

würde man ihre Länge von fünf Zollen nur höchstens bis auf Fig. ihren 500. Theil genau abtragen und messen können, wenn auch 33. gleich die Zirkelspitzen mathematische Punkte wären, und also aus dieser Ursache keine neuen Fehler entsprängen. Indessen werden in den meisten Fällen die Abweichungen, deren Grund in dem Baue unserer Augen liegt, nicht sehr beträchtlich seyn. Weit größer sind diejenigen Fehler, die aus Nachlässigkeit begangen werden, z. B. wenn man die Zirkelspitzen nicht genau und vertical haltend einsetzt, oder sie nicht genug scharf sind, die äußersten Grenzen einer Linie gehörig zu fassen.

Ubrigens kann ein jeder nach diesem Verfahren sein Auge selbst leicht prüfen, und die Zuverlässigkeit bestimmen, mit welcher er Linien von dem Maßstabe auf das Papier übertragen könne.

### **C. Von den unvermeidlichen Abweichungen bey dem Messen der Winkel mit verschiedenen Instrumenten, ihrem Einfluß auf die Richtigkeit der Arbeit, und der Bestimmung, mit welcher Zuverlässigkeit sie auf dem Felde gemessen, und auf das Papier übertragen werden können.**

#### **§. 100.**

Die Abweichungen, welche sich bey dem Messen der Winkel ergeben, sind öfters nicht nur größer, sondern auch mannigfaltiger, als bey der Messung gerader Linien. Sie rühren von der Theilung des Gradbogens, von der Stellung des Instrumentes, Bewegung der Kippregel und des Fernrohres, und von andern mehrerley Umständen her, die hierauf mehr oder weniger Einfluß haben; daher kann auch der Grad der Zuverlässigkeit, mit welchem man Winkel zu messen im Stande ist, schwerer angegeben werden, als jener, womit Längen oder Weiten bestimmt werden können.

Durch mehre Versuche und Erfahrungen kann man indessen doch bey jedem Instrumente gewiß werden, ob die Beobachtungsabweichungen (vermöß §. 55.) + oder — d. h. größer oder kleiner werden, als sie seyn sollten. Bey großen Vermessungen ist es daher nothwendig, jedes Mal einen und denselben Winkel mehrmahl zu beobachten, und daraus ein arithmetisches Mittel zu nehmen; d. h.

**Fig.** die Winkel durch die Repetition auf das genaueste zu bestimmen. Es kann diese mehrfache Beobachtung eines Winkels um so leichter geschehen, als die darauf verwendete Zeit, gegen jene, die erforderlich ist mit dem Instrumente an den Beobachtungsort zu gelangen, und dasselbe allda gehörig aufzustellen, für nichts zu rechnen ist, und dadurch die Arbeit sehr an Richtigkeit gewinnt.

Wir wollen in dem Folgenden nur auf die wesentlichsten unvermeidlichen Fehler und ihren Einfluß auf eine Vermessung, die mit den gebräuchlichsten Instrumenten unternommen werden, aufmerksam machen.

**I.** Von den Fehlern, die sich bey dem Messen der Winkel mit dem Meßtische ergeben, und von dem Grad der Zuverlässigkeit, womit sie bestimmt werden können.

#### §. 101.

Bey der Messung der Winkel mit diesem Instrumente können nebst den §. 95. im Allgemeinen schon angeführten, noch folgende wesentliche, theils durch gehörige Aufmerksamkeit zu vermeidende, theils aber unvermeidliche Fehler unterlaufen:

1) Durch die unrichtige Stellung eines Punktes auf dem Tischblatte über dem gleichnamigen auf der Erde. Ein solcher Fehler ist jedoch, besonders bey einem §. 16. und 18. beschriebenen Meßtische, theils fast ganz zu vermeiden (§. 87.), theils kann derselbe (wenn etwa, besonders bey kurzen Visir- oder Standlinien, nicht gar zu nachlässig gearbeitet wird) an und für sich nie so groß seyn, daß er hier einen merkbaren Einfluß haben könnte. Daher ist es vortheilhafter, wenn der Punct auf dem Tischblatte lieber etwas seitwärts des Scheitelpunctes außerhalb des zu messenden Winkels, als vor- oder rückwärts desselben abweicht, weil im ersten Falle der falsch gemessene Winkel dem wahren vollkommen gleich seyn, oder doch nur äußerst wenig davon abweichen kann, wie solches weiter unten (§. 185. bey dem Centriren der Winkel) deutlich erhellet. Eben dieses ist auch bey solchen Instrumenten zu verstehen, die mit ihren Mittelpuncten genau über den Scheitelpunct des zu messenden Winkels auf der Erde gestellt werden sollen. Aus diesem läßt sich beurtheilen, in welchen Fällen man mehr oder weniger genau hierbey zu verfahren habe.

