

Dritter Abschnitt.

Von den unvermeidlichen Abirrungen, die bey der Messung gerader Linien sowohl, als auch der Winkel sich ergeben, und insbesondere von dem Grade der Zuverlässigkeit, womit Linien und Winkel auf dem Felde gemessen und auf das Papier übertragen werden können.

A. Von den Ursachen der unvermeidlichen Abirrungen (Operationsabweichungen), und von dem Grade der Zuverlässigkeit überhaupt.

§. 93.

In der theoretischen Geometrie wird der Punct ohne aller Ausdehnung, und die Linie als bloße Ausdehnung in die Länge ohne Breite und Dicke betrachtet (Gmtr. 2.); ganz anders verhält es sich aber mit den Puncten und Linien in der praktischen Geometrie. Hier sind die Puncte, wenn sie in die Sinne fallen sollen, selbst Theilchen einer Fläche, und so haben auch die praktischen Linien eine gewisse Breite.

Auf dem Felde dienen nach Umständen oft ganze Flächen und Körper, z. B. Grenzsteine, Häuser, Bäume, Bergspitzen u. dgl. als Puncte; und Flüsse, Hecken, Wege u. dgl. als Linien. Aus diesem erhellet, daß bey der möglichsten Vollkommenheit der Instrumente und der genauesten Behandlung derselben bey Vermessungen, ferner bey der vollkommensten Befolgung der Theorie, in der ausübenden Geometrie Fehler gänzlich zu vermeiden, niemahls in unsern Kräften steht, weil uns die Natur hierin selbst Grenzen gesetzt hat, wie weiter unten deutlicher erhellen wird. Man nennt daher solche Fehler, die den gemachten Voraussetzungen ungeachtet dennoch sich ergeben, unvermeidliche Fehler, oder eigentlicher unvermeidliche Operationsabweichungen. Andere Fehler, die wegen unrichtiger Stellung und unrichtigen Gebrauch der Instrumente und Werkzeuge, oder aus Unachtsamkeit u. dgl. kann man vermeiden.

Fig.

§. 94.

Um sich von dem Daseyn der unvermeidlichen Abweichungen in der Ausübung durch ein einfaches Beispiel zu überzeugen, verzeichne man ein ungleichseitiges Dreyeck, messe dessen Seiten auf einem beliebigen Maßstabe, und berechne den Flächeninhalt, indem man jedes Mal eine andere Seite zur Grundlinie nimmt: so wird man finden, daß die dadurch erhaltenen drey Resultate fast nie übereinstimmen, sondern mehr oder weniger von einander abweichen werden.

Da nun ein Dreyeck die einfachste Fläche ist, die verzeichnet werden kann: so folgt, daß alles, was durch Zeichnung verrichtet wird, Abweichungen unterworfen ist, die um so größer werden, je öfter die Zeichnung wiederholt und fortgesetzt wird. Wir müssen daher auf dem Papier die praktischen Punkte und Linien den theoretischen so nahe als möglich zu bringen, d. h. sie so zart zu entwerfen, als es die Werkzeuge zulassen und die Umstände erfordern, und wo möglich jedes Mal die Rechnung der Zeichnung vorzuziehen, wie auch auf Mittel zu denken trachten, durch welche die unvermeidlichen Fehler, die einer jeden unserer Handlungen gleichsam eigen sind, in die Classe des möglichst Kleinsten versetzt werden.

§. 95.

Die unvermeidlichen Operationsabweichungen rühren hauptsächlich her:

1) Aus der Unvollkommenheit unsers Gesichtes. Es lehrt nämlich die Erfahrung, daß man Gegenstände, die sehr entfernt liegen, nicht mehr genug deutlich erkennen kann; welches jedoch auch von der Farbe, Figur und stärkern oder schwächern Beleuchtung der entfernten Gegenstände mit abhängt. Die Ursache hiervon liegt sowohl in der Unvollkommenheit unsers Auges selbst, als auch darin, daß die zwischen unserm Auge und dem Gegenstande befindliche Atmosphäre (Dunstkreis) einen großen Theil der von dem Objecte zurückfahrenden Lichtstrahlen zerstreuet. Die Folge daraus ist diese: wenn man in einer gewissen Entfernung ein kleines Object, welches z. B. unter einem Sehewinkel von 2 Minuten ins Auge fällt, nicht mehr deutlich erkennen kann, die Dioptr eines Visirmittels mögen, nach dem Augenmaße zu urtheilen, noch so gut gerichtet zu seyn scheinen: so bleibt es doch mit der Ungewißheit einer Minute un-

entschieden, ob man die Diopter nicht noch um etwas Weniges Fig. verrücken soll *).

Herr Professor Bugge hat durch Untersuchungen den kleinsten Winkel des deutlichen Sehens für ein gewöhnlich gutes Auge bey klarem Sonnenschein = 1 Minute; bey hellem Tage aber ohne Sonnenschein 2 Minuten gefunden. Diese dort Seite 59 und 60 angestellten Untersuchungen habe ich gleichfalls von verschiedenen Augen wiederholen lassen, und mich von der Richtigkeit des Resultates überzeugt.

