auch nach O , und schreibe den angezeigten Grad der Nadel gleichfalls ein.

2) In Hinsicht der Höhen- und Tiefenwinkel, so wie der Messung der Linien, beobachte man das §. 258. 2) Gesagte, und bemerke auch noch die Breite des Fahrweges.

3) Hierauf stelle man die Bussole über P , und verfare dann weiters wie §. 158.

4) Um die gemessenen Winkel und Linien, und überhaupt die Figur des aufgenommenen Weges auf dem Papier darzustellen, und in die Hauptfigur des Waldumfanges einzutragen, verfare man auf folgende Art:

5) Ist der Punct n (Fig. 107. Lit. R) in dem Grundriß bey der Aufnahme des Umfanges nach §. 153. II. unter 11) nicht bestimmt worden, so trage man das verjüngte Maß von DN (oder EN) aus d (oder e) bis n , lege die Bussole mit der Ost- oder Westseite an die Linie dn (§. 92.), drehe sie sammt dem Papier so herum, bis die Magnetnadel auf denjenigen Grad einspielt, den dieselbe im Walde über den Punct N nach der Richtung ND oder NE gezeigt hat, befestige in dieser Lage das Papier, und bemerke die an der Linie dn anliegende Seite der Bussole (§. 159. 1).

6) Nun wende man die Gehäusplatte der Bussole an dem Puncte n so herum, daß die Magnetnadel auf denselben Grad weist, den sie über den Punct N nach der Richtung NO gezeigt hat, verfare weiters ganz so, wie §. 159. gelehrt wurde, und bemerke endlich die Breite des Weges nach dem oben unter a) angeführten Maße.

Hey der Aufnahme von Separationslinien der Holzbestände u. dgl., verfährt man bey jedem Instrumente eben so; nur mit dem Unterschiede, daß die Breite des Weges hinwegbleibt.

c) Aufnahme eines Waldweges mittelst des Detailirbretchens.

1) Nachdem man ein Papierblatt unter die halb aufgeleimten Papierränder geschoben und befestiget hat (§. 52.), stelle man sich mit selben über den Punct N , ziehe nach der Richtung ND oder NE möglichst nahe am Bretrande eine Linie, trage eine dieser Entfernungen, wenn es zulässig ist, nur nach Schritten im verjüngten

Fig. 167. Maße auf, um den gleichnamigen Punct n auf dem Papier zu erhalten. Nun ziehe man, bey unverrückter Richtung der auf dem Brete nach D oder E gezogenen Linie ne oder nd , von n auch eine Linie in der Richtung des aufzunehmenden Weges nach O , messe (oder schreite) bis dahin, und trage das verjüngte Maß auf, um den Punct o auf dem Papier zu erhalten *).

2) In O orientirt man das Bret zurück nach N , visirt in der Richtung des Weges nach den so weit als möglich hinausgeschickten Gehülften, trägt die etwa erhebliche Abweichung des Weges von der Visur mittelst einer oder zwey Ordinaten auf, und begibt sich nach P . Ist das Bret mit einer Orientirbussole versehen, so begibt man sich von N die Linien NO und OP messend, gleich hierher, orientirt das Blatt mittelst der Bussole, visirt von dem bereits aufgetragenen Punct o nach dem gleichnamigen O , und zieht die Visur rückwärts gegen sich, trägt das verjüngte Maß von OP auf, visirt nun vorwärts nach M u. s. w.

3) Hat man bis an den zweyten Rand des Bretes gearbeitet, ohne den aufzunehmenden Gegenstand vollendet zu haben, so verlängert man die letzte Visur UZ rückwärts bis an den entgegengesetzten Rand, und trägt, um die Figur des aufgenommenen Gegenstandes nachher desto sicherer zusammen zu setzen, die zuletzt aufgetragene Linie, hier z. B. UZ , rückwärts noch einmahl auf, und verfährt dann weiter wie vorhin. Es hat hierbey nichts zu sagen, wenn sich die Linien durchkreuzen; nur müssen sie mit in der Ordnung folgenden Buchstaben oder Ziffern gut unterscheidbar bezeichnet werden (S. 156.).