2) Wenn das Tischblatt nicht genau horizontal Fig. gestellt wird. Es ist nicht zu vermuthen, daß ein Geometer so nachlässig arbeitet, daß hierdurch ein Fehler entstehe, der auf die Richtigkeit der Arbeit einen merkbaren Einfluß haben könnte, wie aus den folgenden Betrachtungen erhellet. Es sey der Winkel  $dcb$  der horizontale Winkel, den man auf dem Meßtischblatte hätte erhalten sollen, wegen der schiefen Neigung  $cab$  des Tischblattes hat man aber den schiefen Winkel  $bca$  gemessen. Man denke aus  $a$  eine Verticallinie  $ad$  auf den Horizont  $dcb$ , ferner aus  $d$  und  $a$  senkrechte Linien  $df$  und  $af$  auf  $cb$ ; so ist  $afd$  der Neigungswinkel der horizontalen Ebene  $dcb$  und der schiefen Ebene  $cab$  (Gmtr. 163.). Nun finden folgende Proportionen Statt: In dem bey  $f$  rechtwinkligen Dreyecke  $cfa$  verhält sich

$$ac : af = \sin tot : \sin acf$$

$$\text{oder } ac : af = 1 : \sin acf \text{ (Gmtr. 242),}$$

$$\text{und auch } ac : cf = 1 : \cos acf \text{ (Gmtr. 242. 2)}$$

$$\text{daraus findet man } af = ac \cdot \sin acf$$

$$\text{und } cf = ac \cdot \cos acf.$$

In dem bey  $d$  rechth. Dreyecke  $adf$  ist  $af : df = 1 : \cos afd$ ,

$$\text{daher ist } df = af \cdot \cos afd;$$

$$\text{folglich ist } df = ac \cdot \sin acf \cdot \cos afd$$

wenn man für  $af$  den obigen Werth setzt.

In dem bey  $f$  rechtwinkl. Dreyecke  $cf d$  ist  $cf : df = 1 : \tan dcf$  (Gmtr. 248);

$$\text{daraus folgt } \tan dcf = \frac{df}{cf}; \text{ substituirt man für } df$$

und  $cf$  die oben gefundenen Werthe; so ist

$$\tan dcf = \frac{ac \cdot \sin acf \cdot \cos afd}{ac \cdot \cos acf} = \frac{\sin acf \cdot \cos afd}{\cos acf};$$

$$\text{da aber } \frac{\sin acf}{\cos acf} = \tan acf \text{ ist, für } \sin. tot. = 1 \text{ (Gmtr. 230. II.):}$$

so ist endlich  $\tan dcf = \tan dcb = \tan acb \cdot \cos afd$ ; man findet nämlich die Tangente des auf den Horizont reducirten Winkels  $dcb$ , wenn man die Tangente des beobachteten Winkels  $acb$  mit dem Cosinus des Neigungswinkels  $afd$  des Tisches multipliciret.

Es betrage z. B. der beobachtete Winkel  $acb = 60^\circ$ , und die Neigung des Tisches wäre, nämlich der Winkel  $afd = 1^\circ$ ; so ist

Fig. 33.  $\log \tan 60^\circ = 10,238561 - 10$   
 und  $\log \cos 1^\circ = 9,999934 - 10$  } vermög Gmtr. 240.  
 daher  $\log \tan dcb = 10,238495$   
 und endlich  $dcb = 59^\circ 59' 46''$ .

Man sieht hieraus, daß, wenn auch der Tisch (oder ein anderes Instrument) die sehr beträchtliche Neigung von  $1^\circ$  hätte, der gemessene Winkel von dem wahren doch nur um  $14''$  unterschieden, d. h. größer ist, als wenn der Tisch vollkommen horizontal gestellt worden wäre.

