

Fig. messung ein bestimmtes Verhältniß erhält, welches zu erkennen gibt, ob man einer gemessenen Größe entweder zusetzen, oder von ihr abnehmen soll, um der Richtigkeit so nahe als möglich zu kommen. Dieses Verhältniß bestimmt den Grad der Zuverlässigkeit. Hierzu dient vorzüglich die Anwendung der Theorie, wornach alle Vermessungen geprüft, die Instrumente beurtheilt, und die möglichen Abweichungen, die sich ergeben können, mit einander verglichen werden.

Der Geometer muß hiernach seine Instrumente untersuchen, Versuche anstellen, und sich auf diese Art den Grad der Zuverlässigkeit seiner Vermessungsmethoden und der dazu gebrauchten Instrumente bekannt machen, um eine gute Wahl bey wirklichen Vermessungen treffen zu können. Im Folgenden wird daher nur das für den vorliegenden Zweck Nöthigste hiervon angeführt werden, weil es außer den Grenzen dieses Werkes liegt, diese Lehre vollständig zu geben.

B. Von den unvermeidlichen Operationsabweichungen bey dem Messen gerader Linien, ihrem Einfluß auf die Richtigkeit der Arbeit, und der Bestimmung, mit welcher Zuverlässigkeit sie auf dem Felde gemessen, und auf das Papier übertragen werden können.

§. 97.

Folgende wesentliche Fehler, die bey der Messung gerader Linien gewöhnlich sich ergeben, kann und muß der Geometer durch Aufmerksamkeit, eigenes Nachsehen und Anordnen zu vermeiden suchen, d. h. er darf dieses Geschäft nicht unabgerichteten oder trägen Kettenziehern allein überlassen; sie rühren gewöhnlich daher:

1) Wenn die Kettenglieder gebogen oder verschlungen sind, oder überhaupt die Kette vorher nicht berichtigt worden ist. Der davon herrührende Fehler kann besonders bey langen Linien beträchtlich werden; es ist daher das §. 31. Gesagte wohl zu beachten.

2) Wenn während des Messens bergauf oder bergab die Kette nicht gehörig aufgehoben, oder bey unebenem Boden nicht horizontal liegt, d. h. nicht gut ausgespannt wird, und daher in ihrer Mitte sich senket (§. 75. bis 80.). Kleine Unvollkommenhei-

ten in ihrer horizontalen Lage haben nichts zu bedeuten; denn beträgt Fig. die Senkung in der Mitte von der Horizontallinie 0,2 Rlf.; so ist der Fehler etwa $0,004^\circ$, welchen man leicht untersuchen und bestimmen kann (Gmtr. 87.).

3) Wenn man während des Messens von der geraden Linie AB abweicht, d. i. von A nach a , von a 33. nach d u. s. w. mißt. Auch die Größe dieses Fehlers kann man nach (Gmtr. 87.) untersuchen. Da dieser Fehler, wenn nicht gar sehr schlecht gemessen wird, nicht beträchtlich, und bey $0,1^\circ$ Abweichung von der geraden Linie, auf zehn Kettenzüge erst $0,03^\circ$ beträgt: so können die daher rührenden Fehler, wenn, wie gesagt, nicht gar zu nachlässig gemessen wird, und die Linien etwa nicht gar sehr lang sind, nicht beträchtlich seyn.

4) Wenn der Kettenstab nicht in das Loch des Kettennagels, und umgekehrt letzterer nicht in das Loch des ersteren genau eingesteckt wird, (darüber l. m. §. 76); oder bey den neuen Meßketten, wo an den Endringen durch die Quereinschnitte die Länge der Kette bestimmt ist, nicht an den Querstrich angelegt wird. Deshalb muß das §. 75. unter b) Gesagte wohl beobachtet werden.

5) Wenn bey dem Vergauf- und Vergabmessen derjenige Kettenstab, an welchem man die Kette in die Höhe hält, nicht senkrecht gehalten wird. Hierdurch kann das Maß einer Linie beträchtlich von ihrer wahren Länge abweichen; daher ist das §. 77. Gesagte auf das Strengste zu beachten.