Es folgt daraus: daß man unserm Auge auf große Entfernungen, oder Kurzsichtigen überhaupt mit Fernröhren zu Hülfe kommen muß (§. 64. bis 69.).

2) Von der Strahlenbrechung. Ein Lichtstrahl, der von einem Gegenstande durch die Luft in unser Auge kommt, geht in keiner geraden Linie fort (§. 59.), und es ist die Krümmung dieser Lichtstrahlen um so größer, je weniger der Gegenstand, von welchem sie kommen, über den Horizont erhaben ist; daher erfordern die Winkel, welche solche Gegenstände an unserm Auge machen, einige Verbesserungen, wovon das Nähere weiter unten.

3) Von der Körperlichkeit mancher Theile der Instrumente und Werkzeuge, die bloß mathematische Punkte und Linien vorstellen sollen; daher von der Unrichtigkeit oder vielmehr von der Unmöglichkeit der vollkommen genauen Eintheilung und Verfertigung der Winkelmessinstrumente, welches zum Theil aus dem Folgenden erhellet:

Es sey der Halbmesser eines gewöhnlichen Winkelmessers = 5 Zolle, so ist sein Umkreis = $2.5.3,14 = 31,4$ Zolle. Ist derselbe in 360 Grade eingetheilt, so kommt auf einen Grad, oder 60 Minuten, oder $60.60 = 3600$ Secunden, ein Raum von $\frac{31,4}{360} = \frac{31,4.12}{360} = 1,5$ Linien. Gesezt, es betrage die Breite eines Theilstreiches, wodurch die Grade von einander abgetheilt sind, nur $\frac{1}{100}$ einer Linie (sind diese Striche feiner, so muß man, um sie noch deutlicher

*) Nach meinen hierüber wiederholt angestellten Untersuchungen beträgt die Dicke eines mittlern Pferdehaares 0,1 Wiener Linien.

„ „ „ „ Menschenhaares 0,04 „ „
 „ „ „ einfachen Seidenfaden 0,004 „ „

Fig. zu unterscheiden, ein Vergrößerungsglas haben): so findet man aus der Proportion: $1,05 : 0,01 = 3600 : x$ (nämlich die Breite von 1,05 Linien nimmt einen Raum von 3600 Secunden ein, wie viel wird die Breite von 0,01 Linie in Secunden betragen?), daß ein Theilstrich, den man mit freyem Auge noch deutlich unterscheiden kann, 34 Secunden-betrage. Die Theilstriche auf den Reichenbach'schen Theodoliten sind so fein als ein einfacher Seidenfaden; daher nimmt nach dem Vorigen auf einen zehnzülligen Kreis ein Theilstrich einen Raum von 1,04 Secunden ein. Daraus erhellet deutlich, daß auch die allerfeinsten Theilstriche, da sie doch, um sichtbar zu seyn, einige Breite haben müssen, eine bis auf einzelne Secunden gehende Genauigkeit im Winkelmessen nicht zulassen. Nur durch die Repetition der Winkel wird es möglich, die erforderliche Genauigkeit zu erhalten.

Bey Transporteurs, wie sie sich in den Reißzeugen gewöhnlich vorfinden, sind die Theilstriche bey weitem breiter als ein Menschenhaar, man kann sie wenigstens für 0,05 einer Linie setzen, und ihr Halbmesser beträgt zwey, höchstens drey Zolle: man findet daher nach dem Vorhergehenden, daß für einen Halbmesser von zwey Zolle die Breite eines Grades oder 60 Minuten einen Raum von 0,418 oder beynähe 0,4 einer Linie; und ferner ein Theilstrich einen Raum von 7,2', also über 7 Minuten einnimmt. Man sieht hieraus, daß der gewöhnliche Transporteur dasjenige Instrument nicht ist, womit man Winkel bis auf einzelne Minuten auf das Papier zeichnen könne.

Die Linien mit einem feingeschärften Bleystifte können zwar feiner, als die erst erwähnten Theilstriche bey dem Transporteur gezogen werden, doch muß man für ihre Breite auch drey bis vier Minuten bey einem Halbmesser von fünf bis sechs Zolle, wie sie für gewöhnliche Winkel bey dem Meßtische und der Busssole vorkommen, setzen *).

*) Diejenigen, die glauben, daß man mit der Zirkelspitze feinere Linien als mit einem fein zugescharften Bleystifte ziehen könne, scheinen nur durch ein günstiges Vorurtheil für jene eingenommen zu seyn. Denn eine auf jene Art gezogene Linie kann nur vermittelt der mit der Zirkelspitze in das Papier gedruckten Vertiefung, d. i. durch Licht und Schatten dem Auge bemerklich gemacht werden; es wird also diese Vertiefung breiter seyn müssen, als eine mit einem fein zugescharften Bleystifte gezogene, bey der die schwarze Farbe auf dem weißen Grund zum deutlichen Erkennen schon sehr vieles beyträgt.