Eine gut eingerichtete Wasserrage (§. 25) gibt eine Neigung von drey bis vier Minuten an, daher können die kleinen bey der horizontalen Stellung des Meßtisches zurückgebliebenen Abweichungen, wenn auch derselbe  $\frac{1}{4}$  oder  $\frac{1}{2}$  Grad sich neigte, keinen merklichen Fehler in der Beobachtung der Winkel hervorbringen.

Hier wurde angenommen, daß der eine Schenkel  $bc$  des gemessenen Winkels im Horizonte liegt; hat demnach der gemessene Winkel auf dem schief geneigten Tischblatte eine solche Lage, daß beyde Schenkel desselben von dem Horizonte abweichen: so kann man aus ihrer bekannten Abweichung vom Horizonte, und aus dem gemessenen schiefen Winkel den wahren oder horizontalen Winkel vermög des weiter unten Folgenden finden.

3) Wenn sich bey dem Visirlineale die Diopterfäden (§. 21.) oder die Rippregel (§. 22.) mit dem schief zugeschliffenen Rande des Lineals nicht genau in einer und derselben Ebene befinden, oder in jeder Erhöhung oder Vertiefung sich nicht in derselben bewegen. Hierdurch könnte, besonders in letztem Falle, bey sehr hoch oder tief liegenden Gegenständen, der Fehler ziemlich beträchtlich werden; daher man nach §. 23. vorher die nöthige Verbesserung anbringen muß. Diese Abweichung wird sehr vermindert, wenn man stets dasselbe Diopter als Augdiopter behält.

4) Wenn man auf einen schief stehenden (von der Verticalrichtung abweichenden) Stab visirt. Auch hier kann der Fehler oft einen merkbaren Einfluß auf eine Vermessung haben, und er wird um so größer, je näher der Stab beym Standpuncte des Tisches ist. Die Größe dieses Fehlers kann vermög Gmtr. 248 sehr leicht bestimmt werden, wenn man sich die Figur dazu gehörig entwirft. Man muß daher die Stäbe möglichst senkrecht in die

Erde stecken, und wenn etwa, wie es öfters geschieht, einer vom Fig. Wind aus dieser Richtung gedrückt wird: so muß man es zur Regel machen, Visirstäbe und Meßfahnen so tief als möglich am Boden anzuvisiren; wenn aber dieses wegen Hindernisse nicht angeht, so ist er durch einen Gehülfen wieder in die verticale Richtung bringen zu lassen.

5) Bedient man sich beyh Orientiren des Meßtisches der Magnetnadel, so wird der Fehler, der hierdurch in einem Standpuncte entstehen kann, wenn dieses Werkzeug sonst die vorne angeführten nöthigen Eigenschaften hat, und keine äußeren Ursachen, vermög S. 35. und 36., zur Zeit des Gebrauches auf dieselbe wirken, an und für sich in der Ausübung von keiner Bedeutung seyn, wenn die Vermessung überhaupt den Gebrauch der Magnetnadel zuläßt; in entgegengesetzten Fällen aber müßte man auf den Gebrauch der Magnetnadel Verzicht leisten, weil sonst die Richtigkeit einer Vermessung dadurch sehr beträchtlich leiden würde.

6) Durch die Dicke der Anschlagnadeln. Dieser unvermeidliche kleine Fehler kann dadurch noch vermindert werden, wenn man das S. 88 angegebene Verfahren anwendet.

7) Wenn der Meßtisch während der Arbeit verrückt wird. Hierdurch kann ein sehr großer Fehler entstehen, den man öfters erst am Ende der Vermessung gewahr wird, und dessen Entdeckung viele Mühe und Zeit kostet; daher man während der Arbeit alles dasjenige vom Meßtische entfernen muß, was einen solchen Fehler veranlassen könnte, dabey aber die weiter unten empfohlenen Vorrichtungen anwenden muß, um die vermeidlichen Fehler zu entdecken, der Fortpflanzung der unvermeidlichen aber vorzubeugen.