6) Ein gewöhnlicher Fehler bey dem Messen einer Linie mit Meß- oder Klafterstäben ist der, wenn man den Stab umschlägt; dadurch wird die gemessene Linie zu kurz, und zwar um so viel, als die Dicke des Klafterstabes multiplicirt mit der Anzahl der Umschläge beträgt. Ist z. B. der Stab 1" dick, und man hat ihn zehnmal umgeschlagen: so ist die Linie um $1" \times 10 = 10"$ zu kurz, um die sie also verbessert werden müßte.

7) Aber weit beträchtlicher wird der Fehler dann, wenn man sich die Mühe nicht gibt, den Maßstab ganz auf die Erde niederzulegen, sondern, um sich das öftere Bücken zu ersparen, das hintere Ende des Stabes erhebt, ehe noch das vordere den Boden erreicht hat, wie solches die Fig. 43. zeigt, bey welcher AB den Meßstab, der in m gehalten wird, vorstellt. Wenn nun der Punct A unver-

Fig. rückt bleibt, bis man AB auf den Boden niedergelegt, und also der Punct B bey C den Boden erreicht hat: so ist $AC = AB =$ der wahren Länge. Gibt man sich aber nicht die Mühe, den Stab ganz niederzulegen, sondern erhebt denselben bey A , und läßt ihn um m , wo man ihn hält, drehen, bis derselbe bey D den Boden erreicht; so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man AD für die Länge des Stabes, das ist: $AD = AC = AB$ setzen wollte. Dieser Fehler ist bey einer Stabeslänge schon beträchtlich, welches man wieder vermö. (Gmtr. 87.) für angenommene und festgesetzte Größen leicht bestimmen kann. Bey der Länge des Stabes $AB = AC = 6'$, bey der Höhe $mn = 1'$, und daß man den Stab in der Mitte hält, also $Am = mB = mD = \frac{1}{2} AB$, und $AD = 2 n D$ wäre: würde der Fehler $DC = AC - AD = 4\frac{1}{4}'' = 0,06^\circ$ für Eine Stabeslänge; folglich für eine Linie nur von mäßiger Länge, z. B. von 20° schon $20 \cdot 0,06 = 1,2$ Klaftern betragen.

8) Auch fehlt man gewöhnlich beym Messen mit Stäben, wenn man vorher nicht eine Schnur längs der zu messenden Linie spannt, weil man sonst von der geraden Linie sehr oft abweicht; hat man daher keine Schnur sogleich bey Handen, so muß ein Zweyter den Messenden dirigiren, d. i. immer in die gerade Linie einrichten.

33. 9) Es kann sich jedoch derjenige, welcher eine gerade Linie AB mit dem Stabe ausmißt, selbst leicht dirigiren, wenn er sich in derselben gegen den Endpunct, worauf er hinmißt, noch einen andern, z. B. durch kleine Stauden, hohes Gras, Erdschollen u. dgl. ausgezeichneten Punct m wählet, und über das vordere Ende b des Klafterstabes Ab nach m und B hinsieht, und so jedes Mal diesen Klafterstab (Meßruthen oder Meßstab) in die Richtung mB , und mithin auch in jene der Geraden AB bringt. Sollte man von m aus noch so weit nach B haben, daß während des Messens noch eine Abweichung von der geraden Richtung zu besorgen wäre, so wähle man zwischen m und B , oder auch hinter B wieder einen Punct, und verfähre wie vorher; daher ist ein so gewählter Punct noch vorthafter, wenn er hinter B hinaus liegt.

§. 98.