4) Von der Voraussetzung, daß die Richtungen der Magnet- **Fig.**
nadel sich beständig parallel sind; dieser Fehler hat jedoch,
wenn nur dieses Werkzeug sonst keinen Mängeln unterläge, bey nicht
gar zu großen Ausdehnungen der zu vermessenden Gegend (§. 7. und
34.) für die Ausübung beynahe keinen Einfluß.

5) Die trockene und feuchte Witterung und mehr der-
gleichen Ursachen haben keinen so beträchtlichen Einfluß, wenn das
Papier nach der §. 42. gezeigten Weise auf das Tischblatt gespannt
wird.

§. 96.

Die unvermeidlichen Fehler, die bey'm Messen sowohl der gera-
den Linien als der Winkel sich ergeben, können eine Linie, oder einen
Winkel entweder zu groß oder zu klein angeben. Ist z. B. eine
gemessene Linie = A Schuhe gefunden, und der größte der unvermeid-
lichen Fehler = n Schuhe: so kann die wahre Länge der Linie entwe-
der = $A + n$, oder = $A - n$ seyn. Eben so kann bey einem gemes-
senen Winkel der wahre Winkel entweder = $B + m$ oder = $B - m$
Grade seyn, wenn B den gemessenen Winkel, und m den größten
der unvermeidlichen Fehler bezeichnet. Beydes muß man annehmen,
und die Folgen daraus, wenn es nöthig ist, berechnen, weil man
weder das Eine noch das Andere entscheidend bestimmen kann. Denn
wäre man im Stande die Größe einer solchen Abweichung, bey der
Messung gerader Linien sowohl als der Winkel, jedes Mal bestimmt
anzugeben: so könnte man dadurch die gehörige Verbesserung auch
jederzeit sogleich vornehmen, und es wäre sodann eben so gut, als
hätte sich gar kein Fehler ergeben; allein diese sind wegen ihrer Man-
nigfaltigkeit, Ungleichartigkeit und Vermengung unter einander nie-
mahls bestimmt anzugeben. Daher werden sich zwar einige von diesen
unvermeidlichen, an und für sich unbedeutenden, kleinen Fehlerchen
zum Theil gegen einander wieder ausgleichen, wodurch öfters eine
Figur genau schließen kann; mehrentheils aber wird der Überschuß
der auf eine Seite fallenden (gleichartigen positiven), und der auf
die entgegengesetzte Seite fallenden (gleichartigen negativen) kleinen
Abweichungen am Ende durch ihre Summirung und Anhäufung mehr
oder minder merkbar sich zeigen. Eben aus diesem Grunde muß man
sich mit der Auffindung des größten und kleinsten Fehlers, der mit
einem Instrumente, oder nach einer Vermessungsmethode sich ergeben
kann, begnügen, und dieses gibt nach vielen Vergleichen eine
Regel an die Hand, nach der man von den Fehlern bey jeder Ver-

Fig. messung ein bestimmtes Verhältniß erhält, welches zu erkennen gibt, ob man einer gemessenen Größe entweder zusetzen, oder von ihr abnehmen soll, um der Richtigkeit so nahe als möglich zu kommen. Dieses Verhältniß bestimmt den Grad der Zuverlässigkeit. Hierzu dient vorzüglich die Anwendung der Theorie, wornach alle Vermessungen geprüft, die Instrumente beurtheilt, und die möglichen Abweichungen, die sich ergeben können, mit einander verglichen werden.

Der Geometer muß hiernach seine Instrumente untersuchen, Versuche anstellen, und sich auf diese Art den Grad der Zuverlässigkeit seiner Vermessungsmethoden und der dazu gebrauchten Instrumente bekannt machen, um eine gute Wahl bey wirklichen Vermessungen treffen zu können. Im Folgenden wird daher nur das für den vorliegenden Zweck Nöthigste hiervon angeführt werden, weil es außer den Grenzen dieses Werkes liegt, diese Lehre vollständig zu geben.

B. Von den unvermeidlichen Operationsabweichungen beym Messen gerader Linien, ihrem Einfluß auf die Richtigkeit der Arbeit, und der Bestimmung, mit welcher Zuverlässigkeit sie auf dem Felde gemessen, und auf das Papier übertragen werden können.

§. 97.

Folgende wesentliche Fehler, die bey der Messung gerader Linien gewöhnlich sich ergeben, kann und muß der Geometer durch Aufmerksamkeit, eigenes Nachsehen und Anordnen zu vermeiden suchen, d. h. er darf dieses Geschäft nicht unabgerichteten oder trägen Kettenziehern allein überlassen; sie rühren gewöhnlich daher:

1) Wenn die Kettenglieder gebogen oder verschlungen sind, oder überhaupt die Kette vorher nicht berichtigt worden ist. Der davon herrührende Fehler kann besonders bey langen Linien beträchtlich werden; es ist daher das §. 31. Gesagte wohl zu beachten.

2) Wenn während des Messens bergauf oder bergab die Kette nicht gehörig aufgehoben, oder bey unebenem Boden nicht horizontal liegt, d. h. nicht gut ausgespannt wird, und daher in ihrer Mitte sich senket (§. 75. bis 80.). Kleine Unvollkommenhei-