8) Wenn bey feuchter Witterung das aufgespannte Papier Blasen oder Falten wirft, die bey trockenem und warmen Wetter wieder angespannt werden; so kann eine Vermessung sehr unrichtig werden. Dieser unvermeidliche Fehler wird aber dadurch sehr unmerkbar, wenn man ein gutes und festes Imperial- oder Royal-Papier nimmt, und solches auf das Meßtischblatt spannt, wie S. 42. gezeigt worden ist.

#### S. 102.

Um den Grad der Zuverlässigkeit zu bestimmen, womit Winkel vermittlest des Meßtisches gemessen werden können, kann man auf folgende Weise verfahren:

**Fig.** 1) Man stecke auf dem Felde wo möglich ein gleichseitiges Dreyeck  
45.  $ABC$  von beliebiger Größe ab \*), und messe alle drey Seiten desselben auf das genaueste nach der unter §. 75. und 76. gegebenen Anweisung.

2) Hierauf stelle man den Meßtisch über den Punct  $A$ , messe den Winkel  $BAC$ , d. i. man mache den Winkel  $bac$  auf den Meßtisch gleich dem Winkel  $BAC$  auf der Erde, vermög §. 87. 3) und trage das verjüngte Maß der Linie  $AC$  von  $a$  bis  $c$ .

3) Ferner stelle man vermög §. 87. 1) den Meßtisch mit dem Puncte  $c$  dergestalt über  $C$ , daß auch die Linie  $ca$  genau über  $CA$  zu liegen komme, lege das Visirlineal an den Punct  $c$ , und visire nach dem Stabe  $B$ , ziehe die Visirlinie  $cb$ : so wird dadurch die andere Visur  $ab$  im Puncte  $b$  geschnitten.

4) Nun trage man (bey unverrücktem Meßtische) das verjüngte Dreyeck aus den, auf das genaueste gemessenen drey Seiten  $AB$ ,  $AC$  und  $CB$  vermög (Gmtr. 51. 3) auf den Meßtisch; man beschreibe nämlich mit dem verjüngten Maße der Seite  $AB$  aus  $a$  vermittelst des Zirkels in der Gegend bey  $b$  einen Bogen, und durchschneide diesen Bogen mit dem verjüngten Maße der Seite  $CB$  aus  $c$ ; so wird nahe bey dem vorherbestimmten  $b$ , entweder links oder rechts, ein Durchschnittpunct sich ergeben.

5) An diesen neu bestimmten Punct, und an den Punct  $c$  lege man das Visirlineal, lasse in dieser Richtung durch einen Gehülfsen einen Stab unweit  $B$  in  $M$  dergestalt einrichten, daß  $MB$  senkrecht auf  $BC$  ist, und nachher diesen senkrechten Abstand  $MB$  messen.

6) Endlich bestimme man nach Gmtr. 248. aus dem rechtwinkligen Dreyecke  $BCM$ , in welchem, nebst dem rechten Winkel, die zwey Katheten bekannt sind, den Winkel  $BCM$ , theile ihn durch die Anzahl der Winkel des Dreyeckes, also durch 3; so gibt der Quotient zu erkennen, bis zu welcher Zuverlässigkeit die Winkel mittelst des Meßtisches gemessen werden können.

Bey einem am 12. April 1815 im Beyseyn der hiesigen Forst-

---

\*) Es ist zweckmäßiger, wenn man einen Platz wählt, der nicht ganz eben, sondern zum Theil auch hügelig ist, weil man bey wirklichen Meßoperationen selten auf ganz ebenem Boden arbeitet.

jünglinge gemachten Untersuchung, waren die Seiten des Dreieckes Fig. 45.  
 $AC = 100,55$  Rlfr. \*).

$AB = 98,12$  =

$BC = 124,33$  = und  $BM = 0,36$  Klafter; daraus hat sich der Winkel  $BCM = 9' 30''$  ergeben; folglich geben  $(9' 30'') : 3 = 3' 10''$ . Man ist demnach bey dem Meßtische bis auf vier Minuten gewiß, die auf dem Felde beobachteten Winkel auf dem Papier entweder zu groß oder zu klein zu erhalten \*\*). Herr Prof. Bugge hat aus andern Gründen ein gleiches Resultat für den Grad der Zuverlässigkeit bey dem Messen der Winkel mit dem Meßtische hergeleitet. (Man sehe die Übersetzung aus dem Dänischen von L. H. Tobiesen. Altona 1798.)