Um den Grad der Zuverlässigkeit zu bestimmen, mit welcher man eine gerade Linie auf dem Felde mittelst der Kette zu messen im Stande ist, verfährt man auf folgende Art:

Man stecke eine ziemlich lange Linie auf einem bergab oder berg- Fig.
 auf laufenden Boden nach S. 72. ab, messe diese Linie einige Mahl 33.
 mit derjenigen Aufmerksamkeit, die man bey der Ausübung gewöhn-
 lich auch darauf verwenden soll, und notire sich jedes Mahl die ge-
 fundene Länge, addire die verschiedenen Maße und dividire ihre Summe
 durch die Anzahl der Messungen: so erhält man im Quotienten das
 arithmetische Mittel an Klastern u., welche die gemessene Linie höchst
 wahrscheinlich enthalten möchte; subtrahirt man nun die kleinste ge-
 fundene Zahl der gemessenen Linie von der größten, und dividirt diese
 Differenz durch das gefundene arithmetische Mittel: so erhält man ein
 Verhältniß, welches den Grad der Zuverlässigkeit, mit
 welchem gerade Linien auf dem Felde gemessen werden können, zu
 erkennen gibt.

Folgendes ist das Resultat einer Untersuchung, die am 22. July
 1813 im k. k. Thiergarten auf einem theils sanft, theils mehr stei-
 genden, im Ganzen um 11 Grad sich hebenden Boden, mit einer 10
 Wiener Klf. langen Kette von mir vorgenommen wurde:

1te Messung bergab mit aufgehobener Kette	450° —	=	2700'
2te = bergauf	=	=	449 4' = 2698
3te = bergab	=	=	450 1½' = 2701,5
4te = bergauf	=	=	449 4½' = 2698,5
Summe = 10798'			

Das arithmetische Mittel $10798' : 4 = 2699,5'$.

Differenz der größten und kleinsten Zahl $2701,5 - 2698 = 3,5'$.

Schließt man nun: bey einer mittlern Länge von 2699,5' hat
 sich bey der wirklichen Messung die größte Differenz von 3,5' ergeben,
 wie groß wird die Differenz auf a° mittlerer Länge seyn? nämlich:

mittl. Länge Differ.

$2699,5 : a^\circ = 3,5 : x$; hieraus findet man

$$x = \frac{a \cdot 3,5}{2699,5} = a \cdot 0,001;$$

man ist demnach bey einer auf diese Art gemessenen Linie bis auf $\frac{1}{1000}$
 ihrer Länge gewiß, ob sie auf einem solchen steigenden Boden zu
 groß oder zu klein gemessen werde. Auf eben diese Weise fand ich auf
 ebenem Boden das Verhältniß $6 : 10000 = 0,0006$.

Aus dieser Erfahrungsregel hat man daher in der Praktik als
 erlaubte Operationsabweichung angenommen: Daß bey gewöhn-
 lichen unmittelbaren Messungen gerader Linien un-
 ter mehr oder weniger günstigen Umständen eine

Fig. Abweichung von $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{1}{500}$ der Länge Statt finden
33. könne.

Hiervon kann man Anwendungen auf geringere und beträchtlichere Entfernungen machen, wenn man einerley Beschaffenheit des Bodens, worauf man mißt, voraussetzen kann. Will man nun wissen, auf wie viel Klaftern oder Fuß man unter der ersten Bedingung bey einer Länge von 200 Klaftern gewiß ist, so schließt man:

$$1000 : 200 = 1 : x; \text{ woraus } x = \frac{200 \cdot 1}{1000} = \frac{2^{\circ}}{10} \text{ gefunden wird.}$$

Hieraus ersieht man zugleich, daß eine Grundlinie für große trigonometrische Arbeiten mit der Meßkette zu messen, nicht rathsam wäre (§. 81.).

§. 99.