Wie ein auf solche Weise aufgenommener Gegenstand sodann zusammengesetzt, und in den schon vermessenen Umfang eines Waldes oder andern Grundstückes nach dem gehörigen Maßstabe eingezeichnet wird, erhellet aus dem bisher, und dem vorher unter h) Gesagten zur Genüge. Das Detailbret ist seiner Leichtigkeit wegen im Gebirge, zur Aufnahme von Schluchten, Gräben, Fahrwegen ic., die keine Grenzen bilden; bey großen zusammenhängenden Grundstücken zum Entwurf einer Handskizze, zum Umfangsentwurf einer großen Figur ic., vorzüglich brauchbar. Soll ein Gegenstand nach

*) Schneller und richtiger arbeitet man, wenn das Bretchen auf einen einfachen Stativstock gesteckt werden kann (S. 52.), welches sich unten in drey Füßchen öffnet, und sich zum Visiren nur eines gewöhnlichen hölzernen Lineals von der Länge des Bretes bedient.

einem großen Maßstabe aufgenommen und nachher in die Hauptfigur im kleinern Maße eingezeichnet werden, so ist ein auf das eingeschobene Papier mittelst der §. 52. erwähnten Randmarken gezogenes Quadrat sehr zweckdienlich, um die nöthigen Abscissen und Ordinaten immer nur auf die nächsten Quadratseiten ziehen, und in die gleichnamigen Quadrate der Hauptfigur auftragen zu dürfen. In diesem Falle bestimmt man den letzten Standpunct zur Fortsetzung der Messung im neuen Quadrat, nach dem §. 156. unter 2) bis 5) gezeigten Verfahren.

Fig. 167.

§. 163.

Aufgabe. Eine auf dem Meßtisch gezeichnete Figur auf dem Felde auszustechen.

Auflösung. a) Wenn es gleichgültig ist, welche Lage die Puncte und Linien der verzeichneten Figur auf dem Felde erhalten.

Es sey $abcdefgh$... die Figur auf dem Meßtische, welche nach einem beliebigen oder gegebenen Maße auf das Feld zu übertragen ist, so bringe man den Meßtisch über die dazu bestimmte Fläche, stelle ihn horizontal, nehme innerhalb der verzeichneten Figur nach Belieben einen Punct m an, lege an diesen das Visirlineal, und lasse in den Richtungen ma , mb , mc , md , u. s. w. Stäbe errichten, die man, um nicht zu irren, mit den gleichnamigen Buchstaben oder Nummern bezeichnet, wie die Eckpuncte der Figur $abcd$... beschrieben sind.

Hierauf reducire man den Punct m auf die Erde nach §. 87., lasse von diesem auf die Erde reducirten Punct M aus nach der Ordnung auf alle Richtungen MA , MB , MC , u. s. w. eben so viele Klaftern zc. mittelst der Meßkette auftragen, als die entsprechenden Linien ma , mb , mc , u. s. w. nach dem verjüngten Maßstabe enthalten; so wird die Figur $ABCDE$... auf dem Felde jener auf dem Meßtische ähnlich seyn (§. 150.); es wird nämlich hier das in §. 150. gezeigte Verfahren in umgekehrter Ordnung angewendet.

b) Wenn es bestimmt ist, daß eine Seite der verzeichneten Figur über die gleichnamige auf dem Felde zu liegen komme.

Es sey (Fig. 106.) $abcd$ die Figur auf dem Meßtische, welche man auf dem Felde so abstecken soll, daß die Seite cd über die gegebene CD zu liegen kommt. Man stelle vermög §. 87. den Tisch

106.

Fig. 106. dergestalt, daß der Punct c über C , und die Gerade cd über CD liege, lasse in den Richtungen $cb, ca \dots$ Stäbe errichten, und in denselben von C aus so viele Klaftern $z.$ nach der Ordnung hinaus messen, als die gleichnamigen Linien $cb, ca \dots$ auf dem Meßtische nach dem verjüngten Maße enthalten; so ist die Figur $CDAB$ auf dem Felde der gegebenen auf dem Meßtische $cdab$ ähnlich.

Man sieht aus diesem Verfahren, daß es keiner Schwierigkeit unterliegt, zu jeder verjüngten Figur auf dem Felde eine ähnliche, auch vermittelst anderer Instrumente, abzustechen; indem man dabey nur die umgekehrten Methoden der Aufnahme derselben, wie sie im Vorhergehenden bey jedem Instrumente gezeigt worden sind, anwenden darf.

Auch erhellet hieraus zugleich, daß man die Richtigkeit einer Karte sehr leicht untersuchen kann, wenn man zwey beliebige Puncte auf der Karte (die auch in der Natur eines aus dem andern sichtbar sind) durch eine gerade Linie verbindet, und diese sonach vermöge §. 87. 1) mit einem Endpuncte über den gleichnamigen auf der Erde so stellt, daß auch die Gerade auf der Karte über die gleichnamige auf der Erde zu liegen kommt. Ist nun auf diese Art die Karte orientirt, so müssen, bey einer richtigen Arbeit, nicht nur alle Wisirlinien von beliebigen Puncten auf der Karte nach ihren gleichnamigen auf der Erde, sondern auch die gemessenen Längen auf dem Felde, mit ihrer verjüngten auf der Karte eintreffen. Weiter unten an seinem Orte mehr hierüber.