II. Von den Abweichungen, die bey der Messung der Winkel mit eigentlichen Winkelmessern sich ergeben, und von dem Grad der Zuverlässigkeit, womit Winkel auf dem Felde bestimmt werden können.

### §. 103.

Nebst den §. 101. von 1) bis 4) angeführten Fällen können bey Messung der Winkel mit dem eigentlichen Winkelmesser noch folgende wesentliche Fehler, die wieder theils zu vermeiden, theils aber unvermeidlich sind, unterlaufen:

1) Wenn der Mittelpunkt des Instrumentes nicht genau über den Punct auf der Erde gestellt ist. Diesen Fehler kann man größten Theils vermeiden, und wo es nicht möglich ist, das Instrument über den gehörigen Punct zu stellen, da kann der wahre Winkel durch Rechnung, wie weiter unten §. 186. folgen wird, gefunden werden.

2) Wenn die Eintheilung auf dem Limbus und Nonius fehlerhaft ist. Obwohl man hierin nie eine mathematische Genauigkeit erwarten darf (§. 95. 3); so ist doch nicht zu ver-

---

\*) Daß bey dieser Untersuchung die Seiten des Dreieckes auf das genaueste gemessen worden sind, erhellet daraus, weil die aus diesen Seiten nach Gmtr. 266 berechneten Winkel zusammen  $159^{\circ} 59' 55''$  betragen; folglich von  $180^{\circ}$  nur um 5 Secunden abweichen. (Gmtr. 53.)

\*\*) Man sehe Joh. Tob. Mayers practische Geometrie, 1. Theil, 3. Auflage, Seite 415.

**Fig.** muthen, daß, bey dem dermahligen Stand der Wissenschaften und  
 45. Künste, ein Instrument so fehlerhaft aus des Mechanikers Hand komme, bey welchem die von der Eintheilung herrührenden Fehler, nach §. 55. gehörig aufgesucht und verbessert, noch einen beträchtlichen Einfluß auf die Messung haben sollten; daher ist es rathsam, alle Winkel mehrmahl zu messen (§. 91.), wodurch die daher rührenden unvermeidlichen Beobachtungsfehler mehr gleich und unmerklich werden (§. 100.). Ein Gleiches versteht sich von der Mikrometerschraube, wenn bey einem Instrumente eine angebracht wäre.

4) Wenn das Fernrohr eine verticale Bewegung zuläßt, und sich bey jeder Erhöhung oder Vertiefung nicht immer in der verticalen Ebene bewegt. Hierdurch kann, besonders wenn das Fernrohr oder die Kippregel sehr stark auf- oder abwärts gerichtet wird, der Fehler für eine Vermessung beträchtlich werden; daher man nach §. 55. vor dem Gebrauche die nöthige Verbesserung vorzunehmen hat.

5) Wenn das Instrument während der Arbeit verrückt wird. Es ist daher gut, wenn bey einem Winkelmesser ein Versicherungsdioptr oder derley Rohr (§. 54.) angebracht ist, um sich während der Arbeit von der unverrückten Stellung jedes Mahl überzeugen zu können. Ubrigens sind auch hier die im §. 101. 7) erwähnten Vorsichten nöthig.

#### §. 104.

Um bey einem Winkelmesser zu erfahren, mit welcher Zuverlässigkeit man die Winkel bestimmen könne: so messe man

1) Bey einem beliebigen Dreyecke *ABC* ebenfalls alle drey Seiten auf das genaueste.

2) Beobachte man nach der §. 91. gegebenen Anweisung alle drey Winkel des Dreyeckes, addire selbe, und untersuche, wie viel ihre Summe von  $180^\circ$  abweicht (Gmtr. 53). Diesen Unterschied dividire man durch 3; so gibt der Quotient die Größe der Zuverlässigkeit zu erkennen, womit Winkel auf dem Felde durch den gebrauchten Winkelmesser bestimmt werden können.