So wie man vermöge des Vorigen bey einer gemessenen Linie auf dem Felde bis auf einen gewissen Theil derselben ungewiß bleibt, ob man sie zu groß oder zu klein gefunden hat; eben so bleibt man auch bey der Übertragung derselben von dem verjüngten Maßstabe auf das Papier, bis auf einen gewissen Theil der verjüngten Linie ungewiß, ob man sie mit dem Zirkel zu groß oder zu klein gefaßt habe. Denn wenn wir eine praktische Linie (die von der mathematischen Linie (Gmtr. 2.) wohl zu unterscheiden ist) auf dem Papier oder verjüngten Maßstabe mit dem Zirkel fassen: so werden sich dabey immer kleine Abweichungen ergeben; theils wegen der Dicke der Zirkelspitzen (die mathematische Punkte seyn sollen), theils wenn der Handzirkel so ausgestreckt wird, daß seine Schenkel beynähe schon auf dem Papier aufliegen, welches man aber durch Hülfe eines Stangenzirkels (§. 41.) vermeiden kann und soll, theils auch, wenn der Maßstab selbst vielleicht nicht ganz verläßlich ist, und endlich wegen der Unvollkommenheit unserer Augen, die im Sehen ihre Grenzen haben, und praktische Punkte auf dem Papier nicht mehr deutlich erkennen.

Durch viele Versuche hat man gefunden, daß die meisten Menschen eine auf weißem Papier mit Tusch gezogene feine Linie, z. B. *AB*, in der Entfernung von 8 Zollen bis auf $\frac{1}{100}$ Theil eines Zolles mit dem Zirkel genau fassen können; oder um so viel könnte man sie zu groß oder zu klein nehmen, wenn dem Auge die äußersten Grenzen dieser Linie in der Entfernung von 8 Zollen unkenntlich werden. Gesezt nun, die Linie *AB* hätte 5 Zoll: so wäre das Verhältniß des Fehlers zur ganzen Länge = $\frac{1}{100} : 5$, oder 1:500; also bloß wegen der undeutlichen Empfindung der äußersten Punkte dieser Linie

würde man ihre Länge von fünf Zollen nur höchstens bis auf Fig. ihren 500. Theil genau abtragen und messen können, wenn auch 33. gleich die Zirkelspitzen mathematische Punkte wären, und also aus dieser Ursache keine neuen Fehler entsprängen. Indessen werden in den meisten Fällen die Abweichungen, deren Grund in dem Baue unserer Augen liegt, nicht sehr beträchtlich seyn. Weit größer sind diejenigen Fehler, die aus Nachlässigkeit begangen werden, z. B. wenn man die Zirkelspitzen nicht genau und vertical haltend einsetzt, oder sie nicht genug scharf sind, die äußersten Grenzen einer Linie gehörig zu fassen.

Übrigens kann ein jeder nach diesem Verfahren sein Auge selbst leicht prüfen, und die Zuverlässigkeit bestimmen, mit welcher er Linien von dem Maßstabe auf das Papier übertragen könne.

C. Von den unvermeidlichen Abweichungen bey dem Messen der Winkel mit verschiedenen Instrumenten, ihrem Einfluß auf die Richtigkeit der Arbeit, und der Bestimmung, mit welcher Zuverlässigkeit sie auf dem Felde gemessen, und auf das Papier übertragen werden können.

§. 100.

Die Abweichungen, welche sich bey dem Messen der Winkel ergeben, sind öfters nicht nur größer, sondern auch mannigfaltiger, als bey der Messung gerader Linien. Sie rühren von der Theilung des Gradbogens, von der Stellung des Instrumentes, Bewegung der Kippregel und des Fernrohrs, und von andern mehrerley Umständen her, die hierauf mehr oder weniger Einfluß haben; daher kann auch der Grad der Zuverlässigkeit, mit welchem man Winkel zu messen im Stande ist, schwerer angegeben werden, als jener, womit Längen oder Weiten bestimmt werden können.

Durch mehre Versuche und Erfahrungen kann man indessen doch bey jedem Instrumente gewiß werden, ob die Beobachtungsabweichungen (vermöß §. 55.) + oder — d. h. größer oder kleiner werden, als sie seyn sollten. Bey großen Vermessungen ist es daher nothwendig, jedes Mal einen und denselben Winkel mehrmahl zu beobachten, und daraus ein arithmetisches Mittel zu nehmen; d. h.