Mit einem früher an der hiesigen Forstlehranstalt vorhanden gewesenen Winkelmesser hierüber angestellten Versuch ist der Winkel

$$A = 77^\circ 28'$$

$$B = 52 \quad 7$$

$$C = 50 \quad 23$$

und ihre Summe

$$= 179^\circ 58' \text{ gefunden worden.}$$

Nun ist  $180^\circ - (179^\circ 58') = 2$  Minuten, der Unterschied; **Fig.**  
 daher  $(2' = 120'') : 3 = 40$  Secunden die Zuverlässigkeit, mit wel- 45.  
 cher Winkel auf dem Felde vermittelt diesem Instrumente gemessen  
 werden können, d. i., um so viel können sie zu groß oder zu klein  
 gefunden werden.

Anstatt diesem Winkelmesser besitzt nun die hiesige Forstlehran-  
 stalt einen Reichenbach'schen Theodoliten, der oben S. 54. beschrie-  
 ben worden ist.

### S. 105.

Wenn aber die auf dem Felde gemessenen Winkel erst durch Hülfe  
 eines gewöhnlichen Transporteurs (Gmtr. 17) oder eines tausendthei-  
 ligen Maßstabes, wie unten gezeigt werden wird, auf das Papier  
 übertragen werden müssen \*): so erhellet vermög S. 95. 3) von selbst,  
 daß hierbey an der Richtigkeit wieder sehr viel verloren geht. Um dem-  
 nach auch den Grad der Zuverlässigkeit zu finden, mit welchem die  
 Winkel durch die vorerwähnten zwey Hülfsmittel auf das Papier  
 übertragen werden können, verfahre man auf folgende Art:

1) Man verbessere (wenn es nöthig wäre) die auf dem Felde ge-  
 messenen Winkel um den gefundenen Unterschied auf  $180^\circ$ , also hier  
 in unserm Beispiele um  $40''$ ; es wird demnach der Winkel

$$A = 77^\circ 28' 40''$$

$$B = 52 \quad 7 \quad 40$$

$$C = 50 \quad 23 \quad 40.$$

Eine so kleine Verbesserung, wie diese hier ist, kann aber um  
 so mehr außer Acht gelassen werden, als man mit dem Transporteur  
 die Winkel höchstens nur auf zehn bis zwölf Minuten sicher bestimmen  
 könne (S. 95. 3).

2) Hierauf ziehe man eine gerade Linie, trage das verjüngte 46.  
 Maß einer gemessenen Seite des Dreyeckes, z. B.  $ac$  auf, ver-  
 zeichne entweder vermittelt des Transporteurs oder eines tausendthei-  
 ligen Maßstabes nach S. 118. bey  $a$  den oben verbesserten Winkel  $A$ ,  
 und bey  $c$  den Winkel  $C$ ; so werden sich die verlängerten Schenkel  
 in dem Puncte  $b$  durchschneiden.

3) Nun trage man das Dreyeck auch aus seinen gemessenen drey

\*) Weiter unten werden wir sehen, daß man bey der Übertragung eines  
 trigonometrischen Netzes auf das Papier, der erforderlichen Genauig-  
 keit wegen, sich einer andern Methode bedienen soll und muß.

Fig. 46. Seiten nach dem verjüngten Maßstabe auf, wie §. 102. unter 4) angeführt wurde: so wird sich nahe bey dem vorherbestimmten Punct  $b$  entweder links oder rechts desselben ein anderer Punct  $m$  ergeben.

4) Man messe den senkrechten Abstand  $bm$ , und berechne aus dem rechtwinkligen Dreyecke  $bmc$  den Winkel  $bcm$ , und dividire diesen durch 3; so zeigt der Quotient die Zuverlässigkeit an, mit welcher die Winkel durch diese Methoden auf das Papier getragen werden können.

Bev obiger Untersuchung hat man durch die Verzeichnung der Winkel mit dem Transporteur, der in halbe Grade getheilt ist, den senkrechten Abstand  $bm = 4\frac{1}{2}$  Fuß, und sonach den Winkel  $bcm = 20' 50''$ , mithin  $(20' 50'') : 3 = 6' 56''$  gefunden. Man ist also bey einem solchen Transporteur nur bis 7 Minuten gewiß, die Winkel auf das Papier zu tragen. Bev der Verzeichnung der Winkel durch Hülfe eines tausendtheiligen Maßstabes (§. 118.) wurde  $bm = 2\frac{1}{2}$  Fuß, und der Winkel  $bcm = 11' 20''$ ; mithin der Grad der Zuverlässigkeit  $= (11' 20'') : 3 = 3' 46''$  gefunden.

Es erhellet hieraus, daß mit dem Meßtische die Winkel auf dem Felde gleich unmittelbar auf das Papier eben so richtig, wie mit einem Winkelmesser, bev welchem aber die Winkel nach der §. 118 angeführten etwas beschwerlichen und viele Zeit raubenden Methode verzeichnet werden müssen, erhalten werden. Im ersten Falle wird eine Arbeit wenigstens in der halben Zeit vollendet, als zu derselben Arbeit mit einem Winkelmesser erforderlich ist, bev dem die gemessenen Winkel durch Hülfe eines tausendtheiligen Maßstabes auf das Papier übertragen würden \*).

#### §. 106.

Bev einer mit der Bußsole vorgenommenen Untersuchung habe ich den Winkel  $A = 77\frac{1}{4}$  Grad

$$B = 51\frac{1}{4} \quad "$$

$$C = 52 \quad "$$

und die Summe  $= 180\frac{3}{4}$  Grad gefunden. Man ist also hier bis auf 10 Minuten gewiß, die Winkel auf dem Felde zu messen. Da man aber die mit der Bußsole auf dem Felde beobachteten Winkel auch vermittelst derselben nach der §. 92. gezeigten Methode auf das Pa-

\*) Man sehe hierüber B u g g e Seite 183 u. f. w.

pier übertragen kann: so bleibt obige Zuverlässigkeit ziemlich dieselbe; Fig. und man ist daher bey der Busssole überhaupt von 10 bis 12 Minuten gewiß, die Winkel auf das Papier zu bringen.

Obgleich die nun angeführten einzelnen Fehler, die sowohl bey der Messung gerader Linien, als der Winkel unvermeidlich sind, und jeder für sich betrachtet, von keiner Bedeutung zu seyn scheint: so können sie durch die Summirung und Mittheilung in einer ganzen Figur am Ende doch beträchtlich werden; daher man sie im Einzelnen schon so viel als möglich zu vermeiden, vorzüglich aber ihrer Mittheilung vorzubeugen trachten muß.

#### D. Von der Zuverlässigkeit, womit Entfernungen durch Dreiecksmessung und trigonometrische Rechnung bestimmt werden können.

##### §. 107.

Da bey Bestimmung der Entfernungen durch Dreiecke die unvermeidlichen Abweichungen sowohl der gemessenen Grundlinie (§. 98.), als die der Winkel (§. 104.) einigen Einfluß haben; so folgt, daß man jene Entfernungen nicht ganz genau, und ebenfalls nur bis auf eine gewisse Grenze richtig bestimmen könne. Gesezt, man hätte die Standlinie  $AB$  und den Winkel  $CAB$  ohne Fehler, den Winkel  $CBA$  aber um den Winkel  $CBm$  unrichtig gemessen: so ist klar, daß man aus diesen drey gemessenen Stücken nicht die wahre Entfernung  $BC$ , sondern die unrichtige  $Bm$  erhält, welche kleiner ist, als  $BC$ . 47.

Ist ein Winkel, z. B.  $CBD$  an der Grundlinie  $BD$  stumpf, so wird der Fehler in der Bestimmung der Weite  $BC$  noch größer als vorhin. Denn man nehme auch hier an, daß  $BD$  und  $BDC$  völlig richtig, der Winkel  $CBD$  aber um  $CBn$  falsch gemessen wurde: so würde man auch in diesem Falle nicht das wahre Dreieck  $CBD$ , sondern das unrichtige  $nBD$ , mithin auch nicht die Entfernung  $CB$ , sondern  $nB < CB$  finden; und zwar wird der Fehler hier größer als vorhin seyn, bey der Voraussetzung, daß der Winkel  $CBn = CBm$  sey; wovon man sich sehr leicht überzeugt, wenn man aus den Dreiecken  $CBA$  und  $CBD$  vermittelst der Grundlinien und der anliegenden Winkel die Seite  $BC$  nach Gmtr. 243, als ob diese Stücke ohne Fehler gemessen wären, bestimmt; nachher aber auch die Ent-